

UNIVERSIDADE DE LISBOA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO



**As práticas do professor
e o desenvolvimento do sentido de número:
Um estudo no 1.º ciclo**

Catarina Raquel Santana Coutinho Alves Delgado

DOUTORAMENTO EM EDUCAÇÃO

Didática da Matemática

2013

UNIVERSIDADE DE LISBOA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO



**As práticas do professor
e o desenvolvimento do sentido de número:
Um estudo no 1.º ciclo**

Catarina Raquel Santana Coutinho Alves Delgado

Tese orientada pela Prof^ª. Doutora Joana Maria Leitão Brocardo e pela Prof^ª. Doutora Hélia Margarida Pintão de Oliveira, especialmente elaborada para a obtenção do grau de doutor em Educação (Didática da Matemática)

Resumo

Este estudo decorre no âmbito de um projeto colaborativo de desenvolvimento curricular que envolve dois professores do 1.º ciclo e a investigadora. Tem como objetivo geral analisar as práticas de dois professores na seleção/construção, preparação e exploração de tarefas orientadas para o desenvolvimento do sentido de número dos alunos. Mais concretamente, visa identificar e compreender os aspetos que os professores valorizam, os desafios que se lhes colocam e as suas preocupações com aspetos do sentido de número que sobressaem quando se envolvem neste tipo de trabalho.

O enquadramento teórico inclui três capítulos. Os dois primeiros – Sentido de número e Práticas do professor – discutem conceitos e significados importantes para a revisão da literatura sobre o trabalho do professor em torno de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos, e que constitui o terceiro capítulo teórico.

O estudo insere-se no paradigma interpretativo e segue uma abordagem qualitativa, optando-se pela realização de estudos de caso dos dois professores do 1.º ciclo que participam no projeto colaborativo, cujo objetivo é aprofundar modos de promover o desenvolvimento do sentido de número dos alunos.

Com a participação no projeto, o desenvolvimento do raciocínio matemático e, em particular, o cálculo mental passam a constituir as principais preocupações destes professores quando selecionam/constróem tarefas para os seus alunos. Na preparação das tarefas destaca-se o valor que passam a atribuir à definição/compreensão clara dos seus objetivos e à antecipação de estratégias de resolução das mesmas. Também o que os professores valorizam nos vários momentos de exploração das tarefas vai evoluindo. Na sua apresentação, passam a fornecer menos informação aos alunos, constituindo o principal desafio decidir o conteúdo ‘adequado’ dessa informação. Durante a realização das tarefas salienta-se a sua crescente preocupação com o conhecimento/compreensão das estratégias dos alunos, constituindo o principal desafio compreender os seus raciocínios. Na discussão das tarefas, destaca-se o valor atribuído à seleção de estratégias e à sua ordenação, constituindo, simultaneamente, desafios importantes para estes professores.

Palavras-chave: Práticas do professor; Sentido de número; Tarefas; Desenvolvimento curricular; Trabalho colaborativo.

Abstract

This study is part of a collaborative project of curriculum development involving two primary teachers and the researcher. Its main goal is to describe and analyze practices undertaken by the two teachers concerning the selection/design, preparation and exploration of tasks oriented to the development of students' number sense. Specifically, it aims to identify and understand the aspects valued by the teachers, the challenges they face, and their concerns in relation to several aspects of number sense as they engage themselves in this kind of work.

The theoretical framework includes three chapters. The first two chapters – Number sense and Teachers' practices – discuss concepts and meanings that are important to the literature review about the teacher's work on tasks aiming to develop students' number sense, which constitutes the last chapter.

This study is based on the interpretative paradigm and follows a qualitative approach, with the development of case studies of two primary teachers, who participated in a collaborative project that aims to deepen the ways of promoting students' number sense development.

With the engagement in this project, the development of mathematical reasoning and more specifically mental computation have become teachers' major concerns when they select/design the tasks for their students. The importance that the teachers assign to a clear definition/comprehension of the task's goals, as well as to advancing solving strategies, is highlighted during the preparation phase. Furthermore, there are some changes in what they value in the different moments of the tasks' exploration. In its presentation, the teachers gradually deliver less information to students, since deciding about the appropriate content of that information becomes their main challenge. During the development of the tasks by the students it is evident the teachers' increasing concern with the knowledge/understanding of the students' strategies, as understanding their reasoning becomes the teachers' main challenge. The value attributed to the selection of the strategies and its sequencing stands out in the discussion of the tasks, which are also important challenges for these teachers.

Keywords: Teachers' practices; Number sense; Tasks; Curriculum development; Collaborative work.

Agradecimentos

Às Professoras Doutoras Joana Brocardo e Hélia Oliveira, as minhas orientadoras, pela sua disponibilidade e apoio durante este trabalho. Destaco a importância das suas críticas, sugestões e comentários e das mensagens de confiança e incentivo que fui recebendo em momentos chave da sua realização.

À Maria José e ao Manuel, os dois professores com que tive o privilégio de trabalhar durante o desenvolvimento do trabalho colaborativo, pela disponibilidade e vontade que sempre demonstraram em partilhar e discutir ideias e por me permitirem ‘entrar’ no seu espaço de atuação profissional. Também, aos alunos das respetivas turmas pela forma como me acolheram.

Ao Instituto Politécnico de Setúbal, pela bolsa de investigação que me concedeu no âmbito do programa PROTEC (FRH/PROTEC/50231/2009).

À Escola Superior de Educação, em particular, às minhas colegas de Departamento da área científica Matemática e Educação Matemática, por me terem proporcionado condições favoráveis à realização deste estudo.

Aos amigos, que me incentivaram e apoiaram na realização deste estudo, em especial:

- à Fernanda, pela sua amizade incondicional de longos anos.
- à Joana, mais uma vez, pela sua amizade, disponibilidade e pela força e confiança que sempre me transmitiu, acreditando e fazendo-me acreditar.
- à Fátima, pela disponibilidade em discutir ideias sobre este tema, em rever partes deste relatório e, sobretudo, pela sua amizade, solidariedade e pelo apoio nos momentos mais difíceis da sua realização. Recordo, em particular, o significado da oferta de duas canetas coloridas num desses momentos.
- ao Mário, pela sua amizade, pela partilha de ideias e pela sua disponibilidade, apoio e paciência na edição final deste trabalho.
- à Ana, pela sua amizade, pelas palavras de encorajamento e pelas proveitosas conversas sobre as minhas dúvidas/ambivalências relativas ao trabalho colaborativo.
- ao Filipe, pela sua amizade, pelo apoio e pela sua inestimável companhia nas maratonas de trabalho em que leu partes deste relatório e pelas sugestões.
- à turma da ‘Escola de Verão’ (Joana, Jean-Marie, Fátima e Mário), que contribuiu para momentos agradáveis e profícuos de trabalho, com um agradecimento especial aos cozinheiros.

Ao Carlos, que foi acompanhando este processo com carinho e compreensão.

Ao meu irmão e à minha mãe, que apesar de persistirem na pergunta mais difícil de responder – *Então, falta muito?*, manifestaram sempre um apoio incondicional.

Ao Miguel, o meu filho, que, por vezes, me disputou com o meu computador, mas que foi e continua a ser uma das melhores motivações para enfrentar os desafios da vida. É ele a quem dedico este trabalho.

Índice

Capítulo 1 Introdução	1
1.1 Motivação, objetivo e questões do estudo	1
1.2 Pertinência do estudo	4
1.3 Organização do estudo	8
Capítulo 2 Sentido de número	11
2.1 A emergência e o significado de sentido de número	12
2.2 Componentes do sentido de número	21
2.2.1 Os contributos de McIntosh, Reys e Reys	21
2.2.2 Os contributos de Yang	29
2.3 A investigação sobre o sentido de número dos alunos	31
2.4 O sentido de número nas orientações curriculares	37
Capítulo 3 Práticas do professor	43
3.1 A importância de estudar as práticas do professor	43
3.2 O significado de práticas e a sua complexidade	46
3.3 As práticas do professor de desenvolvimento curricular	52
3.3.1 O professor e o currículo	52
3.3.2 A relação do professor com os materiais curriculares	55
3.3.3 O papel do manual escolar nas práticas do professor	57
3.3.4 A transformação do nível de exigência cognitiva das tarefas no desenvolvimento curricular	62
Capítulo 4 O professor, as tarefas e o sentido de número	65
4.1 As tarefas	67
4.1.1 O significado e a importância das tarefas	67
4.1.2 Os tipos de tarefas matemáticas	69
4.2 A seleção/construção e preparação das tarefas	74
4.2.1 Atender ao tipo de tarefas e à sua diversidade	74
4.2.2 Integrar as tarefas na construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem	77
4.2.3 Perspetivar o desenvolvimento do sentido de número	82
4.2.3.1 As características dos contextos das tarefas	82
4.2.3.2 As estratégias associadas à aprendizagem dos tópicos	88
4.2.3.3 As ‘grandes ideias’ associadas ao ensino e aprendizagem dos números e das operações	89
4.2.3.4 A articulação das tarefas	91
4.2.3.5 O cálculo mental e a estimação	93
4.2.3.6 O papel dos algoritmos convencionais	96
4.3 A exploração das tarefas na sala de aula	99
4.3.1 Desenvolver o sentido de número	100
4.3.2 Um modelo de ensino para o desenvolvimento do sentido de número: os contributos de Yang	102
4.3.3 A investigação que relaciona as práticas de sala de aula do professor com o desenvolvimento do sentido de número dos alunos	105
4.3.4 Aspetos fundamentais no desenvolvimento do sentido de número dos alunos	107

4.3.4.1	A orquestração de discussões coletivas.....	108
4.3.4.2	A construção de uma determinada cultura de sala de aula	115
4.4	Ensinar e aprender a ensinar numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número	119
4.4.1	Constrangimentos.....	120
4.4.1.1	As perspetivas ‘instituídas’ acerca do ensino e da aprendizagem dos números e das operações	120
4.4.1.2	O conhecimento do professor relativo ao sentido de número.....	122
4.4.2	Propostas	124
	Capítulo 5 Metodologia.....	129
5.1	Opções metodológicas	130
5.1.1	Um estudo interpretativo.....	130
5.1.2	Uma abordagem qualitativa	131
5.1.3	A modalidade de estudo de caso	134
5.2	A opção pelo desenvolvimento de um projeto colaborativo.....	136
5.2.1	Potencialidades	136
5.2.2	Formas e características de colaboração	138
5.3	Os participantes no estudo	142
5.4	Os métodos de recolha de dados.....	144
5.5	A recolha de dados.....	147
5.5.1	A preparação da recolha de dados.....	147
5.5.2	O processo da recolha de dados	149
5.6	A análise dos dados.....	151
5.6.1	A primeira fase da análise dos dados	151
5.6.2	A segunda fase de análise dos dados.....	155
5.6.3	A estrutura dos casos.....	158
	Capítulo 6 O projeto colaborativo de desenvolvimento curricular	165
6.1	Conceção e objetivos iniciais do projeto	166
6.2	‘Arranque’ do projeto	168
6.2.1	As indecisões	168
6.2.2	As expectativas	171
6.3	Desenvolvimento do projeto.....	172
6.3.1	As sessões de trabalho.....	173
6.3.1.1	A preparação e organização do trabalho a realizar.....	175
6.3.1.2	O processo e a dinâmica da construção das sequências de tarefas	176
6.3.1.3	A preparação e a organização de ações de divulgação	189
6.3.2	As aulas	191
6.4	Do projeto previsto ao projeto desenvolvido	193
6.4.1	A duração	193
6.4.2	Os locais e momentos de realização das sessões.....	194
6.4.3	As práticas de planificação ‘instituídas’.....	195
6.4.4	A conceção e a dinâmica.....	198
6.4.5	A conceção de materiais e a realização de ações de divulgação	201
6.5	Balanço dos professores sobre as suas práticas e a aprendizagem dos alunos durante o projeto	204

6.5.1	As práticas	204
6.5.2	Os alunos, a aprendizagem e a relação com a Matemática	209
6.6	A relação de colaboração: como começou e como evoluiu	212
6.6.1	Características da relação de colaboração	212
6.6.2	Perceções sobre os papéis dos elementos da equipa no projeto	214
Capítulo 7 Manuel		229
7.1	Traçando um retrato de Manuel	230
7.2	Perspetivas	235
7.2.1	O ‘novo’ Programa de Matemática	235
7.2.2	O sentido de número e o seu desenvolvimento	238
7.2.3	A atividade de planificar	241
7.2.3.1	Como a caracteriza e valor que lhe atribui	241
7.2.3.2	Materiais a que costuma recorrer	244
7.2.4	Síntese	246
7.3	A conceção das sequências de tarefas	248
7.3.1	Aspetos que valoriza	248
7.3.2	Desafios que se colocam	251
7.3.3	A conceção de sequências de tarefas numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número	261
7.3.4	Síntese	262
7.4	A seleção/construção e preparação das tarefas	264
7.4.1	Aspetos que valoriza	264
7.4.1.1	Características das tarefas	264
7.4.1.2	Preparação das tarefas	274
7.4.2	Desafios que se colocam	281
7.4.3	A seleção/construção e preparação das tarefas numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número	296
7.4.4	Síntese	302
7.5	A exploração das tarefas na sala de aula	307
7.5.1	O momento de apresentação das tarefas	308
7.5.1.1	Aspetos que se destacam	308
7.5.1.2	Desafios que se colocam	313
7.5.2	O momento de realização das tarefas	315
7.5.2.1	Aspetos que se destacam	315
7.5.2.2	Desafios que se colocam	319
7.5.3	O momento de discussão das tarefas	326
7.5.3.1	Aspetos que se destacam	326
7.5.3.2	Desafios que se colocam	327
7.5.4	A exploração das tarefas numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número	340
7.5.5	Síntese	344
Capítulo 8 Maria José		349
8.1	Traçando um retrato de Maria José	350
8.2	Perspetivas	356
8.2.1	O ‘novo’ Programa de Matemática	356
8.2.2	O sentido de número e o seu desenvolvimento	360

8.2.3	A atividade de planificar	362
8.2.3.1	Como a caracteriza e valor que lhe atribui	362
8.2.3.2	Materiais a que costuma recorrer	363
8.2.4	Síntese	365
8.3	A conceção das sequências de tarefas.....	366
8.3.1	Aspetos que valoriza	366
8.3.2	Desafios que se colocam	369
8.3.3	Síntese	375
8.4	A seleção/construção e preparação das tarefas	376
8.4.1	Aspetos que valoriza	376
8.4.1.1	Características das tarefas	376
8.4.1.2	Preparação das tarefas	382
8.4.2	Desafios que se colocam	386
8.4.3	A seleção/construção e preparação das tarefas numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número	398
8.4.4	Síntese	402
8.5	A exploração das tarefas na sala de aula.....	404
8.5.1	O momento de apresentação das tarefas	406
8.5.1.1	Aspetos que se destacam	406
8.5.1.2	Desafios que se colocam	413
8.5.2	O momento de realização das tarefas	416
8.5.2.1	Aspetos que se destacam	416
8.5.2.2	Desafios que se colocam	418
8.5.3	O momento de discussão das tarefas.....	420
8.5.3.1	Aspetos que se destacam	420
8.5.3.2	Desafios que se colocam	425
8.5.4	A exploração das tarefas numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número	434
8.5.5	Síntese	439
Capítulo 9 Conclusões.....		443
9.1	Conclusões do estudo.....	445
9.1.1	Práticas de seleção/construção e preparação de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número	445
9.1.1.1	Características das tarefas que são valorizadas e preocupações que orientam a sua seleção/construção	445
9.1.1.2	Aspetos valorizados na preparação das tarefas	452
9.1.1.3	Desafios que se colocam na seleção/construção e preparação das tarefas e o que os desencadeia.....	456
9.1.1.4	Preocupações com aspetos do sentido de número que sobressaem na seleção/construção e preparação das tarefas.....	462
9.1.1.5	Aspetos valorizados na seleção/construção das tarefas quando esta tem por base a conceção de sequências de tarefas	465
9.1.1.6	Desafios na seleção/construção das tarefas quando esta tem por base a conceção de sequências de tarefas.....	467
9.1.2	Práticas de exploração de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número.....	471
9.1.2.1	Aspetos que se destacam e desafios que se colocam na apresentação das tarefas	473

9.1.2.2	Aspetos que se destacam e desafios que se colocam na realização das tarefas	475
9.1.2.3	Aspetos que se destacam e desafios que se colocam na discussão das tarefas	478
9.1.2.4	Preocupações com aspetos do sentido de número que sobressaem na exploração das tarefas	483
9.2	Reflexão sobre o estudo.....	485
Referências Bibliográficas.....		495
Anexos.....		511

Índice de Figuras

Figura 3.1 - Ensinar como trabalhando em relações: Um modelo básico da prática (Lampert, 2001)	50
Figura 3.2 - Fases temporais do uso do currículo (Stein et al., 2007)	53
Figura 3.3 - Quadro teórico de capacidade de implementação do <i>design</i> (Brown, 2009).....	56
Figura 3.4 - Visão global dos três campos do desenvolvimento do currículo e a relação entre eles (Remillard, 1999)	60
Figura 3.5 - Quadro das tarefas matemáticas (Stein & Smith, 1998).....	62
Figura 4.1 - Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura (Ponte, 2005).....	70
Figura 4.2 - Ciclo (abreviado) de ensino da Matemática (Simon, 1995)	78
Figura 4.3 - Elementos da dimensão de conteúdo da conjectura sobre a aprendizagem da multiplicação (Mendes, 2012)	91
Figura 4.4 - Modelo de ensino orientado (Yang, 2003a)	103
Figura 4.5 - Diagrama esquemático das cinco práticas para orquestrar discussões (Stein et al., 2008)	109
Figura 6.1 - Esquema que sintetiza o trabalho perspectivado para o projeto.....	167
Figura 6.2 - Esquema que ilustra a dinâmica prevista para o projeto, simulada para um mês.....	168
Figura 6.3 - Esquema representativo das fases de construção das sequências de tarefas.....	177
Figura 6.4 - Decisões relativas à sequência 2, na fase 3	181
Figura 6.5 - Esboço da imagem a ser incluída na tarefa 2.1.....	183
Figura 6.6 - Imagens incluídas na tarefa 2.1	183
Figura 6.7 - Slide concebido pela equipa do projeto para a apresentação efetuada no ProfMat2011 sobre as aprendizagens dos números e das operações antes da participação no projeto	212
Figura 7.1 - Slide discutido na sessão 27	257
Figura 7.2 - Proposta do manual adotado que, na perspectiva de Manuel, permite o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental	271
Figura 7.3 - Possíveis caminhos a seguir pelos alunos na resolução de uma cadeia numérica, propostos por Manuel e Maria José	282
Figura 7.4 - Possíveis caminhos a seguir pelos alunos na resolução de uma cadeia numérica, propostos por Manuel e Maria José	284
Figura 7.5 - Registo efetuado por Margarida e Miguel na resolução da tarefa 3.3	289
Figura 7.6 - Registo efetuado por Margarida na resolução da tarefa 3.1	289
Figura 7.7 - Registo efetuado por Miguel na resolução da tarefa 3.1	289
Figura 7.8 - Adaptação de Manuel e Maria José da tarefa 5.1	295
Figura 7.9 - Registo efetuado por Renato e Rui na resolução da questão 1 da tarefa 2.1	298
Figura 7.10 - Registos efetuados por alunos na resolução da questão 1.1 da tarefa 1.1.....	299
Figura 7.11 - Questão 2 da tarefa 1.4	317
Figura 7.12 - Registo realizado no quadro por Manuel para efetuar o produto 6×12 , sem recorrer ao algoritmo da multiplicação	323
Figura 7.13 - Paineis de azulejos representado no quadro por Manuel	329

Figura 7.14 - Registo efetuado por Miguel na resolução da questão 1.1 da tarefa 1.1.....	329
Figura 7.15 - Registo efetuado por Rui na resolução da questão 1.1 da tarefa 1.1	331
Figura 7.16 - Ordenação efetuada por Manuel das estratégias usadas pelos alunos, no momento de discussão da questão 1 da tarefa 3.3.....	334
Figura 7.17 - Ordenação efetuada por Manuel das estratégias usadas pelos alunos no momento de discussão da questão 3 da tarefa 3.3.....	335
Figura 7.18 - Registo efetuado por Ana na resolução da questão 2 da tarefa 1.1.....	337
Figura 7.19 - Registo efetuado por Margarida na resolução da questão 1 da tarefa 6.1.....	338
Figura 7.20 - Imagens ampliadas das imagens das tarefas afixadas no quadro, no momento da sua discussão	342
Figura 8.1 - Tabela de preços de combustível incluída na tarefa 7.4 explorada na turma de Maria José	396
Figura 8.2 - Imagem da tarefa 1.1	414
Figura 8.3 - Registo efetuado por Carlos na resolução da questão 1.2 da tarefa 1.1	415
Figura 8.4 - Registo efetuado por Filipe na resolução da questão 1.3 da tarefa 1.1	415
Figura 8.5 - Registo efetuado por Filipe na resolução da questão 2 da tarefa 1.1	419
Figura 8.6 - Registo efetuado por Micaela e Rúben relativos à questão 1 da tarefa 2.3	422
Figura 8.7 - Registos selecionados por Maria José no momento de discussão da tarefa 2.3	424
Figura 8.8 - Registo não selecionado por Maria José no momento de discussão da tarefa 2.3	425
Figura 8.9 - Imagem da tarefa 2.3	426
Figura 8.10 - Registo não selecionado por Maria José no momento de discussão da questão 1.3 da tarefa 3.2	427
Figura 8.11 - Registos selecionados por Maria José no momento de discussão da questão 1.3 da tarefa 3.2.....	428
Figura 8.12 - Registo efetuado por Guilherme e Vilma na resolução da tarefa 1.2	431
Figura 8.13 - Registo efetuado por Vilma na resolução da questão 1 da tarefa 6.1	432
Figura 8.14 - Imagens ampliadas das tarefas afixadas no quadro por Maria José, no momento da sua discussão.....	436
Figura 9.1 - Características das tarefas valorizadas e preocupações que orientam a sua seleção/construção	447
Figura 9.2 - Desafios na seleção/construção e preparação das tarefas	457
Figura 9.3 - Componentes do sentido de número valorizadas nas tarefas.....	463
Figura 9.4 - Aspetos valorizados pelos professores em cada momento da exploração das tarefas.....	472

Índice de Tabelas

Tabela 2.1 - Quadro de referência de análise do sentido de número proposto por McIntosh et al. (1992).....	22
Tabela 4.1 - Classificação de problemas de acordo com a sua situação de partida e o seu objetivo (Pehkonen, 1987).....	71
Tabela 5.1 - Métodos, fontes e formas de registo dos dados.....	147
Tabela 5.2 - Síntese cronológica da recolha de dados.....	150
Tabela 5.3 - Categorias e subcategorias usadas na primeira fase de análise dos dados	155
Tabela 5.4 - Categorias e subcategorias usadas na análise dos dados.....	157
Tabela 6.1 - Objetivos e materiais de apoio das sessões de trabalho, por datas.....	174
Tabela 6.2 - Tarefas da sequência 2.	189
Tabela 6.3 - Tarefas exploradas na sala de aula durante o projeto.....	192

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação, objetivo e questões do estudo

No âmbito da minha atividade profissional tenho tido algumas oportunidades de contactar com diferentes escolas do 1.º ciclo e de observar as práticas de ensino da Matemática de professores deste nível de escolaridade. Saliento as atividades que tenho realizado na formação inicial de professores do 1.º ciclo, nomeadamente a lecionação da disciplina de Prática e Reflexão Pedagógica e a supervisão da prática de futuros professores. Realço, ainda, a minha atividade como formadora, durante três anos, no Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico (PFCM), cujo principal objetivo era desenvolver o conhecimento profissional do professor em Matemática, considerando a reflexão sobre a prática um meio privilegiado para esse desenvolvimento. Estas experiências profissionais têm em comum o facto de me terem dado a possibilidade de aprofundar e aumentar o meu conhecimento sobre diferentes contextos de ensino, sobre métodos e metodologias de trabalho e sobre o

modo como os alunos aprendem Matemática no 1.º ciclo. Através destas experiências, pude também aperceber-me da importância do papel do professor na aprendizagem dos alunos, nomeadamente na seleção das tarefas e no modo como as explora na sala de aula.

O estudo que realizei no âmbito da dissertação de mestrado, intitulado Reflexão sobre as práticas de ensino da Matemática de futuros professores do 1.º ciclo: Três estudos de caso (Delgado, 2003), embora tenha sido realizado com futuras professoras, constituiu já o primeiro passo para compreender melhor a prática e o processo de reflexão sobre a prática do professor e identificar aspetos do seu conhecimento profissional que influenciam este processo.

O meu interesse pelo tema Sentido de Número, outra temática deste estudo, tem vindo a consubstanciar-se através da participação nos projetos Sentido do Número e Competências de Cálculo e Desenvolvendo o Sentido do Número: Perspetivas e Exigências Curriculares (DSN). Concretamente, este último projeto, que decorreu entre janeiro de 2005 e dezembro de 2007, apresentou uma forte vertente de investigação apoiada na análise e discussão de textos sobre este tema e nas reflexões conjuntas sobre o processo de construção, experimentação e reformulação de tarefas. Para além de me ter permitido aprofundar aspetos relacionados com o desenvolvimento do sentido de número e participar na elaboração de um dos estudos de caso realizados no âmbito deste projeto, possibilitou-me, ainda, o envolvimento na construção de vários materiais destinados às aulas (Equipa do projeto DSN, 2006, 2007). Este trabalho permitiu-me observar, e por vezes sentir, a complexidade de que se reveste a seleção/construção de tarefas que contribuem para o desenvolvimento do sentido de número dos alunos, bem como a sua exploração na sala de aula.

Em 2008, no âmbito do concurso de provas públicas para professor adjunto para a Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal, realizei um trabalho de investigação onde entrecruzo já as duas temáticas que referi anteriormente. Este trabalho teve como objetivo conhecer as práticas de uma professora do 1.º ciclo que potenciam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos. Mais concretamente, foquei-me nos papéis assumidos por essa professora na sala de aula e nas dificuldades que sentiu na preparação e exploração de tarefas que visam esse desenvolvimento.

De um modo geral, a minha atividade profissional e de investigação têm constituído momentos importantes para aprofundar o meu conhecimento sobre aspetos relacionados com as práticas do professor e com o desenvolvimento do sentido de número no 1.º ciclo. O presente estudo surge, assim, como mais uma oportunidade de entrecruzar e aprofundar estas duas temáticas.

Para além da escolha do tema deste estudo surgir muito ligada aos meus interesses de investigação, que decorrem da minha experiência profissional e do meu envolvimento em investigações anteriores, as orientações para a Educação Matemática quando inicio este estudo, tanto a nível internacional como em Portugal, constituem também um elemento de motivação importante. A sua justificação interliga-se com aspetos que tornam pertinente a sua realização, que apresento na secção 1.2 deste capítulo.

Este estudo decorreu no âmbito de um projeto colaborativo de desenvolvimento curricular e tem como objetivo descrever e analisar as práticas de dois professores de seleção/construção, preparação e exploração de tarefas centradas no desenvolvimento do sentido de número dos alunos do 1.º ciclo. O estudo é orientado por dois grupos de questões:

1. Como se caracterizam as práticas dos professores de seleção/construção e de preparação de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos?
 - Que características das tarefas são valorizadas pelos professores? Que preocupações orientam a seleção/construção das tarefas?
 - Que aspetos são valorizados na preparação das tarefas?
 - Que desafios se colocam na seleção/construção e preparação das tarefas? O que desencadeia esses desafios?
 - Que preocupações com aspetos do sentido de número sobressaem na seleção/construção e preparação das tarefas?
 - Que aspetos são valorizados e que desafios se colocam na seleção/construção das tarefas, quando esta é realizada tendo por base a conceção de sequências de tarefas?

2. Como se caracterizam as práticas dos professores de exploração de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos?
 - Que aspetos se destacam nas práticas de apresentação, realização e discussão das tarefas? Que desafios se colocam em cada um destes momentos?
 - Que preocupações com aspetos do sentido de número sobressaem na exploração das tarefas?

O projeto colaborativo contou com a participação da investigadora e de dois professores do 1.º ciclo que lecionavam o mesmo ano de escolaridade. O objetivo deste projeto era aprofundar modos de promover o desenvolvimento do sentido de número dos alunos do 1.º ciclo, selecionando ou construindo tarefas adequadas para esse fim e discutindo formas apropriadas de as explorar na sala de aula. Mais concretamente, a equipa colaborativa pretendia construir sequências de tarefas matemáticas, tendo por base trajetórias hipotéticas de aprendizagem (Simon, 1995), e envolver-se na reflexão sobre a prática de sala de aula e na análise do modo como os alunos raciocinam. A equipa pretendia, ainda, desenvolver ações de divulgação do projeto e conceber materiais (nomeadamente, sequências de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número e indicações para o professor para explorar essas tarefas).

1.2 Pertinência do estudo

A pertinência da realização deste estudo decorre de quatro aspetos de natureza diferente: (i) da importância da realização de estudos sobre as práticas do professor, nomeadamente sobre a seleção/construção, preparação e exploração de tarefas (ii) das orientações para a Educação Matemática aquando do seu início, (iii) do contexto em que este se desenvolve e (iv) de aspetos profissionais pessoais.

Este estudo centra-se nas práticas profissionais, indo ao encontro de recomendações atuais da investigação sobre o professor (Franke, Kazemi & Battey, 2007; Kazemi,

Lampert & Ghouseini, 2007; Ponte & Chapman, 2006). Saliento duas razões associadas a este aspeto. Por um lado, só analisando as práticas do professor se poderá compreender melhor as suas ações e os motivos que as desencadeiam (Schön, 1983). Por outro, porque ainda são pouco conhecidos os fatores que as envolvem, sendo importante “estudar os elementos principais que estruturam essas práticas, os elementos que as condicionam e os contextos e recursos que podem apoiar a sua mudança, tendo em conta o desenvolvimento curricular” (Ponte, 2012, p. 95). Ao pretender estudar as práticas de seleção/construção, preparação e exploração de tarefas, este estudo assume, igualmente, relevância no que respeita ao conhecimento sobre o modo como o professor transforma o currículo (Stein, Remillard & Smith, 2007). Em particular, poderá contribuir para uma melhor compreensão dos desafios e preocupações que se colocam ao professor nestes momentos de trabalho em torno das tarefas.

O valor atribuído ao estudo das práticas profissionais do professor está associado ao reconhecimento de que estas influenciam fortemente a aprendizagem dos alunos, aspeto que, aliás, tem constituído o objeto de inúmeros estudos. Por exemplo, Stein et al. (2007) salientam a importância do trabalho do professor na conceção e exploração de tarefas matemáticas para a aprendizagem dos alunos. Por um lado, porque muito do trabalho que se realiza diariamente na sala de aula é feito a partir de tarefas, e por outro lado, porque o modo como elas são concebidas e exploradas influencia o que os alunos aprendem e como aprendem, motivos que, segundo estes autores, tornam relevantes estudos centrados nas tarefas matemáticas a propor aos alunos. Este estudo tem, também, subjacente uma forte ligação entre as práticas do professor e a aprendizagem dos alunos. Como foi referido na secção anterior, o processo de seleção/construção de tarefas realizado no projeto associado a este estudo terá em conta a análise do pensamento dos alunos tal como é proposto por Simon (1995). Este tipo de trabalho poderá contribuir para uma maior compreensão acerca do modo como os alunos pensam e de como compreendem os tópicos de ensino (Doppelt et al., 2009).

Fazendo agora algumas considerações acerca das orientações para a Educação Matemática, interligando-as com o contexto português, saliento a abordagem da Matemática que é valorizada, em particular no tema Números e Operações, no momento

em que iniciei este estudo, que constitui, simultaneamente, um aspeto que me motivou para a sua realização e mais um elemento que justifica a sua relevância.

As Normas para o Currículo e a Avaliação da Matemática Escolar (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989/1991), que surgem no final dos anos 80 do século XX, salientam a necessidade de um ensino da Matemática ‘para todos’ e mais adaptado à Sociedade de Informação. Este documento apresenta a resolução de problemas como eixo central das suas orientações curriculares e destaca a importância dos alunos aprenderem a comunicar e raciocinar matematicamente e a estabelecerem conexões entre os vários temas da Matemática. A sua revisão e atualização deram origem, em 2000, a um novo documento curricular – Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2000/2007). Este reafirma a importância dos aspetos referidos anteriormente, colocando a tónica numa aprendizagem da Matemática com compreensão. Nele pode ler-se que a compreensão dos conceitos é uma “componente importante da competência” (p. 21), que aprender Matemática com compreensão “torna mais fácil a aprendizagem subsequente” (p. 21) e “é essencial para tornar alunos capazes de resolver novos tipos de problemas que, inevitavelmente, irão enfrentar no futuro” (p. 22). No que respeita, concretamente, ao ensino e aprendizagem dos números e das operações, tanto o documento de 1989/1991 como o de 2000/2007 referem a importância do desenvolvimento do sentido de número dos alunos. O primeiro fá-lo de uma forma ainda pouco expressiva, enquanto o segundo atribui-lhe um papel de destaque, referindo que “a compreensão dos números e das operações, o desenvolvimento do sentido do número e a aquisição de destreza no cálculo aritmético, constituem o cerne da educação matemática para os primeiros anos de ensino básico” (NCTM, 2007, p. 34). Para além da importância que atribui a estes aspetos na aprendizagem dos números e das operações, reserva a este tema uma maior ênfase para os primeiros anos de escolaridade.

Também em Portugal, o tema Números e Operações tem ocupado um papel de destaque no currículo dos primeiros anos, constituindo o seu foco de trabalho. Contudo, tradicionalmente, esse trabalho tem seguido um pouco a ideia de ‘dar os números’ e ‘fazer contas’ (Delgado, 2009) e tem-se caracterizado por uma forte valorização da aprendizagem dos algoritmos (Brocardo, Serrazina & Kraemer, 2003). Quando iniciei este estudo,

assistia-se à introdução do novo Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) (ME, 2007) que, tal como o anterior Programa do Ensino Básico (ME-DGEBS, 1990), continua a atribuir um papel de destaque a este tema, mas apresenta mudanças de perspetiva sobre a sua abordagem, associada ao desenvolvimento do sentido de número (Ponte, 2008b). Esta ‘nova’ perspetiva exige da parte do professor o uso de metodologias e abordagens diferentes das que, até então, tem utilizado. Ao propor-se caracterizar as práticas do professor que visam o desenvolvimento do sentido de número nos alunos, este estudo poderá contribuir para compreender qual o entendimento dos professores sobre o que é desenvolver o sentido de número e quais os principais desafios e preocupações que esta perspetiva de trabalho lhes coloca, tanto na preparação das aulas como no desenrolar das mesmas.

As mudanças a nível curricular não constituem, por si só, uma garantia de mudança na Educação Matemática, sendo necessárias ‘novas’ práticas por parte dos professores (Ball & Cohen, 1999). Contudo, a mudança de práticas, principalmente num contexto de reforma curricular, implica a criação de mecanismos que apoiem o professor nessas mudanças (Putman, Smith & Cassady, 2009; Zech, Gause-Vega, Bray, Secules & Goldman, 2000). A participação em comunidades colaborativas de prática reflexiva é referida, na literatura, como sendo importante na compreensão do currículo e no modo como o professor o coloca em prática (Doppelt et al., 2009; NCTM, 1991/1994; Stein, Silver & Smith, 1998). É essencial que os professores possam “planificar em conjunto, discutir uns com os outros as práticas de ensino, desenvolver consensos de como avaliar o pensamento dos seus alunos e apoiar-se uns aos outros em aspetos difíceis do processo de mudança” (Stein et al., 1998, pp. 20, 21). Este estudo desenvolveu-se num contexto de um projeto colaborativo o que poderá permitir evidenciar aspetos importantes acerca do envolvimento dos professores num projeto com esta natureza e refletir acerca de eventuais implicações para o seu desenvolvimento profissional. Para além de um melhor conhecimento sobre estes aspetos, os diversos materiais que se constituíram como produto do trabalho colaborativo poderão constituir materiais relevantes para serem utilizados pelos professores do 1.º ciclo na sua prática letiva e na formação inicial e contínua de professores deste nível de ensino.

Por último, um outro aspeto que justifica a pertinência deste estudo relaciona-se com questões profissionais pessoais. Como formadora na formação inicial e contínua de professores, ao realizar um estudo que me permitiu analisar as práticas de professores de seleção/construção, preparação e exploração de tarefas e, em particular, quando se envolvem na construção de sequências de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número, aprofundo o meu conhecimento acerca dos desafios associados a este trabalho, o que, eventualmente, se traduzirá numa maior capacidade de apoiar os futuros professores e os professores neste processo. A realização deste estudo possibilita, também, o desenvolvimento do meu conhecimento acerca de como os alunos do 1.º ciclo pensam quando resolvem tarefas numéricas, o que poderá contribuir para um trabalho mais rico na abordagem do tema Números e Operações, numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número.

1.3 Organização do estudo

Este estudo realizado deu origem a um relatório organizado em nove capítulos. O primeiro corresponde ao presente capítulo, no qual apresento a motivação, o objetivo, as questões e a pertinência do estudo. Segue-se a sua fundamentação teórica, sobre duas dimensões que me pareceram particularmente importantes neste estudo – o desenvolvimento do sentido de número e as práticas do professor – concretizada nos capítulos 2, 3 e 4.

No capítulo 2 discuto o significado de sentido de número, contextualizo a emergência deste constructo, descrevo as suas componentes apresentadas por alguns autores (McIntosh, Reys & Reys, 1992; Yang, 2003a) e apresento os resultados da investigação relacionada com o sentido de número dos alunos e o seu desenvolvimento. Termina com uma discussão sobre o valor atribuído ao sentido de número nas orientações curriculares, em particular, no contexto português. No capítulo 3 começo por salientar a importância da realização de estudos centrados nas práticas do professor, discuto este

conceito e evidencio as complexidades que estão associadas a estudos com este foco. A revisão da literatura deste capítulo centra-se, sobretudo, nas práticas do professor de desenvolvimento curricular, discutindo a relação do professor com o currículo e com os materiais curriculares, o papel do manual escolar nas práticas de desenvolvimento curricular do professor e as fases de transformação do nível de exigência cognitiva das tarefas nesse processo.

A revisão da literatura do capítulo 4 suporta-se nos conceitos e significados discutidos nos dois capítulos anteriores. O modo como está concebido e organizado tem como ideia-base discutir as práticas de seleção/construção, preparação e exploração de tarefas de forma interligada com aspetos que, em cada um destes momentos do trabalho do professor, se mostram importantes para o desenvolvimento do sentido de número dos alunos. No que respeita à seleção/construção e preparação das tarefas, discuto questões associadas aos tipos de tarefas, à construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem e a aspetos que se relacionam, especificamente, com o desenvolvimento do sentido de número: as características dos contextos das tarefas, as estratégias associadas à aprendizagem dos tópicos, a articulação das tarefas, o cálculo mental e a estimação e o papel dos algoritmos (convencionais). Relativamente à exploração das tarefas na sala de aula, apresento e discuto o modelo de ensino para o desenvolvimento do sentido de número de Yang (2003a) e abordo aspetos que se destacam como fundamentais para o desenvolvimento do sentido de número dos alunos: a orquestração de discussões coletivas e a construção de uma determinada cultura de sala de aula. Termino este capítulo com uma discussão dos constrangimentos que estão associados a um ensino focado no desenvolvimento do sentido de número dos alunos, bem como de algumas propostas que visam ajudar/apoiar os professores a ultrapassar esses constrangimentos.

No capítulo 5 descrevo e fundamento a metodologia do estudo. Começo por justificar as opções metodológicas e por apresentar as razões que me levaram a optar pelo desenvolvimento de um projeto colaborativo, referindo-me às suas potencialidades e às formas e características da colaboração. Em seguida, apresento os participantes do estudo e os critérios subjacentes à sua seleção, justifico os métodos utilizados na recolha dos dados e descrevo o processo associado a essa recolha. Termino com uma descrição acerca do

modo como analisei os dados e da estrutura que adotei para a escrita dos casos, apresentando as razões subjacentes à definição dessa estrutura.

No capítulo 6 descrevo e justifico a concepção inicial do projeto colaborativo, o modo como este se desenvolveu e as decisões da equipa relativamente à sua proposta inicial, evidenciando as razões associadas a essas decisões. Apresento, também, o balanço efetuado pelos professores, que participaram neste estudo, acerca das práticas que desenvolveram ao longo do projeto e das aprendizagens realizadas pelos seus alunos. Este capítulo termina com uma descrição e reflexão sobre as características das relações que se desenvolveram entre os vários elementos da equipa.

Os capítulos 7 e 8 correspondem aos casos dos dois professores que participaram neste estudo – Manuel e Maria José, respetivamente. A escrita destes casos segue uma estrutura praticamente igual, começando por caracterizar, brevemente, os participantes enquanto profissionais. Apresenta, em seguida, as suas perspetivas sobre o novo Programa (ME, 2007), sobre o sentido de número e o seu desenvolvimento e sobre a atividade de planificar o ensino. As restantes secções descrevem e analisam as práticas de concepção das sequências de tarefas, de seleção/construção, preparação e exploração das tarefas incluídas nessas sequências, tentando identificar o que estes professores valorizam e os desafios com que se deparam. Incluem, também, a análise das suas preocupações sobre aspetos do sentido de número, evidenciadas em cada um destes momentos de trabalho.

No capítulo 9, e último deste relatório, apresento as conclusões do estudo, interligando os seus resultados com a revisão da literatura efetuada nos capítulos 2, 3 e 4. Termina com uma reflexão sobre o estudo, centrada em algumas dúvidas, dificuldades e ambivalências que a sua realização me suscitou e nos seus contributos, tanto para o meu desenvolvimento enquanto profissional, como para os professores que participaram no projeto colaborativo de desenvolvimento curricular que lhe está associado.

Capítulo 2

Sentido de número

Este capítulo encontra-se organizado em quatro secções. Na primeira discuto os motivos que contribuíram para o surgimento do constructo de sentido de número e os significados que lhe são atribuídos por diversos autores. Na segunda descrevo as componentes do sentido de número apresentadas por autores de referência na investigação sobre este tema (McIntosh et al., 1992; Yang, 2003a; Yang, 2005; Yang, Hsu & Huang, 2004; Yang, Li & Li, 2008a; Yang, Reys & Reys, 2008b). Na terceira secção apresento alguma da investigação que tem sido realizada sobre o sentido de número dos alunos, com o intuito de salientar aspetos importantes que potenciam ou inibem o seu desenvolvimento. Na quarta e última secção discuto o lugar do sentido de número nas orientações curriculares.

2.1 A emergência e o significado de sentido de número

Discutir o significado de sentido de número passa por conhecer os motivos que estiveram na origem deste constructo. Esta expressão surge na década de 80 do século XX, nos Estados Unidos e procura contrariar uma perspetiva de ensino dos números e das operações vincadamente algorítmica. Diversos estudos realizados nesta década sobre o modo como os adultos lidam com problemas numéricos com que se deparam no seu dia-a-dia, revelam que estes possuem fracas competências de cálculo e tendem a apoiar-se em máquinas de calcular, cada vez mais comuns e acessíveis, em vez de recorrerem a algoritmos (convencionais) e regras que constituíam o foco de ensino nos primeiros anos de escolaridade (McIntosh et al., 1992). Esta inconsistência, entre o que se ensina na escola e o que cada cidadão usa ou necessita de usar para dar resposta a este tipo de problemas, conduz a uma reflexão sobre as capacidades e os conhecimentos relacionados com os números e as operações a valorizar pela escola, a par do levantamento do que é essencial para que cada cidadão seja capaz de lidar com as exigências matemáticas do seu dia-a-dia (McIntosh et al., 1992).

Documentos de reflexão e de orientação do ensino e da aprendizagem da Matemática, que surgem a partir da década de 80 do século XX, como o relatório do *Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools – Mathematics counts* (Cockcroft, 1982) e as Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar (NCTM, 1989/1991) referem a importância de uma abordagem dos números e das operações mais adequada às necessidades do dia-a-dia dos cidadãos. Apesar de não recorrer à expressão sentido de número, o primeiro documento acima referido salienta a importância de os cidadãos desenvolverem “uma familiaridade com os números e uma habilidade de usar as capacidades matemáticas” (p. 11) que lhes permitam lidar com as exigências da vida quotidiana. Já o segundo documento recorre à expressão sentido de número quando se refere aos tópicos a que se deve dar mais atenção, afirmando que “o currículo de Matemática deve incluir conceitos e competências relativos aos números inteiros de tal forma que as crianças desenvolvam o sentido de número” (NCTM, 1991, p. 48). Com mais expressão no segundo, estes documentos refletem uma perspetiva de

aprendizagem da Matemática ‘com sentido’, isto é, significativa e baseada na compreensão dos conceitos e dos procedimentos matemáticos, ideias que, aliás, eram já defendidas por alguns investigadores na área da Educação Matemática e que começam a ganhar força na comunidade educativa a partir dos anos 80 do século XX.

O sentido de número surge, assim, como resultado da reflexão sobre três aspetos que se entrecruzam: as capacidades e conhecimentos necessários aos cidadãos para lidarem com os problemas relacionados com os números com que se deparam no seu dia-a-dia, o que se deve valorizar no ensino dos números e das operações na escola e as perspetivas acerca da aprendizagem da Matemática. Podemos, no entanto, questionar-nos acerca da possibilidade de recorrer a ‘numeracia’ para designar essas capacidades e esses conhecimentos.

O termo numeracia foi introduzido por Crowther, em 1959, para descrever um elevado nível de capacidade para lidar com as exigências matemáticas do dia-a-dia (McIntosh et al., 1992). De um modo geral, este termo circunscreve-se a aspetos relacionados com o uso dos números e das operações. Contudo, em alguns países, como por exemplo na Austrália, numeracia é, por vezes, usada para abranger mais do que o número, incluindo “sentido de número, sentido de medida e de dados e sentido espacial” (McIntosh & Dole, 2000, p. 34). A par desta indefinição no que concerne às áreas da Matemática a que se associa numeracia, este termo mostrou-se desadequado para designar o modo como os números podem ser usados em situações do dia-a-dia. Em alguns estudos realizados nos Estados Unidos na década de 80 do século XX, o termo numeracia é entendido simplesmente como o conjunto de capacidades aritméticas básicas necessárias aos cidadãos para darem resposta aos problemas numéricos do seu dia-a-dia (McIntosh et al., 1992). Para além de este entendimento de numeracia ser restritivo, por se referir a capacidades numéricas básicas, para Dunphy (2007) mostra-se também desadequado quando se pretende designar o modo como cada um usa os números nas suas experiências quotidianas. Na perspetiva desta autora, pensando, por exemplo, nas crianças, não será útil caracterizar a sua numeracia, porque “estão num processo de desenvolvimento de alguns dos caminhos através dos quais os números podem ser usados nas atividades diárias” (Dunphy, 2007, p. 7). Assim, na sua perspetiva, o termo numeracia é desadequado para

sublinhar a ideia de que a compreensão sobre o modo como os números podem ser usados no dia-a-dia é um processo em desenvolvimento.

Há ainda autores para os quais o conceito de numeracia não equivale, mas entrecruza-se com o conceito de sentido de número. Por exemplo, Kaminski (2002), entendendo numeracia como a capacidade de processar, comunicar e interpretar a informação numérica em diversos contextos, considera que este conceito é diferente do de sentido de número, apesar de ambos coincidirem em alguns aspetos. Em comum têm, essencialmente, a ideia de se relacionar com a capacidade de interpretação dos números em diversos contextos. Contudo, na perspetiva desta autora, ter sentido de número vai para além desta capacidade, ao relacionar-se com uma certa intuição para os números, com um determinado grau de conforto em lidar com eles e com a facilidade em usá-los nas suas próprias experiências (Kaminski, 2002).

As razões para a necessidade de procurar um ‘novo’ constructo – o sentido de número – em vez de numeracia, parecem relacionar-se essencialmente com a multiplicidade de entendimentos acerca deste último termo. Nesta multiplicidade surgem algumas indefinições acerca das áreas da matemática que engloba, entendimentos restritivos no que respeita ao nível de capacidades numéricas a que se refere e uma certa incompletude para representar, na totalidade, os aspetos que caracterizam o modo como os números são ou podem ser usados em diversas situações do dia-a-dia.

O significado a atribuir a sentido de número e o modo como este se manifesta são aspetos que surgem associados e que têm reunido o interesse de alguns investigadores nas áreas da Educação Matemática (Kaminski, 2002; McIntosh et al., 1992; Reys, 1989; Sowder & Schappelle, 1989; Yang et al., 2008b) e da Psicologia Cognitiva (Berch, 2005; Case, 1989; Greeno, 1989; Resnick, 1989). Um dos momentos mais marcantes de reflexão e discussão sobre este tema teve lugar nos Estados Unidos, durante a conferência *Establishing Foundations for Research on Number Sense and Related Topics* (Sowder & Schappelle, 1989), que contou com investigadores destas duas áreas. Os relatos desta conferência evidenciam diferentes entendimentos acerca do que se deve valorizar quando se pensa em sentido de número, mas constituem, sobretudo, contributos importantes para a construção do(s) significado(s) que lhe são atribuídos atualmente na investigação.

Numa perspetiva psicológica, salientam-se os contributos que apresentam, nesta conferência, Greeno (1989), Case (1989) e Resnick (1989). Estes autores focam-se no modo como é exibido/manifestado o sentido de número e problematizam-no enquanto conhecimento num determinado domínio. Greeno (1989) adverte que uma caracterização de sentido de número não pode cingir-se ao que se conhece acerca dos números e das quantidades. Na perspetiva deste autor, é restritivo entender o conhecimento de um determinado domínio como um subconjunto de factos, conceitos e princípios que lhe estão associados, considerando que “inclui saber os recursos que lhe estão disponíveis no contexto, assim como, a habilidade de encontrar e usar os recursos que podem ajudar a compreender e a raciocinar” (p. 45). Deste modo, referindo-se em particular ao domínio dos números e das quantidades, este autor identifica dois aspetos essenciais que caracterizam o sentido de número: a flexibilidade em operar com números e a estimação, incluindo neste último, o cálculo por estimativa e os julgamentos e inferências acerca de quantidades com valores numéricos. Seguindo a sua perspetiva acerca do conhecimento num determinado domínio, acrescenta que uma pessoa com sentido de número tem facilidade em se apropriar do contexto, pelo que conhece as relações que podem ser usadas e as operações a que pode recorrer. Para além destes aspetos, é também sensível a diferentes caminhos através dos quais as quantidades e os números podem ser transformados e reconhece quando está perante valores aproximados ou valores exatos.

Tal como Greeno (1989), também Resnick (1989) e Case (1989) consideram que o sentido de número não deve ser encarado simplesmente como um conhecimento matemático básico, na aceção que corresponde apenas a um conjunto de procedimentos que cada um de nós exhibe. Contudo, estes dois últimos autores parecem apresentar perspetivas diferentes acerca da sua natureza. Para Resnick (1989) o sentido de número corresponde a um pensamento de ordem superior que tende a ser complexo. Muitas vezes produz soluções múltiplas e envolve diferentes julgamentos e interpretações, aplicação de diferentes critérios, incerteza, auto regulação dos processos de pensamento, atribuição de sentido e esforço. Já Case (1989) acentua a sua natureza intuitiva, afirmando que o sentido de número se relaciona com o “conhecimento intuitivo acerca dos números e das transformações numéricas” (p. 57). Na perspetiva deste autor, um modelo de

caracterização de sentido de número deve atender a este “sentido intuitivo (*intuitive sense*)” (p. 58) com que cada um lida com os números e as operações.

Na área da investigação em Educação Matemática destacam-se os contributos de Reys (1989), Carpenter (1989), Silver (1989) e Sowder (1989) que se centram, sobretudo, nas capacidades matemáticas que o sentido de número envolve e no modo como este pode ser desenvolvido. Reys (1989) resume o seu entendimento de sentido de número como “uma visão global e pessoal da Matemática” (p. 73), que se evidencia pelo modo de pensar e de lidar com os números. Esta autora considera que a descrição de sentido de número apresentada no documento Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar (NCTM, 1989/1991) inclui os elementos principais que o permitem caracterizar, constituindo um bom ponto de partida para a discussão do seu significado. Reafirma, assim, que o sentido de número inclui: (i) uma sólida compreensão do significado de número e de relações entre números; (ii) uma boa compreensão das grandezas relativas dos números, (iii) o conhecimento acerca do efeito de usar um número como operador nos outros números e (iv) a consciência da existência de números de referência usados no dia-a-dia. Sugere, contudo, que o conhecimento das operações aritméticas deve ser explicitamente incluído na caracterização de sentido de número.

O significado de sentido de número apresentado por Carpenter (1989) e Silver (1989) na mesma conferência inclui este aspeto. Carpenter (1989) caracteriza sentido de número como sendo a capacidade de operar com os números de um modo flexível. É interessante observar que, ao contrário de Greeno (1989) que inclui a estimação na sua descrição de sentido de número, Carpenter (1989) não o faz de modo explícito. Contudo, realça a sua importância na consecução e desenvolvimento da estimação, argumentando que, ao estimar, um aluno com um bom sentido de número usa o número na sua totalidade (em vez de trabalhar com os seus dígitos) e tem a noção da proximidade ao valor exato dos resultados a que vai chegando em cada passo. Entendendo o sentido de número como a capacidade de dar sentido aos números, Silver (1989) vê na flexibilidade em lidar com os números uma forma de evidência de sentido de número, a par de outras, tais como: a capacidade da realização de julgamentos sobre a razoabilidade dos números, o uso de diferentes representações dos números e a compreensão do contexto em que eles surgem.

Assim, para este autor, constituem exemplos de manifestação de sentido de número “estimar antes, e, depois de calcular, julgar a razoabilidade desses cálculos e usar a grandeza relativa dos números e das referências numéricas (tal como factos básicos) para orientar atividades quantitativas” (p. 92).

Numa tentativa de integrar e refletir sobre os diferentes contributos dos autores que participaram na conferência acima referida, Sowder (1989) afirma que o sentido de número “é uma rede concetual bem organizada que permite a uma pessoa relacionar os números e as propriedades das operações” (p. 4) e pode ser evidenciado através do recurso a caminhos flexíveis e criativos para resolver problemas que envolvem números. Concordando com Greeno (1989), Resnick (1989) e Case (1989), afirma que o sentido de número não deve ser visto como um corpo de conhecimentos. Na sua perspetiva, constitui sobretudo um modo de pensar, que se caracteriza pela capacidade de usar a grandeza relativa e absoluta dos números, para fazer julgamentos qualitativos e quantitativos através: (i) da comparação de números, (ii) do reconhecimento da razoabilidade dos resultados dos cálculos e (iii) do uso de algoritmos não estandardizados (métodos de cálculo diferentes do algoritmo convencional) para estimar e calcular mentalmente (Sowder, 1989).

A procura do significado de sentido de número permite realçar aspetos diferentes que podem estar associados a esta expressão, dependendo do foco de análise que se assume e, mediante este, sobressaem alguns consensos e também algumas divergências. De entre as descrições que se situam na área da psicologia cognitiva, parece consensual que o sentido de número não deve ser encarado como algo que corresponde simplesmente a um conjunto de conhecimentos e capacidades (Case, 1989; Greeno, 1989; Resnick, 1989; Sowder, 1989). Contudo, existem algumas divergências quanto ao entendimento acerca da natureza desse conhecimento, sendo encarado por uns como um conhecimento/capacidade de ordem superior (Resnick, 1989) e visto por outros como essencialmente intuitivo (Case, 1989; Greeno, 1989). Embora reconhecendo que o sentido de número inclui esta vertente intuitiva, Berch (2005) adverte para o perigo de se encarar o sentido de número numa perspetiva simplista. Na sua perspetiva, é um constructo complexo que incorpora diversas componentes, sendo algumas delas de ordem superior. Por exemplo, envolve:

uma profunda compreensão das relações e princípios matemáticos, um elevado grau de fluência e flexibilidade com as operações e procedimentos, o reconhecimento e a apreciação da consistência e da regularidade da matemática e a facilidade de trabalhar com expressões numéricas. (p. 334)

Maior consenso parece existir em torno da ideia de que o sentido de número inclui a capacidade de atribuir sentido aos números e de lidar com eles de forma flexível (Carpenter, 1989; Greeno, 1989; Reys, 1989; Silver, 1989; Sowder, 1989). Este consenso alarga-se ao entendimento do modo como o sentido de número se manifesta – através do uso flexível dos números em situações de cálculo mental e de estimação, nomeadamente na forma como se lida com a grandeza dos números e analisa a razoabilidade dos resultados (Carpenter, 1989; Greeno, 1989; Reys, 1989; Silver, 1989; Sowder, 1989).

Uma das descrições de sentido de número que tem orientado diversas investigações sobre esta temática, e que é assumida também neste estudo, é a apresentada por McIntosh et al. (1992). Integrando os contributos de investigadores em educação matemática e da psicologia cognitiva, estes autores afirmam que:

O sentido de número refere-se a uma compreensão geral do indivíduo sobre os números e as operações, juntamente com a capacidade e inclinação para usar essa compreensão de modo flexível, para fazer juízos matemáticos e para desenvolver estratégias úteis para lidar com os números e com as operações. Reflete uma capacidade e uma tendência para usar os números e os métodos quantitativos como um meio de comunicação, processamento e tratamento de informação. (p. 3)

Tal como McIntosh et al. (1992), nos últimos anos, vários autores têm apresentado descrições de sentido de número, salientando algumas das características já referidas anteriormente e incorporando as que se mostram consensuais. Estas descrições realçam a dimensão pessoal de sentido de número e destacam a ideia de flexibilidade para lidar com problemas numéricos em contextos reais. Por exemplo, Anghileri (2006) descreve sentido de número como uma tendência para estabelecer relações numéricas e para efetuar cálculos de forma flexível quando se resolvem problemas numéricos, o que possibilita interpretar novos problemas à luz do que já se conhece. Para esta autora, as pessoas que evidenciam esta tendência e esta capacidade têm uma ‘sensibilidade’ para os números. Também, Yang (2003a), apresentando uma descrição de sentido de número mais simplificada e reduzida

do que a de McIntosh et al. (1992), salienta estes aspetos, descrevendo sentido de número do seguinte modo:

O sentido de número refere-se a uma compreensão pessoal e geral dos números e das operações e à habilidade para lidar com situações do dia-a-dia que envolvam números. Esta traduz-se na habilidade de desenvolver estratégias úteis, flexíveis e eficientes para lidar com problemas numéricos. (Yang, 2003a, p. 116)

Embora existam algumas tentativas de descrever sentido de número, dada a sua complexidade e características holísticas (Dunphy, 2007), são vários os autores, incluindo alguns dos que apresentam as descrições supra mencionadas, que chamam a atenção para a dificuldade em definir exatamente e com precisão este conceito (Dunphy, 2007; McIntosh et al., 1992; Resnick, 1989; Trafton, 1989). Contudo, estes mesmos autores referem que é possível identificar o sentido de número quando este se manifesta. Por exemplo, Trafton (1989) afirma explicitamente que “nós somos capazes de reconhecer o sentido de número quando o vemos, mas é difícil defini-lo e discuti-lo com precisão” (p. 74). Por este motivo, alguns autores têm-se debruçado sobre o modo como o sentido de número se manifesta, tentando construir quadros teóricos que permitem examiná-lo (McIntosh et al., 1992; Yang, 2003a, 2005; Yang et al., 2004, 2008a), aspeto que será aprofundado na secção seguinte.

Na discussão aqui apresentada sobre o sentido de número não foi ainda abordada a questão da sua origem. Como vimos, existe algum consenso acerca da dimensão pessoal do sentido de número. Efetivamente, palavras como predisposição, capacidade, intuição e sensibilidade são comumente usadas por diversos autores para o descreverem. Numa ampla análise da literatura acerca do sentido de número, Berch (2005) recorre a estudos realizados no campo dos sistemas neuro cognitivos, que se têm questionado acerca da origem do sentido de número. Alguns destes estudos apontam para a importância destes sistemas como suporte das capacidades numéricas elementares, mas salientam como fundamental as experiências das crianças (jogos e outras atividades em que participam) para fazer emergir essas capacidades. Nesta perspetiva, o sentido de número relaciona-se com um “substrato cerebral especializado” (Berch, 2005, p. 336), mas “não constitui uma entidade imutável e fixa” (p. 336). Por exemplo, Dehaene (2001a, 2001b, 2001c), uma

investigadora que se debruça sobre questões da cognição e da neurologia e que tem dado particular atenção às questões relacionadas com o sentido de número, afirma que “a nossa capacidade de dar sentido ao mundo através da matemática deve-se à interiorização e evolução de representações na mente humana e no cérebro” (Dehaene, 2001b, p. 16). Referindo-se, em particular, ao modo como é ‘usado’ o conhecimento aritmético, afirma que as crianças processam este tipo de conhecimento e que redes específicas de áreas do cérebro são ativadas durante esse processamento (Dehaene, 2001a). Respondendo às críticas de uma visão pré-determinista sobre as capacidades numéricas dos indivíduos, esta autora argumenta que o tipo de experiências, incluindo o ensino, pode melhorar as representações mentais pré-existentes, sugerindo uma aposta da investigação no estudo desta relação (Dehaene, 2001c).

Encarando o sentido de número como um processo que se desenvolve a partir das experiências pessoais, é legítimo questionar o papel da escola nesse desenvolvimento. Efetivamente, são vários os autores que referem que o sentido de número se desenvolve gradualmente e discutem as abordagens de ensino que suportam o desenvolvimento conceptual do sentido de número de crianças e jovens, considerando que as características do ambiente de sala de aula e das tarefas que se propõem são fundamentais para esse desenvolvimento (Carpenter, 1989; Greeno, 1989; Reys, 1989, 1994; Reys & Yang, 1998; Sowder, 1989). Este assunto será discutido com mais pormenor no capítulo 4.

As reflexões de Dunphy (2007) acerca desta temática resumem aspetos essenciais da discussão acerca de sentido de número apresentada nesta secção. Assim, em síntese, sentido de número: (i) é uma construção holística que é difícil de definir; (ii) relaciona-se com o desenvolvimento de uma ampla compreensão, de habilidades e atitudes sobre os números, (iii) é um constructo que se estende para além do que geralmente é associado a numeracia, (iv) é manifestado pela capacidade de pensar de forma flexível sobre o número e (v) está intimamente relacionado com o desenvolvimento de uma intuição e disposição para os números (Dunphy, 2007).

2.2 Componentes do sentido de número

Um dos aspetos que caracteriza o sentido de número é ser pessoal, na aceção que cada indivíduo terá um modo próprio de olhar para os números e de lidar com eles. Reconhecendo esta especificidade, McIntosh et al. (1992) assumem a dificuldade em identificar todos as componentes do sentido de número. Consideram, contudo, a possibilidade e utilidade da construção de um quadro de referência que inclua componentes chave do sentido de número que permitam analisá-lo. Também Yang, autor que tem realizado e participado em inúmeros estudos sobre este tema (Yang, 2003a, 2003b, 2005; Yang et al., 2004, 2008a, 2008b), tem analisado o sentido de número de alunos de diversos níveis de ensino e procurado identificar as suas componentes. Apresento nas duas subsecções seguintes os contributos destes autores relativos à identificação das componentes do sentido de número.

2.2.1 Os contributos de McIntosh, Reys e Reys

A Tabela 2.1 sintetiza o quadro de referência de análise do sentido de número proposto por McIntosh et al. (1992). A primeira coluna inclui três grandes áreas através das quais o sentido de número pode ser examinado: (i) o conhecimento e a destreza com os números, (ii) o conhecimento e a destreza com as operações e (iii) a aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo. Cada uma de estas áreas subdivide-se em diversas componentes relacionadas com os números e/ou as operações, como mostra a segunda coluna da Tabela 2.1 Dado que, neste estudo, a análise dos aspetos mais diretamente relacionados com o sentido de número é orientada por este quadro de referência, irei, em seguida, descrever cada das componentes incluídas nas respetivas áreas, apresentando, sempre que considerar essencial, exemplos que permitam concretizá-las e que se ligam diretamente com os aspetos que constam na terceira coluna da mesma tabela.

Tabela 2.1 - Quadro de referência de análise do sentido de número proposto por McIntosh et al. (1992)

Conhecimento e destreza com os números	Sentido da ordenação dos números	Valor de posição
		Relações entre tipos de números
		Ordenação de números do mesmo tipo ou entre tipos de números
	Múltiplas representações dos números	Gráficas/simbólicas
		Formas numéricas equivalentes (incluindo decomposição/recomposição)
		Comparação com números de referência
	Sentido das grandezas, relativa e absoluta dos números	Comparação com referenciais físicos
		Comparação com referenciais matemáticos
	Sistemas de valores de referência	Matemáticos
		Pessoais
Conhecimento e destreza com as operações	Compreensão do efeito das operações	Operações com números inteiros
		Operações com frações/decimais
	Compreensão das propriedades matemáticas	Comutativa
		Associativa
		Distributiva
		Identities
		Inversas
	Compreensão das relações entre as operações	Adição/Multiplicação
		Subtração/divisão
		Adição/subtração
		Multiplicação/divisão
Aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo	Compreensão para relacionar o contexto de um problema e os cálculos necessários	Reconhecimento de dados como exatos ou aproximados
		Conscientização que as soluções podem ser exatas ou aproximadas
	Conscientização da existência de múltiplas estratégias	Capacidade para criar e/ou inventar estratégias
		Capacidade para reconhecer estratégias diferentes
		Capacidade para selecionar uma estratégia eficaz
	Inclinação para usar representações e/ou métodos eficazes	Facilidade com vários métodos (mentais, calculadoras, papel e lápis)
		Facilidade para escolher números eficazes
	Inclinação para rever os dados e a razoabilidade do resultado	Reconhecer a razoabilidade dos dados
		Reconhecer a razoabilidade dos cálculos

Conhecimento e destreza com os números. Esta área inclui: (i) o sentido de ordenação dos números, (ii) as múltiplas representações dos números, (iii) o sentido das grandezas (absolutas e relativas) dos números e (iv) os sistemas de valores de referência.

O sentido de ordenação dos números engloba a compreensão do sistema indo-árabe, nomeadamente das suas características e do modo como este sistema se encontra organizado. Sendo um sistema posicional, numa fase inicial da aprendizagem dos números, implica perceber que os algarismos assumem um valor de posição no número, aspeto que

se relaciona com a capacidade de ordenar números do mesmo tipo e, posteriormente, de diferentes tipos e de os relacionar. Estes autores exemplificam estes aspetos tendo em conta as aprendizagens numéricas que os alunos vão realizando ao longo da sua escolaridade. Referem, por exemplo, que para as crianças efetuarem a contagem a partir de 20, quer oralmente quer graficamente, é fundamental apoiarem-se nos padrões identificados na contagem até 20. Também, ao explorarem os números decimais, os alunos podem reconhecer e repetir padrões quando contam de 0 a 10, por décimas, e, de 0 a 1, por centésimas. Estes exemplos ilustram também uma ideia importante associada ao sentido da regularidade dos números – quando os alunos compreendem a ordenação dos números e as regularidades do sistema de numeração, começam a usar esse conhecimento noutras situações.

O conhecimento e a destreza com os números envolvem, igualmente, conhecer múltiplas representações dos números. Esta componente relaciona-se com a compreensão do modo como os números surgem em diversos contextos e como podem ser expressos, gráfica e simbolicamente, de diferentes formas. Reconhecer que $2 + 2 + 2 + 2$ é o mesmo que 4×2 e que $75\% = 3/4 = 0,75$ são alguns exemplos apresentados por estes autores para ilustrarem este aspeto. Salientam que esta capacidade pode ser útil para relacionar conceitos (por exemplo, o primeiro conjunto de representações envolve a relação entre as operações adição e a multiplicação) e para informar a escolha das que são mais úteis na resolução de um determinado problema (por exemplo, perante o reconhecimento do segundo conjunto de representações, o aluno poderá decidir qual delas se mostra mais fácil e útil de usar – neste caso, 75%, 3/4 ou 0,75). Recorrer a formas numéricas equivalentes, nomeadamente através da decomposição e recomposição dos números, é outro dos elementos caracterizadores desta componente e que se revela de grande utilidade em situações de cálculo. McIntosh et al. (1992) ilustram esta ideia, afirmando que nos primeiros anos de escolaridade, os alunos para efetuarem, por exemplo, $25 + 27$ poderão recorrer à decomposição do número 27 em $25 + 2$, adicionar 25 com 25, em seguida acrescentar 2, obtendo o resultado 52. Por fim, esta componente inclui também a capacidade comparar os números com sistemas de referência, que podem ser gráficos ou numéricos. Por exemplo, um aluno poderá pensar na fração $5/8$ como parte de um círculo

(representação gráfica) ou, entre outras opções, compará-la com frações de referência, concluindo que é maior que $1/2$ e menor que $3/4$.

O sentido da grandeza relativa e absoluta dos números é outra das componentes associadas à área do conhecimento e destreza com os números. Diz respeito à capacidade de, perante números ou quantidades, reconhecer o seu valor relativamente a outros números ou quantidades. Para ilustrar esta ideia, McIntosh et al. (1992) referem, por exemplo, que uma criança do 3.º ano de escolaridade (cerca de 8 anos) poderá não ter a noção da ordem de grandeza da quantidade 1000. Para que possa adquirir esta noção, devem ser propostas situações em que surja este número em diversos contextos. Por exemplo, pode perguntar-se à criança, “viveste mais ou menos do que 1000 dias?” (p. 6) e “quanto tempo é necessário para contar até 1000?” (p. 6). Efetivamente, 1000 pode representar uma quantidade grande ou pequena de acordo com o contexto em que surge este número e o referencial que se adota. Na primeira situação, 1000 representa uma quantidade pequena relativamente ao número de dias que uma criança com esta idade já terá vivido. Contudo, se compararmos as duas situações e pensarmos que 1000 representa a quantidade de tempo, na primeira situação este número representa uma quantidade de tempo muito superior à que assume na segunda situação. A ideia central será, assim, dar oportunidade às crianças de refletirem sobre a grandeza dos números e das quantidades, tendo em conta o contexto em que eles surgem.

Por fim, o uso de sistemas de valores de referência é outra das componentes desta área. Essencialmente, esta componente implica olhar para os números e tomar decisões ou tirar conclusões através da sua comparação com outros números que servem de referência. Por exemplo, o reconhecimento que “a soma de dois números com dois algarismos cada um é inferior a 200, que 0,98 está perto de 1 ou que $4/9$ é pouco menor que $1/2$ ” (p. 6), ilustra o uso de valores de referência (200, 1 e $1/2$, respetivamente), todos eles matemáticos. Podem, contudo, ser usados valores de referência pessoais. Por exemplo, uma pessoa que recorre ao valor do seu próprio peso para estimar o peso de outra pessoa, estará a usar uma referência pessoal. O uso de sistemas de valores de referência, quer sejam pessoais ou matemáticos, permite, assim, apoiar os raciocínios matemáticos,

facilitando a análise da razoabilidade de um determinado resultado em situações de cálculo, a análise da grandeza dos números e a realização de estimativas.

Conhecimento e destreza com as operações. McIntosh et al. (1992) identificam as seguintes componentes associadas a esta área: (i) a compreensão do efeito das operações, (ii) a compreensão das propriedades matemáticas das operações e (iii) a compreensão das relações entre as operações.

A compreensão do efeito das operações relaciona-se com a conceptualização das operações e com a perceção do que sucede aos vários números quando são operados entre si. McIntosh et al. (1992) recorrem à operação multiplicação para ilustrar os aspetos que estão associados a esta componente. Afirmam que no trabalho em torno desta operação, numa fase inicial, é importante propor aos alunos diversas situações que envolvam adições sucessivas de uma mesma quantidade. Estas propostas ajudam os alunos a compreender a multiplicação enquanto operação e fornecem-lhes modelos que os ajudam a resolver situações semelhantes. Contudo, estes autores advertem para o facto de poderem surgir algumas generalizações incorretas quando se pensa na multiplicação como adições repetidas. Efetivamente, nem sempre o produto de dois números é superior ou igual aos seus fatores, dependendo do universo numérico que se está a considerar. Assim, no que respeita às operações em geral, é importante propor situações que permitam explorar vários modelos de cada uma delas, envolvendo diferentes tipos de números em diversos contextos.

A compreensão das propriedades matemáticas associadas às operações é outra das componentes essenciais do sentido de número. McIntosh et al. (1992) salientam a sua utilidade na realização de cálculos por parte dos alunos e criticam o facto de, frequentemente, estas lhes serem apresentadas como óbvias. Para estes autores, um aluno com bom sentido de número recorre às propriedades das operações para efetuar determinados cálculos. Por exemplo, “quando multiplica 36×4 mentalmente pode pensar: 4×35 e 4×1 , em $140 + 4$ ou em 144. Nesta situação aplica a comutatividade, ao alterar a ordem dos fatores para 4×36 , e também usa a propriedade distributiva, ao decompor 4×36 em $4 \times 35 + 4 \times 1$ ” (p. 7).

A compreensão das relações entre as operações contribui, sobretudo, para ampliar as possibilidades de resolução de problemas. Efetivamente, para resolver um problema ao qual está associada uma determinada operação, o aluno pode recorrer a diferentes estratégias que envolvem outras operações, de acordo com, o que em determinado momento, se sente mais confortável. Para ilustrar esta ideia, estes autores apresentam diferentes opções de resolução perante o seguinte problema: “Quantas rodas há em 8 triciclos?” (p. 7). Na verdade, os alunos podem efetuar $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$, $6 + 6 + 6 + 6$, 8×3 ou 4×6 , caminhos que, embora revelem graus de eficiência diferente, recorrem a diferentes operações e refletem um modo pessoal de pensar sobre o problema. Relativamente a problemas aos quais estão associados as operações subtração ou divisão, salientam, o poder do uso das respetivas operações inversas por, na maioria das vezes, constituírem formas mais fáceis de os resolver. Advertem, contudo, que estas opções não correspondem a uma falta de aptidão para usar uma determinada operação, mas, na verdade, resulta de uma escolha do aluno, que compreende a relação entre as operações e que entende ser mais ‘confortável’ fazê-lo. Realçam, ainda, a importância da compreensão da relação inversa entre as operações quando se ampliam os universos numéricos. Referem, por exemplo, a sua importância para a compreensão que multiplicar um número por 0,1 corresponde a dividir esse número por 10 e dividir um número por 0,1 equivale a multiplicar esse número por 10.

Aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo. Para esta área de análise do sentido de número, McIntosh et al. (1992) propõem quatro componentes: (i) a compreensão para relacionar o contexto de um problema e os cálculos necessários, (ii) a consciencialização da existência de múltiplas estratégias, (iii) a inclinação para usar representações e/ou métodos eficazes e (iv) a inclinação para rever os dados e a razoabilidade do resultado.

A compreensão para relacionar o contexto de um problema e os cálculos necessários é uma componente fundamental do sentido de número dos alunos. Efetivamente, os contextos dos problemas fornecem pistas acerca da operação ou das operações que podem ser usadas, dos números que importam considerar, do tipo de números envolvidos (exatos ou aproximados) e do tipo de resultado que se pretende obter

(exato ou aproximado). Para ilustrar este conjunto de decisões, McIntosh et al. (1992) apresentam dois problemas envolvendo preços de dois produtos. Se a questão for saber o dinheiro que se gasta para os comprar, o aluno terá de compreender que a resposta ao problema é um valor exato. Se a questão for saber se determinada quantia de dinheiro é suficiente para pagar os produtos, o aluno poderá optar por fazer uma estimativa do custo dos dois produtos (recorrendo a valores aproximados dos mesmos) e comparar com o dinheiro disponível. Isto não significa que, no primeiro problema, o aluno não possa recorrer a valores aproximados durante o seu processo de resolução. Na verdade, poderá optar por adicionar os valores dos preços dos produtos ou decidir recorrer a valores aproximados desses valores, adicioná-los e ao resultado retirar o valor do excesso das aproximações efetuadas. Naturalmente, estas decisões dependem dos números envolvidos no contexto do problema, podendo o aluno não sentir a necessidade de recorrer a valores aproximados. Tal como ilustram estes exemplos, a resolução de um problema envolve um conjunto de decisões que resultam da compreensão do contexto e do modo como cada um relaciona esse contexto com os cálculos a efetuar.

A consciencialização da existência de múltiplas estratégias é uma componente que se mostra fundamental em vários momentos da resolução de um problema, aos quais estão associadas três capacidades: (i) selecionar uma estratégia eficaz (ii) criar e/ou inventar estratégias, (iii) reconhecer estratégias diferentes. Quando um aluno com bom sentido de número toma as primeiras opções acerca da estratégia que vai seguir para resolver um determinado problema que envolve números, opta por aquela que, à partida, lhe parece mais apropriada (de acordo com o contexto do problema e as questões que lhe estão associadas) e que acredita ser eficaz. Contudo, durante o processo de resolução, esta estratégia pode mostrar-se ineficaz. Neste caso, esse aluno tenderá a reformular o caminho inicialmente escolhido, criando ou inventando outras estratégias. Quando após a sua resolução reflete sobre as opções tomadas, pode identificar vantagens e desvantagens da estratégia usada, reconhecendo, eventualmente, que existiriam outros caminhos de resolução do problema, também eles adequados. McIntosh et al. (1992) advertem que estes processos ocorrem porque o aluno tem sempre presente que existem várias opções que ele pode tomar e diferentes caminhos que pode seguir, pelo que, nesta componente “a ênfase

está na consciência geral que existem diferentes estratégias, mais do que no processo metacognitivo de escolher, executar e rever os vários resultados” (p. 8).

A inclinação para usar representações e/ou métodos eficazes é outra das componentes que caracteriza um aluno com bom sentido de número e está intimamente ligada com a consciência da existência de múltiplas estratégias para resolver um problema que envolve números. Efetivamente, de entre várias estratégias, um aluno nestas condições, escolhe uma que é eficaz, optando por métodos de cálculo que se mostram apropriados (que podem ser mentais, com recurso à calculadora ou ao papel e lápis), mostrando facilidade em utilizar estes métodos e em escolher números eficazes/adequados. Esta apetência relaciona-se com as experiências anteriores e deve ser analisada tendo em conta o nível de escolaridade dos alunos. Por exemplo, um aluno do 2.º ano de escolaridade que, para efetuar $8 + 7$, em vez de contar um a um a partir de um dos números, opte por efetuar mentalmente $7 + 7 + 1$, justificando que $7 + 7$ é 14, mostra ter um bom sentido de número. Este aluno usou um conhecimento que adquiriu anteriormente ($7 + 7 = 14$) e um método eficaz de cálculo. McIntosh et al. (1992) afirmam que um aluno com um sentido de número pouco desenvolvido tenderá a recorrer sempre ao mesmo método de cálculo, por falta de segurança em outros métodos ou por não os conhecer. Em contrapartida, um aluno com bom sentido de número mostra confiança em usar diferentes métodos de cálculo, consoante os números envolvidos.

Por fim, de entre as componentes da terceira área, McIntosh et al. (1992) incluem ainda a inclinação para rever os dados e a razoabilidade do resultado. Trata-se de ter a tendência e de ser capaz de analisar os resultados a que se chegou e os cálculos efetuados, mediante o problema que foi proposto. De acordo com estes autores, apesar de esta reflexão fazer parte do processo de resolução de problemas, geralmente, os alunos tendem a não se envolver nele, por não considerarem importante o resultado a que chegaram para a resolução de uma situação prática e imediata.

2.2.2 Os contributos de Yang

Num dos seus primeiros estudos, Yang (2003a) apresenta as seguintes cinco componentes com vista a análise do sentido de número de alunos do 5.º ano de escolaridade, no qual o trabalho com números racionais constitui um aspeto central:

- (1) Compreensão dos significados básicos dos números. Implica atribuir sentido aos números e desenvolver uma compreensão conceptual dos números.
- (2) Reconhecimento da grandeza dos números. Inclui três capacidades: (i) comparar números (números inteiros, frações, decimais, etc.), (ii) ordenar corretamente números e (iii) reconhecer a densidade dos números.
- (3) Uso apropriado de sistemas de referência. Refere-se à habilidade de desenvolver e de usar, de modo flexível, sistemas de referência em diferentes situações.
- (4) Compreensão do efeito relativo das operações nos números. Abrange a capacidade para identificar as consequências produzidas pelas operações nos resultados dos problemas numéricos.
- (5) Desenvolvimento de diferentes estratégias apropriadas e avaliação da razoabilidade das respostas. Implica o desenvolvimento de diferentes estratégias (estimação e cálculo mental) para resolver problemas de modo apropriado e para saber/perceber se o resultado é ou não razoável.

No que se refere à definição de componentes de análise do sentido de número, uma característica que se pode observar nos trabalhos realizados por Yang é o ajuste/adequação dessas componentes ao ciclo de escolaridade. Por exemplo, em estudos que realizou com alunos do 6.º ano (Yang, 2005; Yang et al., 2004), este autor recorre às mesmas cinco componentes apresentadas no estudo anteriormente referido (Yang, 2003a). Contudo, mais recentemente, num estudo que visa analisar o sentido de número de alunos do 3.º ano de escolaridade (Yang et al., 2008a), apresenta as seguintes componentes: (a) a compreensão do significado dos números e das operações, (b) o reconhecimento da grandeza dos números, (c) a capacidade de compor e decompor números, (d) o reconhecimento dos efeitos das operações nos números e (e) o desenvolvimento de diferentes estratégias apropriadas e a avaliação da razoabilidade dos resultados.

Comparando este conjunto de componentes com o que foi apresentado anteriormente, pode observar-se o foco em aspetos que se mostram fundamentais em cada um dos anos de escolaridade. Por exemplo, no primeiro conjunto, o enfoque do trabalho em torno do significado das frações no 5.º e 6.º anos, não inclui a referência do significado das operações com estes números, mas inclui uma componente que permite analisar o uso de sistemas de referência, aspeto que se mostra fundamental no trabalho com números racionais neste ciclo de escolaridade. No estudo realizado no 3.º ano de escolaridade (Yang et al., 2008a), a primeira componente apresentada, para além do significado dos números, inclui o significado das operações e a ‘composição e decomposição de números’ assume-se como uma componente de análise do sentido de número (componente (c)), dada a sua importância no desenvolvimento de estratégias de cálculo eficazes neste ano de escolaridade.

De um modo geral, nos diversos estudos em que Yang participa (Yang, 2003a, 2005; Yang et al., 2004, 2008a), as primeiras quatro componentes do sentido de número que se apresentam em seguida mantêm-se praticamente inalteradas ou incluem pequenos ajustes. A quinta componente é diferente e é identificada de acordo com o nível de escolaridade em que os alunos se encontram:

- Compreensão dos números e as operações
- Reconhecimento da grandeza relativa dos números
- Reconhecimento do efeito das operações nos números
- Desenvolvimento de diferentes estratégias apropriadas para resolver problemas e avaliação da razoabilidade dos resultados
- Uso de sistemas de referência (Yang, 2003a, 2005; Yang et al., 2004); a habilidade de compor e decompor números (Yang et al., 2008a).

Tal como acontece com o significado atribuído por este autor a sentido de número (ver secção 2.1) também estas componentes são fortemente inspiradas no trabalho de McIntosh et al. (1992). Contudo, o modelo apresentado por Yang parece corresponder a uma simplificação e aglutinação de componentes de análise do sentido de número apresentadas por McIntosh et al. (1992). Yang elimina a distinção entre componentes que pertencem a áreas designadas por ‘conhecimento e destrezas’ e as que se relacionam com a

‘aplicação de conhecimentos e destrezas’, mas preserva nas descrições das componentes que apresenta os diferentes aspetos incluídos na terceira coluna da Tabela 2.1. do modelo de McIntosh et al. (1992).

2.3 A investigação sobre o sentido de número dos alunos

O sentido de número tem constituído o objeto de estudo de diversas investigações em diferentes níveis de ensino. O reconhecimento da importância das experiências e vivências das crianças no modo como lidam com os números, aliado ao forte interesse de profissionais da área da psicologia cognitiva pela temática do sentido de número, faz do pré-escolar um contexto muito escolhido para a realização de estudos nesta temática (Berch, 2005). Dadas as características do projeto colaborativo desenvolvido no âmbito deste estudo e as inúmeras investigações realizadas sobre esta temática, optei por focar-me apenas nas que foram realizadas com alunos.

Algumas dessas investigações centram-se no diagnóstico do sentido de número dos alunos (Beswick, Muir & McIntosh, 2004; Hsu, Yang & Li, 2001; Reys & Yang, 1998; Zangali & Ghazali, 1999; Yang, 2005; Yang et al., 2008a; Yang & Reys, 2002), visando, por vezes, também, testar modelos de componentes do sentido de número usados nesse diagnóstico (Hsu et al., 2001; Yang et al., 2008a; Yang, 2005) ou instrumentos que permitem avaliá-lo (Beswick et al., 2004). Outros estudos têm como propósito principal caracterizar e analisar o sentido de número dos alunos no âmbito de experiências de ensino ou de programas intencionalmente pensados para promover o seu uso e o seu desenvolvimento (Ferreira 2012; Markovits & Sowder, 1994; Mendes, 2012; Yang, 2003a).

Integrado no primeiro conjunto de estudos, Zangali & Ghazali (1999) analisaram o sentido de número de 406 alunos que terminaram o 1.º ciclo em escolas da Malásia. Tendo como referência as componentes do sentido de número apresentadas por McIntosh et al. (1992), este estudo conclui que, em geral, os alunos mostram facilidade em efetuar os

cálculos através do algoritmo (convencional), mas revelam dificuldades em compreender conceitos básicos relacionados com os números. Em particular, salienta uma fraca compreensão dos alunos sobre o efeito das operações nos números e das suas múltiplas representações.

Interessada em analisar as competências numéricas de alunos do 4.º ao 7.º ano de escolaridade, Menon (2004) realizou um teste a 750 alunos que frequentavam estes anos de escolaridade, dos quais cerca de 80% tinham obtido classificação máxima no exame em Matemática realizado no final do ano anterior. A 64 dos 750 alunos foram efetuadas entrevistas clínicas, com o intuito de aceder às suas explicações sobre as estratégias utilizadas. A análise dos dados deste estudo reforça a ideia que alunos com boas capacidades de realizar cálculos usando algoritmos (convencionais) nem sempre apresentam um bom pensamento intuitivo acerca dos números, ou seja, um bom sentido de número. Mostra, também, um decréscimo do recurso a procedimentos de estimativa, e portanto da tendência de mobilizar aspetos do sentido de número em prol do uso de procedimentos algorítmicos (algoritmos convencionais), à medida que aumenta o ano de escolaridade dos alunos.

Na sequência de uma investigação realizada por Reys e Yang (1998), que pretendeu avaliar o sentido de número de alunos de escolas Tailandesas do 6.º e 8.º anos de escolaridade, o segundo autor realizou um outro estudo com objetivos semelhantes, envolvendo alunos do 6.º ano de escolaridade de quatro escolas do mesmo país (Yang, 2005). Para além de identificarem um fraco sentido de número dos alunos, os dois estudos concluem que os que apresentam elevadas competências de cálculo escrito (algoritmo convencional), não correspondem necessariamente aqueles que, na resolução de problemas numéricos, usam estratégias que evidenciem sentido de número. O estudo de Yang (2005), que se focou na análise de estratégias de estimação, refere que os alunos tendem a usar procedimentos mecânicos de cálculo a que não conseguem ‘dar sentido’. Na perspetiva deste autor, esta tendência dos alunos limita e inibe outras formas de raciocínio e pensamento, nomeadamente as que envolvem aspetos do sentido de número e que se mostram fundamentais no desenvolvimento da capacidade de estimação.

O estudo de Yang et al. (2008a) é um exemplo de um estudo que, para além de ter como objetivo analisar o sentido de número dos alunos, visa simultaneamente, testar o modelo usado para a sua identificação. Estes autores partiram das seguintes componentes de análise do sentido de número usadas num estudo anteriormente realizado na Tailândia que envolveu alunos do 6.º ano de escolaridade (Hsu et al., 2001): (i) a compreensão do significado dos números e das operações, (ii) o reconhecimento da grandeza dos números, (iii) o reconhecimento dos efeitos das operações nos números e (iv) desenvolvimento de diferentes estratégias apropriadas e avaliação da razoabilidade dos resultados. O estudo de 2008, que envolveu 808 alunos tailandeses do 3.º ano de escolaridade, revela a presença destas quatro componentes nas estratégias usadas pelos alunos, salienta a dominância da componente ‘compreensão do significado dos números e das operações’ e sugere a importância da composição e decomposição dos números neste ano de escolaridade. Ao observarem a não total consonância com os resultados do estudo de 2001, que afirma existir dominância da componente reconhecimento da grandeza dos números, Yang et al. (2008a) sugerem que o domínio de uma determinada componente do sentido de número está associado aos conteúdos que são lecionados nos diferentes anos de escolaridade. Assim, uma vez que, na Tailândia, entre o 1.º e o 3.º ano de escolaridade, os alunos trabalham aspetos relacionados com a composição e decomposição de números, consideram que um modelo de análise do sentido de número do 1.º ciclo deve incluir este aspeto como componente.

Analogamente, com o duplo objetivo de analisar o sentido de número dos alunos e testar um instrumento que permita efetuar essa análise, Beswick et al. (2004) partiram de um teste já existente, inicialmente aplicado na Malásia e organizado em quatro módulos, que permite analisar aspetos relacionados com: (i) a contagem, (ii) o valor de posição, (iii) as operações adição e a subtração e (iv) as operações multiplicação e divisão. Centrando-se unicamente na contagem, este estudo visou a adaptação deste módulo a alunos do 1.º ao 3.º anos de escolaridade que frequentam escolas Australianas. Conclui-se que, considerando este contexto, este instrumento mostra-se adequado para analisar os aspetos do sentido de número relacionados com a contagem e aponta vantagens da sua utilização para o professor. Concretamente, realça a facilidade da sua utilização por parte do professor para

recolher informação acerca do modo como os alunos pensam, permitindo-lhe focar-se em aspetos do sentido de número.

Do segundo conjunto de estudos referidos no início deste ponto, incluem-se os que analisam o sentido de número dos alunos tendo por base programas e experiências orientadas para o seu uso e desenvolvimento. Alguns deles recorreram à comparação entre turmas experimentais, em que é realizado um ensino orientado para o desenvolvimento do sentido de número, e turmas de controlo, onde se segue uma abordagem tradicional de ensino dos números e das operações, na aceção em que se valoriza o treino e o uso dos algoritmos (convencionais). Um dos estudos com estas características foi realizado por Yang (2003a) que analisou as estratégias usadas por alunos do 5.º ano de escolaridade na resolução de problemas numéricos, com o intuito de compreender se estes usam, ou não, o sentido de número quando resolvem esses problemas, e, como o usam. Os resultados revelam que a turma experimental recorre com maior frequência e facilidade a aspetos do sentido de número para resolver os problemas propostos, o que permite salientar a importância das características das atividades realizadas na sala de aula no desenvolvimento do sentido de número dos alunos.

Outro dos estudos que se insere neste conjunto foi realizado por Markovits e Sowder (1994) numa turma do 7.º ano de escolaridade, cujo propósito foi analisar os efeitos de um ensino dos números e das operações centrado no cálculo mental e na estimação, que valoriza “a exploração dos números, as relações entre números e as operações, a descoberta de regras e a invenção de algoritmos” (p. 1). Entrevistas realizadas antes e após as aulas e passados alguns meses, revelaram que os alunos desenvolveram a tendência de recorrer a aspetos do sentido de número nas suas estratégias de resolução dos problemas propostos. Para além de chamarem a atenção de que este desenvolvimento foi progressivo, estas autoras consideram que não houve propriamente um aumento significativo do conhecimento acerca dos conceitos envolvidos, mas sim, que os conhecimentos existentes começaram a ser usados de forma diferente, afirmando que “noções intuitivas acerca dos números foram chamadas à superfície e novas conexões foram construídas” (p. 23). Estes resultados conduzem a uma reflexão destas autoras acerca do que é o sentido de número e como é que este se desenvolve, levando-as a

reafirmar a perspectiva da segunda autora deste estudo que considera que o sentido de número deve ser encarado como uma rede conceitual bem organizada de informação acerca dos números, que nos habilita a estabelecer relações entre números e operações para resolver problemas de uma forma flexível e criativa (Sowder, 1989).

Ferreira (2012) realizou uma experiência de ensino no 2.º ano de escolaridade, assente na proposta de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos e num ambiente de sala de aula propício à discussão das resoluções dos alunos. Os resultados do estudo indicam que houve uma evolução das estratégias e procedimentos usados pelos alunos na resolução de problemas numéricos e que “a componente que mais contribuiu para o surgimento de diferentes estratégias e procedimentos foi a compreensão do significado dos números e operações, uma vez que é a partir desta compreensão que os alunos apresentam uma maior flexibilidade e eficiência nos seus cálculos” (p. 509).

O estudo realizado por Mendes (2012), enquadrado por uma experiência de ensino realizada numa turma do 3.º ano de escolaridade, para além de outros objetivos, visa analisar os aspetos do sentido de número revelados pelos alunos na resolução de tarefas de multiplicação. Recorrendo às componentes do sentido de número apresentadas por McIntosh et al. (1992), esta autora conclui que os alunos aprofundaram e desenvolveram os conhecimentos e as destrezas com os números naturais, progrediram e aprofundaram o seu conhecimento e destreza com a operação multiplicação envolvendo estes números e que a aplicação destes conhecimentos e destrezas foi progredindo ao longo da experiência de ensino. Referindo-se a estes resultados, afirma que “as características da experiência de ensino e, em particular, a construção de uma certa cultura de inquirição parecem ter contribuído para desenvolver o sentido de número dos alunos” (Mendes, 2012, p. 511).

Os estudos sobre o sentido de número dos alunos acima referidos permitem salientar três ideias fundamentais. Uma primeira tem a ver com a relação entre a *performance* no cálculo algorítmico e o sentido de número dos alunos. Efetivamente, são vários os estudos que concluem que alunos que recorrem e usam com facilidade estes procedimentos não revelam necessariamente sentido de número (Yang et al., 2008b; Reys & Yang, 1998; Yang, 2005; Beswick et al., 2004; Zangali & Ghazali, 1999). Alguns autores que efetuaram estudos em diversos níveis de escolaridade concluem, ainda, que os

alunos mais novos ao resolverem problemas numéricos tendem a recorrer com maior frequência a aspetos do sentido de número, do que os alunos de anos de escolaridade mais avançados (Beswick et al., 2004; Menon, 2004).

Estes resultados relacionam-se com uma segunda ideia, também salientada por diversos estudos, e que se prende com a relação entre o ensino e o sentido de número. Por exemplo, o estudo de Yang (2005) mostra que um ensino baseado na procura e no uso de regras e procedimentos algorítmicos (algoritmos convencionais) sem compreensão, não contribui para o desenvolvimento do sentido de número dos alunos, constituindo até um elemento inibidor do seu uso e desenvolvimento. Alguns desses estudos sugerem, ainda, que os alunos que estiveram sujeitos a programas e a experiências de ensino que valorizam o sentido de número tiveram ganhos significativos do ponto de vista do seu desenvolvimento e salientam a importância da natureza das atividades e do ambiente de sala de aula para esse desenvolvimento (Ferreira, 2012; Markovits & Sowder, 1994; Mendes, 2012; Yang, 2003a).

Por fim, uma terceira ideia prende-se com as características e o tipo de apostas futuras da investigação nesta área. Alguns estudos analisam o sentido de número dos alunos tendo em conta o seu ano de escolaridade, identificando diferentes aspetos do sentido de número que se mostram mais relevantes de acordo com o ano de escolaridade e os tópicos de ensino (Yang et al., 2008a). Howell e Kemp (2010), salientando a importância deste tipo de estudos, afirmam que uma melhor compreensão destes aspetos será fundamental na seleção/construção de tarefas e na consecução de práticas de sala de aula mais adequadas ao desenvolvimento do sentido de número dos alunos. Estes autores referem ainda que, para se compreender verdadeiramente o seu carácter evolutivo, deverão ser realizados estudos longitudinais, acompanhando os mesmos alunos ao longo de um período alargado de tempo.

2.4 O sentido de número nas orientações curriculares

A expressão ‘sentido de número’ é atualmente usada, tanto internacionalmente como em Portugal, em documentos de orientação curricular de referência sobre o ensino da Matemática (*National Curriculum Board*, 2008; NCTM, 2000/2007; ME, 2007). Tal como referi na primeira secção deste capítulo, este termo surge pela primeira vez num documento desta natureza, em 1989, nos Estados Unidos (NCTM, 1989/1991). Nele advoga-se que o desenvolvimento do sentido de número constitui um objetivo essencial dos primeiros anos de escolaridade, entendendo-o como “uma intuição acerca dos números que se forma a partir dos diversos significados do número” (NCTM, 1991, p. 50). Apresenta-o separadamente do sentido das operações, aspeto que também valoriza e no qual inclui as relações entre as operações, a intuição acerca dos efeitos das operações nos números e a compreensão das suas propriedades.

Cerca de dez anos mais tarde, o NCTM (2000/2007) reafirma a importância do sentido de número, mas de uma forma mais abrangente e eloquente, considerando fundamental o seu desenvolvimento desde o jardim-de-infância até ao final do ensino secundário. Na Norma Números e Operações deste documento, afirma-se que, tal como a compreensão dos números e das operações e a aquisição de destreza no cálculo aritmético, o desenvolvimento do sentido de número deve constituir o cerne da educação matemática para os primeiros anos de escolaridade e, até ao 12.º ano, os alunos deverão adquirir um vasto conhecimento acerca dos números. Concretamente, deverão compreender:

o que são [os números]; de que forma são representados através de objetos, numerais ou em retas numéricas; como se relacionam uns com os outros; como estão integrados em estruturas e propriedades; e como devem ser utilizados para resolver problemas. (NCTM, 2007, p. 34)

Neste documento, a importância do desenvolvimento do sentido de número surge a par da compreensão das operações e a aquisição de destrezas de cálculo, indiciando que os aspetos relacionados com as operações não estão totalmente incluídos no significado atribuído a sentido de número. Ainda assim, os conhecimentos e as destrezas acerca dos números e das operações parecem surgir de forma mais integrada do que no documento de

1989, pertencendo à mesma Norma e dando corpo aos três princípios fundamentais que a constituem: (i) compreender os números, formas de representação dos números, relações entre números e sistemas numéricos, (ii) compreender o significado das operações e o modo como elas se relacionam entre si, e (iii) calcular com destreza e fazer estimativas plausíveis.

Para além dos Estados Unidos, outros países têm atribuído grande importância ao sentido de número, quer através da realização de estudos sobre o seu desenvolvimento, quer pela sua integração no currículo oficial. Um dos exemplos é a Tailândia, onde a reforma curricular que se iniciou em 2001 passou a atribuir uma forte importância ao sentido de número, salientando a relevância de uma aprendizagem da Matemática significativa e ligada a situações do dia-a-dia (Yang et al., 2008a). Também na Irlanda, desde 1999, embora o currículo oficial de Matemática para os primeiros anos de escolaridade não refira explicitamente o termo sentido de número, chama a atenção para diversos aspetos-chave do sentido de número que devem ser contemplados no ensino dos números e das operações nestes anos de escolaridade (Dunphy, 2007).

Existem alguns casos, tais como a Austrália e o Reino Unido, em que os currículos oficiais não recorrem à expressão sentido de número, usando o termo numeracia para designar um conjunto de competências mais alargado na área da Matemática do que as que dizem respeito unicamente ao trabalho com os números e as operações. Contudo, os aspetos que se valorizam no trabalho com os números e as operações não parecem distanciar-se de uma perspetiva de desenvolvimento do sentido de número. Nos programas oficiais atuais dos dois países apela-se à importância da compreensão, da flexibilidade de cálculo e do desenvolvimento do pensamento crítico e criativo dos alunos quando se envolvem na resolução de problemas numéricos (DfEE, 2012; ACARA, 2012).

No nosso país, só muito recentemente a temática do sentido de número tem sido alvo de uma discussão mais alargada no seio da comunidade educativa. Constituiu o foco do projeto de investigação DSN (realizado entre 2005 e 2007) e orientou o trabalho em torno dos números e das operações realizado no Programa de Formação Contínua em Matemática (PFCM) para professores do 1.º e 2.º ciclos. Daqui resultaram vários materiais de natureza didática e curricular que visam apoiar as práticas dos professores de ensino dos

números e das operações numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número, para diferentes anos de escolaridade (Equipa do projeto DSN, 2006, 2007; Brocardo, Delgado & Mendes, 2009; Mendes, Brocardo, Delgado & Gonçalves, 2009, etc.).

Mas, no que se refere a documentos de orientação curricular, podemos encontrar referências a sentido de número em *A Matemática na Educação Básica*, publicado, em 1999, pelo Ministério da Educação (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999). Este documento salienta a importância de todos os alunos adquirirem:

uma compreensão global do número e das operações a par da capacidade de usar essa compreensão de maneira flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis de manipulação dos números e das operações. (p. 46)

Este entendimento de sentido de número, para além de ser muito próximo do de McIntosh et al. (1992), é apresentado como uma competência genérica que se desenvolve, não só, durante o percurso escolar de cada aluno, mas também, ao longo da sua vida. Em 2001 surge o Currículo Nacional do Ensino Básico (ME, 2001) que, apesar de não referir a expressão ‘sentido de número’, afirma que uma das competências matemáticas a ser desenvolvida no domínio dos números e do cálculo é “a compreensão global dos números e das operações e a sua utilização de modo flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis de manipulação dos números e das operações” (p. 60), que praticamente corresponde ao entendimento de sentido de número apresentado por Abrantes et al. (1999). Ao enunciar as restantes competências integra aspetos que estão incluídos em algumas das componentes apresentadas por McIntosh et al. (1992) para examinar o sentido de número. Refere, por exemplo, competências relacionadas com: (i) a sensibilidade da ordem de grandeza dos números, (ii) o uso de representações adequadas e das propriedades das operações, (iii) a aptidão para efetuar cálculos mentalmente e para decidir os métodos de cálculo apropriados às situações que são propostas e (iv) a aptidão para estimar valores aproximados de resultados das operações e de decidir da razoabilidade dos resultados.

O desenvolvimento do sentido de número constitui uma orientação explícita do trabalho com os números e as operações no PMEB (ME, 2007), publicado em 2007 e generalizado no ano letivo de 2010/11. Este programa constitui um reajustamento do anterior programa de Matemática para o ensino básico, vigente desde 1990 para o 1.º ciclo

e desde 1991 para o 2.º e 3.º ciclos, sendo, neste último, inexistentes as expressões ‘sentido de número’ ou ‘desenvolvimento do sentido de número’. O PMEB (ME, 2007), e relativamente ao tema Números e Operações, afirma que, nos três ciclos do ensino básico, o principal propósito de ensino é “desenvolver nos alunos o sentido de número, a compreensão dos números e das operações e a capacidade de cálculo mental e escrito, bem como a de utilizar estes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos” (p. 13). Explicita, ainda, o significado que atribui a sentido de número:

a capacidade para decompor números, usar como referência números particulares, tais como 5,10,100 ou $1/2$, usar relações entre operações aritméticas para resolver problemas, estimar, compreender que os números podem assumir vários significados (designação, quantidade, localização, ordenação e medida) e reconhecer a grandeza relativa e absoluta de números. (p. 13)

Analisando globalmente as indicações do PMEB (ME, 2007) para o 1.º ciclo no tema números e operações, podemos evidenciar uma valorização da estruturação dos números, o cálculo mental e o desenvolvimento de estratégias que apoiem este tipo de cálculo, a resolução de problemas que incluam diferentes sentidos das operações e a aprendizagem gradual e com compreensão dos algoritmos. Neste documento, os objetivos específicos e as notas de explicitação de abordagem dos tópicos revelam preocupação com a compreensão de múltiplas representações dos números, com a identificação e o uso das regularidades dos números, com a compreensão do efeito das operações, das suas propriedades e das relações entre elas e com o desenvolvimento da capacidade para relacionar o contexto e os cálculos. Estas preocupações acompanham o trabalho com os números e com as operações ao longo dos três ciclos e enquadram-se numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número, tal como é definido por McIntosh et al. (1992).

No início do ano letivo de 2012/2013, foram publicadas, pelo Ministério da Educação e Ciência (MEC), as Metas Curriculares do Ensino Básico – Matemática (MEC, 2012). Este documento assume o objetivo de descrever “o conjunto das metas curriculares da disciplina de Matemática que os alunos devem atingir durante o Ensino Básico, tendo-se privilegiado os elementos essenciais que constam do Programa em vigor” (p. 1). Contudo, uma análise mais cuidada deste documento revela que parece existir uma tendência de valorizar a destreza na aplicação dos algoritmos desde os primeiros anos de escolaridade.

Efetivamente, no que respeita ao tema Números e Operações, e em particular ao 1.º ciclo, este documento sublinha que “É fundamental que os alunos adquiram durante estes anos fluência de cálculo e destreza na aplicação dos quatro algoritmos, próprios do sistema decimal, associados a estas operações” (p. 2). Neste documento a expressão ‘fluência de cálculo’ surge apenas nesta frase e as expressões ‘sentido de número’ e ‘cálculo mental’ são inexistentes. No final do ano letivo de 2012/2013 o PMEB (ME, 2007) é revogado e é promulgado um ‘novo’ Programa de Matemática para o Ensino Básico, integrado num documento único, com as respetivas Metas Curriculares – Programa e Metas Curriculares de Matemática (MEC, 2013). Este Programa é constituído, essencialmente, por uma listagem de conteúdos sem referência a sugestões metodológicas para a sua abordagem. Nele é inexistente a expressão ‘sentido de número’ e a importância da fluência de cálculo surge associada à aplicação dos quatro algoritmos. Estes aspetos parecem indiciar que, atualmente, em Portugal, as orientações curriculares oficiais não valorizam o trabalho em torno dos números e das operações numa perspetiva de sentido de número, contrariando as tendências e sugestões de documentos de natureza curricular internacionais e nacionais (entre os quais o próprio PMEB (ME, 2007)) e os resultados da investigação focada na aprendizagem dos números e das operações.

Capítulo 3

Práticas do professor

Este capítulo encontra-se dividido em três secções. Na primeira incluo uma breve revisão dos estudos realizados acerca do professor e realço os motivos do crescente interesse da investigação sobre as práticas do professor de ensino da Matemática. Na segunda discuto os significados atribuídos a prática e fundamento a complexidade da sua análise, dando especial atenção às práticas de sala de aula. Na terceira secção foco-me nas práticas do professor de desenvolvimento curricular, discutindo, em particular, aspetos relacionados com o currículo, com os materiais curriculares e com as tarefas.

3.1 A importância de estudar as práticas do professor

Há mais de duzentos anos que o professor tem constituído o objeto de vários estudos. Aceder ao que o professor sabe, estudá-lo, analisá-lo e avaliar a sua *performance* tem sido uma preocupação mais evidente do que em muitas outras profissões (Hill, Sleep,

Lewis & Ball, 2007). É a partir dos anos 80, a nível internacional, e nos anos 90, em Portugal, que a investigação em Educação Matemática começa a incluir um número significativo de estudos sobre o professor. Grande parte destes estudos centra-se no seu conhecimento profissional e são inspirados pelos trabalhos realizados por Elbaz (1983), Schön (1983) e Shulman (1986) (Ponte & Chapman, 2006).

Elbaz (1983) e Schön (1983) apresentam perspectivas semelhantes acerca da natureza do conhecimento do professor, considerando que este é essencialmente prático (Carter, 1990). Esta ideia orientou inúmeros estudos que se centraram no conhecimento do professor necessário para ensinar, no modo como o usa, no conhecimento que tem das situações de sala de aula e dos dilemas com que é confrontado na prática. Apesar de estes autores partilharem a ideia de que o conhecimento do professor é um conhecimento prático, apresentam perspectivas diferentes sobre a forma como esse conhecimento é produzido e como evolui. Para Elbaz (1983) o conhecimento que o professor já possui é orientado para a situação prática como resposta às questões com que este se depara na sala de aula, na escola ou no grupo disciplinar. Esse conhecimento é organizado pelo professor de acordo com o significado que dá às suas experiências, é influenciado pelos constrangimentos sociais e depende da forma como o professor integra a teoria e a prática. O conhecimento prático é apoiado pelo conhecimento que o professor tem de si próprio, do meio onde ensina, dos tópicos de ensino, do desenvolvimento curricular e do ensino (Elbaz, 1983). Na perspectiva de Schön (1983), o conhecimento de qualquer profissional está implícito na sua ação, não havendo uma separação entre a teoria e a prática. É um conhecimento dinâmico, porque resulta de reformulações da própria ação e é tácito, sendo por isso difícil o professor falar dele. Segundo este autor, o conhecimento do professor desenvolve-se a partir dos processos de reflexão na ação e sobre a ação, que lhe permitem resolver problemas na prática como, por exemplo, lidar com situações de incerteza, instabilidade e conflito.

Salientando a importância de compreender o conhecimento que orienta as ações do professor, Chapman (2004) considera fundamental estudar o que designa por conhecimento prático do professor. Este conhecimento relaciona-se com as opções tomadas pelos professores para ensinar e, quanto à sua natureza, é um conhecimento

“experiencial, processual, situacional, particularístico e implícito” (Chapman, 2004, p. 192). É através deste conhecimento que, diariamente, “o professor se adapta às situações da sala de aula, ou molda as situações da sala de aula ou faz a seleção quando várias opções estão disponíveis” (Chapman, 2004, p. 193).

Muitos dos estudos acerca do professor centram-se no conhecimento pedagógico do conteúdo (*pedagogical content knowledge*), uma das categorias do conhecimento profissional do professor indicadas por Shulman (1999), que corresponde a uma combinação de conhecimentos de pedagogia e dos conteúdos e consiste na compreensão do modo como os tópicos, problemas ou questões são organizadas, representadas e adaptadas aos diferentes interesses e capacidades dos alunos. Este autor refere que o conhecimento do professor inclui, ainda, as seguintes categorias: o conhecimento dos conteúdos, o conhecimento pedagógico geral (*general pedagogical knowledge*), o conhecimento do currículo, o conhecimento dos alunos e das suas características; o conhecimento dos contextos educacionais e o conhecimento dos fins, propósitos e valores educacionais. Apesar de considerar que todas as categorias são importantes para caracterizar o conhecimento profissional do professor, Shulman (1999) afirma que o estudo do conhecimento pedagógico do conteúdo assume especial interesse, por estar diretamente relacionado com o ato de ensinar determinado tópico de ensino.

Ao longo das últimas duas décadas, a designação ‘conhecimento pedagógico do conteúdo’ tem sido usado com significados diferentes por diversos autores e nem sempre tem sido estudado partindo da observação das práticas de ensino do professor. Ball, Thames e Phelps (2008) referem que, efetivamente, alguns autores usam este termo para se referir a um conjunto de aspetos relacionados com o conhecimento dos tópicos (*subject matter knowledge*) e com aspetos de ensino desses tópicos. Outros utilizam esta designação sem a relacionar com a área de conteúdo específica, fazendo observações gerais acerca do conhecimento do professor. Ball et al. (2008) referem ainda que, ao contrário de Shulman que desenvolveu o seu trabalho a partir da observação do professor na sala de aula, surgiram alguns estudos que analisaram o conhecimento pedagógico do conteúdo fora do contexto da prática do professor. Para estes autores é imprescindível observar o professor na sala de aula e o fundamental é tentar compreender o que é que os professores precisam

de saber e de ser capazes de fazer para ensinarem Matemática, ou seja, como se caracteriza o seu conhecimento para ensinar Matemática.

Em Portugal, tal como a nível internacional, numa primeira fase, os estudos realizados sobre o professor focaram-se na identificação e na compreensão do conhecimento profissional do professor e tiveram também como referência as perspetivas de Elbaz, Schön e Shulman (Ponte, 2008a). Alguns destes estudos centraram-se no conhecimento didático, entendido “como algo próximo, mas qualitativamente distinto do *pedagogical content knowledge* de Shulman” (idem, p. 6). Este conhecimento “assume um carácter indissociavelmente ligado à prática profissional e daí a recusa em encará-lo como conhecimento declarativo ou formal, como por vezes acontece nas investigações de outros países” (idem, p. 6).

Efetivamente, é nas atividades que o professor desenvolve na sala de aula e para preparar o trabalho que realiza com os seus alunos (prática letiva), que sobressaem aspetos importantes do conhecimento do professor (Ponte, 2012). Num artigo em que analisa a investigação realizada em Portugal acerca do professor e dos estudos que realizou nesta área, Ponte (2012) mostra como a prática foi assumindo uma importância crescente na investigação sobre o professor no nosso país. Neste artigo, propõe um novo modelo de análise do conhecimento didático do professor, constituído por quatro vertentes interligadas (o conhecimento da Matemática, o conhecimento dos alunos e da aprendizagem, o conhecimento do currículo e o conhecimento da prática letiva). Este modelo assume como núcleo central o conhecimento da prática letiva, considerando que é através deste conhecimento que “se fazem as opções fundamentais que orientam a prática e se regula todo o processo de ensino” (p. 88).

3.2 O significado de práticas e a sua complexidade

As práticas do professor passaram a constituir um objeto de estudo importante na investigação em educação, sendo-lhe, no entanto, atribuído significados diferentes.

Analisando os estudos sobre esta temática apresentados na conferência internacional *Psychology of Mathematics Education* (PME), Ponte e Chapman (2006) referem que os primeiros estudos usam o termo práticas para designar as ações e os comportamentos do professor quando este desenvolve as suas atividades profissionais, enquanto estudos mais recentes apontam para a necessidade de atender a diversos aspetos que influenciam e estruturam essas ações e esses comportamentos.

Alguns estudos referem que os valores e motivações do professor influenciam as suas ações e decisões quando ensina Matemática (Goos, 2005), outros acentuam as suas perspetivas acerca do ensino desta disciplina como um aspeto estruturante das suas práticas (Simon, 2007). Por exemplo, Simon (2007), numa análise das perspetivas acerca do ensino da Matemática de duas professoras do 1.º ciclo e da sua relação com o modo como ensinam os seus alunos, conclui que essas perspetivas têm impacto nas suas perceções e decisões sobre o ensino, influenciando o modo como ensinam os seus alunos. Para além deste aspeto, salienta que essas perspetivas se repercutem no que as professoras aprendem a partir das suas experiências de sala de aula, o que tem implicações nas suas futuras decisões e ações.

Como vimos no ponto anterior, alguns autores têm chamado a atenção para que a investigação sobre a prática dos professores atenda à íntima relação entre o conhecimento dos professores e o modo como estes orientam o ensino (Ball et al., 2008; Elbaz, 1983; Ponte & Chapman, 2006; Ponte, 2012; Shulman, 1999; Wood, 2005; Schoenfeld, 1998). O reconhecimento desta relação tem desencadeado inúmeros estudos, tanto a nível internacional como em Portugal, que tentam caracterizar aspetos do conhecimento profissional dos professores, observando e analisando as suas práticas de ensino (Ponte & Chapman, 2006; Ponte, 2012). Contudo, alguns deles chamam a atenção para que a investigação sobre o professor não se limite a descrever o seu conhecimento, as suas crenças e objetivos. Propõem que se caminhe no sentido de descrever o modo como estes elementos se relacionam nos momentos de tomada de decisão do professor na sala de aula e de atender ao contexto em que essas decisões são tomadas e aos respetivos constrangimentos. Por exemplo Schoenfeld (1998) considera que o professor transporta para a sala de aula um corpo vasto de conhecimentos – o conhecimento dos conteúdos, da

escola e dos alunos. Simultaneamente, leva consigo um conjunto de crenças acerca da escola, dos alunos e dos conteúdos e possui objetivos e planos gerais de ensino e objetivos e planos específicos para cada aula. Alguns destes objetivos têm, eventualmente, associados planos de ação e mecanismos através dos quais o professor espera atingir esses objetivos. Para este autor o importante é analisar momentos específicos da aula e a questão central que nos permite compreender o professor, o contexto e os constrangimentos, é: “O que faz o professor a seguir e, (mais importante) porquê?” (Schoenfeld, 1998, p. 3). Assim, mais do que descrever o conhecimento do professor, a investigação deve investir na compreensão do modo como o professor reage perante as situações que se lhe colocam diariamente na prática e os fatores que influenciam as suas ações.

Os estudos que seguem uma perspetiva sociocultural de análise do ensino da Matemática salientam a importância de se olhar para as ações dos professores integradas num determinado contexto, devendo ser encarados como indivíduos que agem em contexto (*individuals-acting-in-context*) (Goos, 2005). Ou seja, as decisões que o professor toma acerca do ensino, embora observáveis como ações individuais, são tomadas num contexto e influenciadas por esse contexto. Nesta perspetiva, as ações do professor têm por base determinadas intenções e interpretações que devem ser analisadas à luz das características sociais e institucionais do contexto onde ele desenvolve a sua atividade (por exemplo, alunos, colegas, encarregados de educação, comunidade envolvente, opinião pública, administração escolar, educadores matemáticos) (Ponte & Chapman, 2006). Um exemplo de influência do contexto nas práticas é referido por Ball e Cohen (1999). Estes autores afirmam que muitos dos professores em início de carreira, são fortemente influenciados por colegas mais experientes, por administradores escolares e pelos encarregados de educação, por vezes, com perspetivas tradicionais de ensino.

Para além dos contornos do contexto onde o professor realiza as suas atividades profissionais, as suas ações e intenções são também influenciadas, por exemplo, pelas imagens que ele tem da profissão, pelas eventuais pressões profissionais a que está sujeito, pelas experiências profissionais que desenvolveu fora e dentro da escola (cursos de formação contínua, projetos, etc.) e pela sua formação inicial (Ponte & Chapman, 2006). Tudo isto contribui para a construção de uma identidade profissional do professor, que

emerge da prática, mas que, simultaneamente, afeta o modo como cada professor interpreta, analisa e desenvolve a sua prática (Goos, 2005).

Conhecimento, perspectivas, motivações, intenções e contexto são aspetos que surgem associados ao modo como o professor desenvolve as suas atividades profissionais, sendo por isso, elementos que influenciam e estruturam as suas práticas. Assim, se atendermos a todos eles, “as práticas do professor podem ser vistas como as atividades que eles realizam regularmente, tomando em consideração o seu contexto de trabalho e as suas interpretações e intenções” (Ponte & Chapman, 2006, p. 481). É neste sentido que se entende o termo ‘práticas’ neste estudo.

Quando falamos em práticas do professor importa clarificar, também, a que práticas nos referimos. Efetivamente, podemos pensar nas práticas dos professores em diversos contextos, tais como, a sala de aula, a escola, os cursos de formação e outros cenários profissionais (seminários, encontros, etc.) (Ponte & Chapman, 2006). A escola, enquanto instituição, constitui um dos contextos onde o professor tem uma participação mais ativa e permanente. As práticas profissionais do professor neste contexto relacionam-se com a sua participação nas diversas atividades que fazem parte da dinâmica da escola, por exemplo, projetos, reuniões e em outras atividades com colegas e alunos (Ponte & Chapman, 2006). Incluem também as atividades desenvolvidas pelo professor diretamente relacionadas com o trabalho a realizar na sala de aula (Ponte & Chapman, 2006). Estas são habitualmente designadas por práticas letivas e incluem:

a planificação de longo e médio prazo bem como o plano de cada aula, a conceção das tarefas e tudo o que respeita à condução das aulas de Matemática, nomeadamente as formas de organização do trabalho dos alunos, a criação de uma cultura de aprendizagem na sala de aula, o desenvolvimento e a regulação da comunicação e a avaliação das aprendizagens dos alunos e do ensino do próprio professor. (Ponte, 2012, p. 88)

É na compreensão destas práticas que se circunscreve este estudo. Tal como refere Ponte (2012), estas englobam não só as atividades desenvolvidas pelo professor na sala de aula, como também as que desencadeia fora deste contexto para preparar o trabalho a realizar com os alunos e para avaliar aspetos relacionados com a aprendizagem e com o ensino.

A discussão acima apresentada em torno do significado de práticas do professor permite salientar que o estudo das práticas do professor é algo complexo, exigindo a compreensão do contexto onde o professor desenvolve a sua atividade e o conhecimento das suas experiências anteriores. Por exemplo, Lampert (2001), que apresenta um modelo de análise das práticas do professor na sala de aula (Figura 3.1), realça esta complexidade. Este modelo de análise da prática de ensino inclui três elementos fundamentais que se relacionam entre si – o professor, o aluno e os conteúdos – e quatro tipos de relação que correspondem ao que Lampert (2001) designa por “espaços problema” (p. 31).

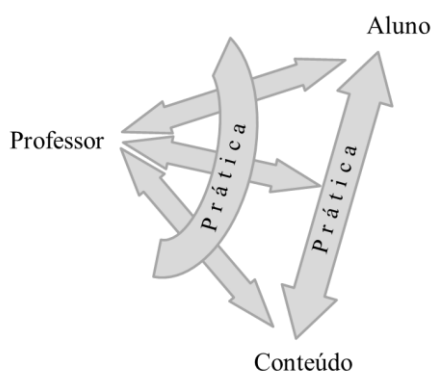


Figura 3.1 - Ensinar como trabalhando em relações: Um modelo básico da prática (Lampert, 2001)

O primeiro ‘espaço-problema’ corresponde à relação de colaboração que o professor estabelece com o aluno, constituindo as práticas de criação e manutenção desta relação um aspeto fundamental para a aprendizagem do aluno. O segundo relaciona-se com a ligação entre o professor e o conteúdo do currículo, ao qual o professor tem de recorrer para orientar as suas práticas. O terceiro corresponde à relação que o aluno estabelece com esse conteúdo, que a autora designa por prática de estudo. A aprendizagem resulta desta relação, apesar do “ensino poder preparar o terreno para as ações dos alunos e influenciar se elas ocorrem ou não” (p. 31). Uma vez que a aprendizagem depende desta relação e o sucesso do ensino depende da aprendizagem, a autora define o quarto ‘espaço problema’ quando se refere à relação que o professor estabelece com as práticas de estudo do aluno. As três práticas que estão diretamente ligadas ao professor – as relações que este estabelece com os alunos, com o conteúdo e com a relação entre alunos e conteúdo – inter-relacionam-se.

Contudo, Lampert (2001) identifica algumas limitações neste modelo. Uma delas prende-se com o facto de não traduzir completamente as “complexidades do professor e dos alunos como atores no trabalho de ensino” (p. 441). O professor, a turma e o conteúdo não podem ser encarados como elementos estáticos e cuja existência está circunscrita à sala de aula. Tanto o professor como os alunos passam por experiências fora da escola que influenciam o tipo de problemas que surgem na sala de aula, os recursos que possuem para os resolver e a capacidade de lidar com esses recursos. A autora chama a atenção para a importância do professor conhecer as características pessoais dos seus alunos, para tentar compreender como é que estas poderão interagir com os vários aspetos do ambiente de aprendizagem.

Outra das limitações apontadas por Lampert (2001) ao modelo da Figura 3.1, prende-se com o facto de este não considerar que “na sala de aula, tanto as relações sociais como as relações com o conteúdo têm uma história e um projeto para encontros futuros” (p. 425). De facto, de aula para aula, os alunos estabelecem conexões e relações que vão mudando. Para melhor apoiar a aprendizagem, o professor terá de atender à dimensão temporal da construção destas relações, tentando compreender as pessoas nessa relação e o modo como vão evoluindo. “Neste sentido, o tempo pode ser usado como um recurso para ligar os alunos com o conteúdo” (p. 425).

De entre outras limitações que Lampert (2001) identifica neste modelo, saliento o facto de este “só mostrar o trabalho do professor com um aluno de cada vez” (p. 424). Na verdade, o trabalho com toda a turma aumenta a dificuldade do professor dar resposta ao modo como cada um deles se relaciona com o conteúdo. Para além do professor ter de dar resposta a esta diversidade, terá de ter em conta que os alunos interagem entre si e que, deliberadamente ou não, também se ensinam uns aos outros. Caso o professor ignore este aspeto “está a restringir-se ao ensino individual” (p. 425). Estas interações podem constituir um recurso caso o professor estruture as relações que se estabelecem entre os alunos de forma a apoiar apropriadamente a aprendizagem.

3.3 As práticas do professor de desenvolvimento curricular

A importância do professor na transformação do currículo é salientada por diversos autores (Canavarro & Ponte, 2005; Gimeno, 1989; Pacheco, 2001; Ponte, 2005). Neste processo o professor recorre a diversos materiais curriculares que, simultaneamente, apoiam e influenciam a sua prática de sala de aula (Brown, 2009). Um dos materiais curriculares que assume particular importância na prática do professor é o manual escolar (Gimeno, 1989; Pacheco, 2001). As tarefas propostas aos alunos, quer sejam retiradas dos manuais escolares quer sejam adaptas/construídas pelo professor, resultam de decisões suas e dependem do modo como interpreta e usa os materiais curriculares (Brown, 2009). Desde a fase de conceção das tarefas até à fase da sua exploração pelos alunos, as tarefas sofrem eventualmente alterações no que respeita ao seu nível de exigência cognitiva (Stein & Smith, 1998). Nas subsecções seguintes discuto o papel do professor na transformação do currículo, a sua relação com os materiais curriculares e o papel que os manuais assumem nas suas práticas letivas. Apresento, ainda, as fases de transformação das tarefas e os fatores que, eventualmente, contribuem para alterar o seu nível de exigência cognitiva.

3.3.1 O professor e o currículo

O termo currículo tem sido utilizado com diferentes significados (Pacheco, 2001; Remillard, 2005; Stein et al., 2007). Para Pacheco (2001) coexistem essencialmente duas definições de currículo: “uma formal, como um plano previamente planificado a partir de fins e finalidades; outra informal, como um processo decorrente da aplicação do referido plano” (p. 16). Mais concretamente, à primeira está associada a perspetiva de que o currículo corresponde a um plano estruturado que inclui objetivos que se esperam vir a ser concretizados, conteúdos que devem ser ensinados e atividades que deverão ser realizadas, dependendo da natureza das disciplinas. O currículo representa, assim, “algo muito planificado e que será depois implementado na base do cumprimento das intenções previstas” (p. 16). À segunda definição de currículo está associada a perspetiva que este

representa também o conjunto de experiências educativas vividas pelos alunos. Assim, o currículo não corresponde a algo que possa ser totalmente pré-determinado, dependendo das condições da sua aplicação, nomeadamente “do contexto em que ocorre e dos saberes, atitudes, valores, crenças que os intervenientes trazem consigo, com a valorização das experiências e dos processos de aprendizagem” (p. 17).

Também Stein et al. (2007) admite a multiplicidade de interpretações atribuída a currículo, afirmando que, por vezes, é utilizado para se referir às expectativas de ensino veiculadas por documentos oficiais, normalmente materializados em programas ou outros documentos que especificam orientações curriculares. Estas autoras consideram que este entendimento de currículo integra “o quê” do ensino e da aprendizagem, mas deixa de fora “o como” do ensino. Assumindo uma visão de currículo mais alargada que tenha em conta o que é experienciado na sala de aula e atribuindo ao professor um papel fundamental na interpretação e transformação dos materiais curriculares, Stein et al. (2007) apresentam o esquema da Figura 3.2 que representa as várias fases segundo as quais o professor vai transformando o currículo.

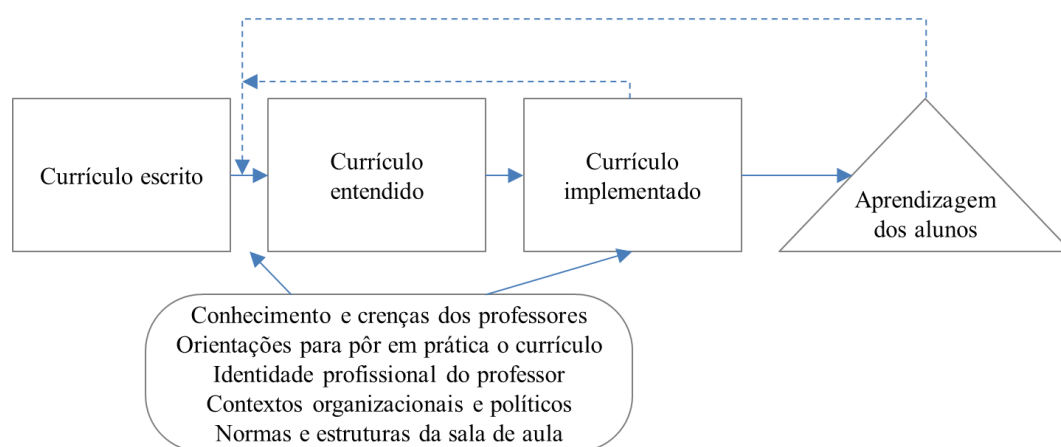


Figura 3.2 - Fases temporais do uso do currículo (Stein et al., 2007)

O currículo escrito corresponde ao que consta nos documentos impressos, tais como programas e outros documentos que especificam orientações curriculares. O currículo entendido relaciona-se com o modo como o professor interpreta o currículo escrito quando planifica as aulas. Os conhecimentos, crenças e objetivos do professor irão influenciar o modo como interpreta o currículo escrito e como o transforma em algo que acredita que irá resultar na sala de aula. A terceira fase corresponde ao currículo implementado como

resultado das tarefas propostas e das interações que se estabelecem na sala de aula. O currículo, nesta fase, já não é igual ao currículo escrito, ou seja, não corresponde, por exemplo, à página do livro onde o professor se inspirou, nem é igual ao currículo entendido por não corresponder exatamente ao que o professor tinha planeado. As atividades que se desenvolvem nesta fase irão influenciar o modo como os alunos experienciam a Matemática e o que efetivamente aprendem. As setas indicadas a tracejado na Figura 3.2 pretendem salientar que as aprendizagens realizadas pelos alunos e as experiências do professor na sala de aula irão informar as suas decisões futuras nos momentos de interpretação do currículo escrito e de planificação das aulas.

Analisando estudos que se centram no modo como o currículo é transformado pelo professor, Stein et al. (2007) identificaram um conjunto de fatores (indicados na caixa oval do esquema da Figura 3.2) que influenciam tanto o modo como o professor interpreta os documentos curriculares oficiais (currículo entendido) como o que acontece na sala de aula (currículo implementado). Grande parte desses estudos ocorreram no contexto de reformas curriculares e concluem que o conhecimento, as crenças e identidade profissional do professor têm impacto no modo como este compreende e põe em prática essas reformas. Alguns deles referem também que as normas e estruturas da aula são aspetos que influenciam o processo de transformação do currículo. Outros sugerem fatores relacionados com contextos organizacionais e políticos, nomeadamente no que diz respeito ao tipo de apoio que é dado aos professores. Em particular, a participação em comunidades profissionais é indicada como sendo fundamental na compreensão do currículo e no modo como o professor o coloca em prática.

O esquema proposto por Stein et al. (2007) anteriormente analisado ilustra quatro ideias fundamentais: (i) o termo currículo assume diferentes significados dependendo da fase de transformação do currículo, (ii) o modo como o professor interpreta o currículo escrito constitui um processo dinâmico, dependendo das suas experiências anteriores, (iii) existe um conjunto de fatores que influenciam as práticas de desenvolvimento curricular dos professores e (iv) o professor assume um papel fundamental nas várias fases de transformação do currículo.

3.3.2 A relação do professor com os materiais curriculares

Os materiais curriculares incluem um conjunto de recursos e documentos orientadores do ensino (Stein et al., 2007). Referem-se a documentos que são concebidos para serem usados por professores e alunos, antes, durante e depois dos momentos de trabalho na sala de aula. Incluem, assim, os documentos oficiais de orientações para o ensino, os programas, os manuais escolares e outros materiais que apoiam e orientam o ensino da Matemática (Stein et al., 2007). Este será o entendimento de material curricular assumido neste estudo.

O modo como o professor se relaciona com os documentos oficiais de orientações para o ensino, como os programas ou outros documentos curriculares, tem sido alvo de reflexão por parte de diversos autores (Brown, 2009; Brown & Edelson, 2003; Gimeno, 1989; Pacheco, 2001). Para Brown (2009) e Brown e Edelson (2003) a compreensão do modo como o professor se relaciona com os materiais curriculares passa pela análise do seu *design* de ensino. Estes autores consideram que a prática do professor se assemelha a uma atividade de *design*, dado que o professor necessita de compreender e interpretar os recursos disponíveis, avaliar os constrangimentos existentes na sua sala de aula, analisar as ‘perdas’ e os ‘ganhos’ das suas opções e pensar em estratégias de ação, tendo como fim os objetivos de ensino que estipulou.

Situando-se numa perspetiva sociocultural, Brown (2009) encara os materiais curriculares como artefactos culturais que medeiam a atividade humana, neste caso concreto, a atividade que se desenvolve na sala de aula. O seu quadro teórico que designa por Capacidade de Implementação do *Design* (*Design Capacity Enactment Framework*), representado na Figura 3.3, coloca o professor e os recursos curriculares numa relação de interação. Nele, o professor é visto simultaneamente como um recurso e um agente das tarefas que são propostas na sala de aula. O conhecimento pedagógico do conteúdo, dos tópicos de ensino e os objetivos e as crenças do professor (representados no lado direito do esquema), constituem um recurso que influencia a sua capacidade de perceção e mobilização das ideias pedagógicas veiculadas pelos materiais curriculares (Brown, 2009). Para designar essa capacidade, Brown (2009) introduz o termo capacidade pedagógica de

design (*pedagogical design capacity*). Por sua vez, aos materiais curriculares está associado um conjunto de representações que refletem as intenções implícitas e explícitas dos *designers* curriculares. Transmitem mensagens aos professores sobre: (i) procedimentos, isto é, sobre as tarefas a propor aos alunos e, eventualmente, sobre formas de as explorar na sala de aula (representações sobre as tarefas), (ii) objetos físicos, ou seja, sugerem materiais a serem usados na sala de aula (representações de objetos físicos) e (iii) representações do domínio, que se relacionam com as ideias que transmitem acerca dos conceitos, da sua organização e do modo como podem ser representados (esquemas, diagramas, explicações, descrições e analogias) (Brown, 2009).

Neste quadro teórico, o tipo de interação que o professor estabelece com os recursos curriculares é caracterizada numa escala com três níveis: transferência, adaptação e improvisação (Brown, 2009). No primeiro nível, “o professor usa os materiais curriculares de uma forma literal, seguindo os materiais tão perto quanto possível” (p. 24). No segundo nível, o professor adapta os materiais curriculares de acordo com as condições da sua prática e com os seus recursos pessoais. No terceiro e último nível, o professor não usa os materiais curriculares e recorre às suas próprias estratégias de ensino para dar resposta às situações da prática, improvisando.

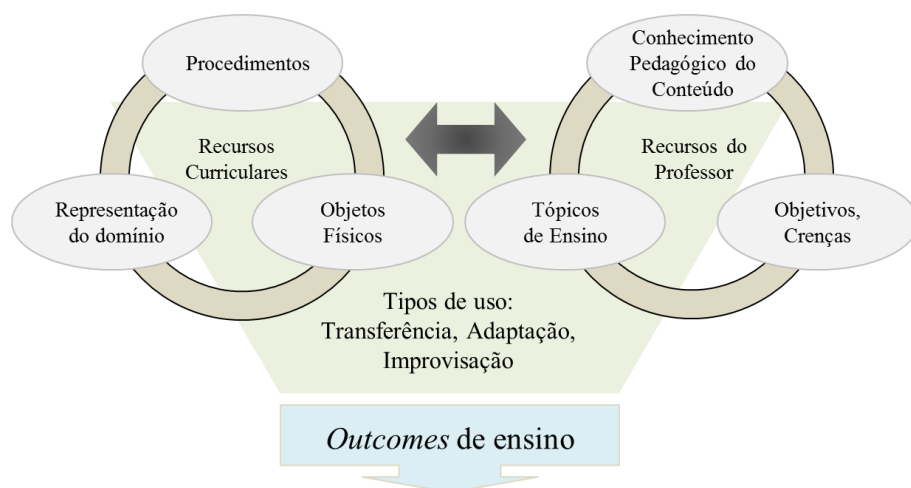


Figura 3.3 - Quadro teórico de capacidade de implementação do *design* (Brown, 2009)

Para Brown (2009), esta escala visa caracterizar o tipo de interação que se estabelece entre o professor e os materiais disponíveis, assumindo que existe uma espécie de partilha de responsabilidades destes dois elementos pelas atividades que se

desenvolvem na sala de aula (Brown, 2009). Contudo, este autor adverte que esta escala “não avalia os resultados dessa interação” (p. 25). Por exemplo, o facto de um professor usar os materiais curriculares tal como eles foram concebidos pelos seus *designers*, pode não significar que os resultados da sua utilização estejam de acordo com as intenções com que estes os conceberam. Do mesmo modo, ao improvisar o professor pode ir ao encontro dos objetivos iniciais do(s) *designer(s)* curriculares ou afastar-se das suas intenções iniciais (Brown, 2009).

O quadro teórico de Brown (2009) constitui, assim, uma proposta de análise do modo como o professor interpreta e usa os materiais curriculares para planificar e pôr em ação o seu ensino. Neste modelo, as tarefas que o professor propõe resultam das suas opções, são mediadas por aspetos particulares dos materiais curriculares e derivam de processos de transferência, adaptação ou improvisação.

3.3.3 O papel do manual escolar nas práticas do professor

Gimeno (1989) e Pacheco (2001) consideram que o currículo prescrito, que entendem como sendo as indicações curriculares oficiais e que corresponde ao que Stein et al. (2007) designam por currículo escrito, é um recurso pouco usado pelos professores quando planificam o trabalho a realizar com os alunos. Estes autores consideram que, de um modo geral, os manuais escolares assumem uma particular relevância na prática do professor, constituindo, por vezes, o único material a que recorre para planificar as aulas.

Embora Pacheco (2001) reconheça vantagens na existência de manuais curriculares, por constituírem uma fonte de “sugestões didáticas, de atividades para os alunos, de fichas formativas, etc., [que] dispensa muito do trabalho que o professor faria caso delas não dispusesse” (p. 79), vê esta situação com alguma preocupação. Na sua perspetiva, os manuais escolares acabam por funcionar como ‘mediadores curriculares’, correspondendo a uma interpretação possível das orientações curriculares. Para além do perigo de uma subordinação do currículo aos interesses de mercado, esta situação pode contribuir para práticas rotineiras, para uma certa uniformização curricular que se contrapõe à ideia do currículo se desenvolver em conformidade com as necessidades específicas dos contextos

e, em última análise, pode corresponder a um controlo indireto sobre o trabalho dos professores. Assim, salienta a importância do manual escolar não constituir o único material curricular a que os professores devem recorrer, sendo imprescindível a leitura e interpretação dos programas e de outros documentos oficiais.

Referindo-se em particular ao que acontece nos Estados Unidos, Stein et al. (2007) mencionam a preocupação de alguns educadores matemáticos, relativa ao uso de manuais escolares como principal material de apoio à prática letiva. As razões desta preocupação prendem-se essencialmente com o facto de os manuais escolares serem vistos como um recurso que não espelha essas mesmas orientações. São normalmente materiais concebidos e comercializados por editoras e constituídos essencialmente por explicações, seguidas de um conjunto de exercícios para os alunos resolverem. Segundo as mesmas autoras, esta preocupação e a publicação das Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar (NCTM, 1989/1991) desencadeou, nos Estados Unidos, na década de 90 do século XX, o desenvolvimento de materiais curriculares por parte de educadores matemáticos, que incluem uma abordagem de ensino e aprendizagem da Matemática qualitativamente diferente dos manuais escolares até então disponíveis – “os livros de trabalho dos alunos passaram a ser concebidos para apoiar o seu pensamento, oferecendo bases para recordar, sumariar ou refletir sobre os seus pensamentos e ações” (p. 323). Apesar destes materiais se terem destinado a um pequeno mercado, desencadearam um forte interesse na investigação sobre a influência dos materiais curriculares na aprendizagem dos alunos e sobre a relação entre o modo como o professor os interpreta e os seus conhecimentos, crenças e práticas (Stein et al., 2007).

Também em Portugal, têm sido desenvolvidos estudos sobre as práticas de desenvolvimento curricular dos professores. O Projeto *Matemática 2001* (APM, 1998) constituiu, provavelmente, um dos estudos mais extensivos realizados em Portugal e que teve a preocupação, entre outros aspetos, de caracterizar estas práticas. No âmbito deste estudo foram recolhidos, entre outros, dados sobre os materiais que os professores utilizam na sala de aula e sobre o modo como preparam as suas aulas. Este estudo revela que, no início do Século XXI, no nosso país, uma grande parte dos professores (mais de 80%) utiliza o manual escolar adotado para ensinar Matemática. Mais de 60% afirmam que,

frequentemente, recorrem também a fichas de trabalho elaboradas por si próprios. No que respeita à preparação de aulas, o mesmo estudo revela que 87% dos professores utilizam com muita frequência o manual adotado para apoiar este tipo de trabalho, 68% recorre a outros manuais e 62% apoia-se nos programas oficiais. De um modo geral, este estudo conclui que o manual escolar assume uma grande importância como material de apoio à preparação de aulas e como material que suporta as aprendizagens dos alunos na sala de aula.

A relevância assumida pelo manual escolar justifica a importância de realizar estudos que permitam compreender o modo como o professor se relaciona com esses materiais para que estes sejam construídos de forma a apoiar de forma adequada as práticas letivas (Brown & Edelson, 2003; Lloyd, Remillard & Herbel-Eisenmann, 2009; Remillard, 2005).

Tentando compreender especificamente o modo como o professor usa o manual escolar na sua prática, Remillard (1999) apoia-se no modelo da Figura 3.4 que inclui três campos de desenvolvimento do currículo: (i) o campo de *design* (*design arena*), que envolve a seleção e *design* da tarefa, (ii) o campo de construção (*construction arena*), que corresponde ao momento em que a tarefa é levada para a sala de aula e relaciona-se com a resposta dada pelo professor mediante o contacto dos alunos com a tarefa e (iii) o campo de mapeamento do currículo (*curriculum mapping*), ou seja, a definição da organização e do conteúdo do currículo construído dia-a-dia.

Cada um dos campos corresponde a momentos específicos de desenvolvimento do currículo, nos quais o professor toma decisões. Relacionam-se entre si e, apesar de em cada um deles a autora identificar aspetos importantes que têm a ver com o modo como o professor usa o manual escolar, é no campo do *design* que este assume um papel preponderante, dado que corresponde ao momento em que o professor toma decisões acerca das tarefas que irá propor aos alunos.

Remillard (1999) apoiou-se neste modelo para compreender o modo como duas professoras interpretam e usam o manual escolar. No caso de uma das professoras há a ‘apropriação’ da tarefa do manual escolar, dado que a propõe aos alunos diretamente. Esta professora confia no manual, no sentido em que este estará de acordo com os tópicos que

necessita de trabalhar. Mesmo quando não concorda completamente com a tarefa, acaba por propô-la por considerar que poderá corresponder a aspetos importantes do currículo que deverão ser ensinados. Esta atitude resulta de uma visão de que a Matemática é uma listagem de tópicos e que os alunos aprendem melhor se lhes forem mostrados os passos que devem seguir. Espera que o manual assuma esta função, funcionando como uma espécie de guia (Remillard, 1999).

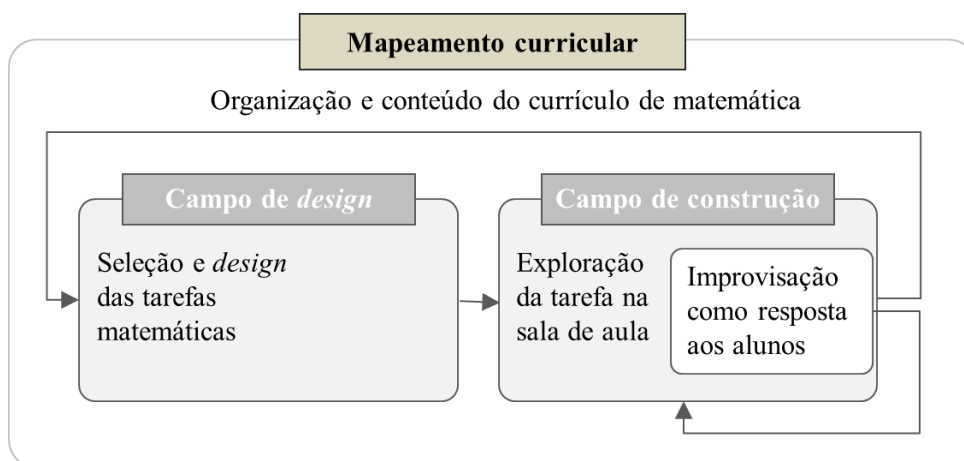


Figura 3.4 - Visão global dos três campos do desenvolvimento do currículo e a relação entre eles (Remillard, 1999)

No outro caso, o manual escolar funciona como um recurso de representação de ideias matemáticas, a partir do qual se ‘adapta’ ou ‘inventa’ tarefas. Como a professora considera que o currículo valoriza a compreensão de ideias e relações matemáticas, rejeita tarefas que requerem unicamente procedimentos rotineiros, inventando tarefas que permitam desenvolver aspetos que acredita serem importantes. Neste caso, há uma valorização das sugestões para o professor incluídas no manual que, muitas vezes, conduzem a uma adaptação, ou mesmo, à criação de novas tarefas. As suas decisões relacionam-se com a perspetiva de que a Matemática constitui um corpo de ideias e de relações que necessitam de ser compreendidas. Considera, também, que os alunos aprendem Matemática através da resolução de problemas e de tarefas que permitam explorar relações matemáticas e valoriza o raciocínio dos alunos na construção das ideias matemáticas (Remillard, 1999).

Esta autora identifica, assim, dois modos diferentes de seleccionar as tarefas – ‘apropriação’ e ‘adaptação/invenção’ – que se relacionam com modos diferentes do

professor ‘ler’ o manual escolar, ou seja, o que valoriza e como interpreta o que está escrito. Esta leitura é fruto das ideias e perspectivas do professor sobre a natureza, o ensino e aprendizagem da Matemática.

O segundo campo, designado por campo de construção, corresponde ao momento em que os professores e alunos se envolvem no trabalho com a tarefa que foi selecionada. Devido às interações, previstas e não previstas, ocorre uma ‘adaptação’ da tarefa. Como consequência da observação da *performance* dos alunos, o professor tenderá a encontrar respostas que, na maioria das vezes, são improvisadas. Por exemplo, o professor poderá ter de propor uma nova tarefa como resposta às necessidades dos alunos demonstradas na realização da tarefa que foi planeada. Dada a imprevisibilidade do que acontece na sala de aula, Remillard (1999) afirma que a influência do manual escolar neste campo é limitada. Na verdade, os autores dos manuais não conseguem prever as respostas dos alunos às tarefas.

É importante salientar que o significado atribuído por esta autora a ‘construção’ é diferente do significado que neste estudo é atribuído a ‘construção da tarefa’. Para Remillard (1999) a ‘construção’ está associada ao que acontece à tarefa na sala de aula como resultado das interações que ocorrem entre o professor e os alunos e entre estes. Neste estudo, utilizo esta expressão associada ao momento que antecede a aula e para me referir quer à adaptação de uma tarefa de outros materiais, quer à sua ‘criação’ integral por parte do professor.

O terceiro campo corresponde ao ‘mapeamento’ do currículo como resultado das decisões tomadas nos campos anteriores. Remillard (1999) adverte que é difícil de definir o papel do manual escolar neste campo, dado que corresponde a uma primeira imagem do currículo que os professores utilizam ou substituem. O mapeamento curricular inicia-se quando os professores decidem o que vão ou não usar nas aulas. Apesar do manual corresponder a um mapeamento curricular, as suas propostas podem ser realizadas de forma sequencial, por outra ordem, serem só usadas algumas combinadas com outras ou simplesmente não serem exploradas. São as decisões do professor que definem o mapeamento curricular. Mesmo que ele opte por propor todas as tarefas do manual de

forma sequencial, a imprevisibilidade da sala de aula levará o professor a tomar decisões que conduzirá a um ‘novo’ mapeamento curricular.

3.3.4 A transformação do nível de exigência cognitiva das tarefas no desenvolvimento curricular

Desde que uma tarefa é selecionada e eventualmente adaptada pelo professor, até ao momento em que é explorada na sala de aula, poderá sofrer alterações em termos do seu nível de exigência cognitiva (Stein & Smith, 1998). A Figura 3.5 apresenta o quadro de tarefas matemáticas proposto por Stein e Smith (1998) que pretende ilustrar as fases em que habitualmente ocorrem alterações nas tarefas no que respeita a este aspeto.

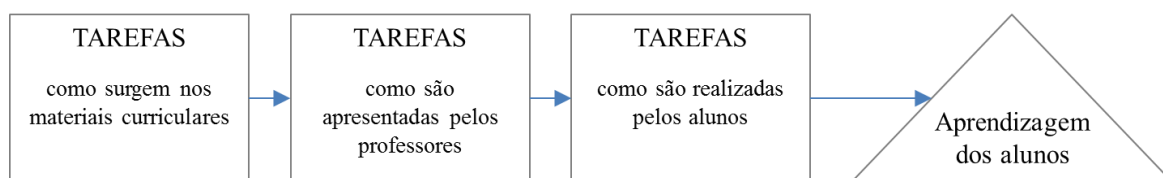


Figura 3.5 - Quadro das tarefas matemáticas (Stein & Smith, 1998)

A primeira fase ocorre fora da sala de aula e relaciona-se com o momento em que o professor seleciona tarefas de materiais curriculares (manuais, cadernos de fichas ou outros materiais auxiliares), ou as constrói (concebendo-as de raiz ou fazendo adaptações de tarefas já existentes). A segunda fase equivale ao momento em que a tarefa, que foi selecionada ou construída na fase anterior, é apresentada aos alunos. Inclui o que o professor diz quando a apresenta, nomeadamente o que ele espera que os alunos façam, como é que espera que o façam e quais são os recursos disponíveis. Esta fase pode ter uma duração muito variável – corresponde a escassos minutos quando o professor simplesmente chama a atenção dos alunos para começarem a trabalhar naquela proposta, fornecendo algumas informações, ou, corresponde a um período mais alargado de tempo, em que discute com os alunos como podem trabalhar (por exemplo, em pequenos grupos) e o tipo de produtos que se espera obter no final do trabalho (Stein, Smith, Henningsen & Silver, 2009). A terceira, e última fase, diz respeito à atividade desenvolvida pelos alunos perante a tarefa proposta na fase anterior. Nesta fase, tanto os alunos como o professor influenciam

o modo como a tarefa é resolvida e discutida. A aprendizagem dos alunos depende fortemente do seu nível de envolvimento cognitivo na tarefa e este é influenciado pelo modo como o professor apoia o seu pensamento e raciocínio (Stein et al., 2009).

Ao longo deste processo, a natureza das tarefas é muitas vezes modificada – a tarefa que está nos materiais curriculares não é a mesma que é apresentada pelo professor aos alunos e, esta, não corresponde exatamente à que os alunos fazem (Stein & Smith, 1998). Para Stein et al. (2009), todas estas fases são importantes e influenciam o que os alunos aprendem, considerando fundamental o papel assumido pelo professor em cada uma delas.

No âmbito do projeto *Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning* (QUASAR) tem sido analisada a transformação das tarefas atendendo a estas três fases (Stein et al., 2007). Apesar de todas as fases que constituem o processo de transformação do currículo influenciarem a aprendizagem, a fase em que as tarefas são realizadas pelos alunos na sala de aula tem tido uma atenção especial, por ser a que mais diretamente se relaciona com que os alunos aprendem e por se reconhecer que é de extrema importância no sentido de se manter, ou não, um nível elevado de exigência cognitiva (Stein et al., 2007).

Podem ser identificados vários fatores que contribuem para uma maior fidelidade da fase de realização das tarefas pelos alunos em termos do nível de exigência cognitiva previsto e o que efetivamente ocorre (Henningsen & Stein, 1997; Stein, Grover & Henningsen, 1996). Alguns destes fatores estão associados à própria tarefa, nomeadamente ao facto de estas revelarem um fraco poder de motivação dos alunos e o professor possuir expectativas pouco claras acerca das mesmas. Outros fatores estão associados ao trabalho que é realizado na aula, em particular, à desadequação do tempo atribuído para explorar as tarefas (tempo a menos ou tempo a mais) e a problemas relacionados com o modo como o professor as explora (Henningsen & Stein, 1997).

Outros estudos mostram que em tarefas que são criadas com o intuito de envolver os alunos numa atividade matemática de nível elevado, na fase de realização, por vezes, os professores tendem a reduzir a sua complexidade (Henningsen & Stein, 1997; Stein et al., 1996). Esta situação ocorre quando o professor, de algum modo pressionado pelos alunos,

especifica procedimentos ou passos para resolver a tarefa, fornecendo informações a mais acerca das estratégias e raciocínios que poderão estar envolvidos na sua resolução (Stein & Smith, 1998). Esta atuação do professor pode ter efeitos nos processos cognitivos dos alunos, que assumem formas de pensamento mais mecânicas e rotineiras (Henningsen & Stein, 1997).

O perigo de modificar o nível de exigência cognitiva da tarefa não ocorre apenas na fase de realização, resultando muitas vezes do discurso e das ações realizadas pelo professor na fase de apresentação (Stein et al., 2009). Consciente ou inconscientemente, muitos professores acabam por fornecer indicações ‘a mais’ alterando as ideias e objetivos iniciais da tarefa. Por exemplo, um professor que proponha um problema aberto, se considerar que os alunos evidenciarão dificuldades na sua resolução, terá a tendência de fornecer à partida um conjunto de informações que alteram a natureza não estruturada deste tipo de tarefas, modificando o seu nível de exigência cognitiva (Stein et al., 2009).

Stein e Smith (1998) identificaram ainda outros fatores associados ao declínio da exigência cognitiva das tarefas, nomeadamente quando o professor: (i) se centra na correção ou perfeição das respostas em vez de colocar a ênfase nos significados, conceitos ou compreensão da tarefa, (ii) apresenta dificuldades de gestão da sala de aula, não proporcionando o envolvimento dos alunos nas atividades de uma forma apoiada e (iii) não responsabiliza os alunos pelos processos que vão utilizando e pelos resultados a que vão chegando – por exemplo, quando são aceites explicações incorretas ou pouco claras.

Para além da adequação do tempo de exploração da tarefa, Stein e Smith (1998) elencam um conjunto de fatores de manutenção da exigência cognitiva de nível elevado das tarefas, associados à forma como o professor as explora. De acordo com estas autoras, para que as tarefas de nível elevado se mantenham neste nível durante a sua realização, é importante que o professor apoie o pensamento e o raciocínio dos alunos, forneça meios para avaliar o seu próprio progresso, estabeleça conexões conceptuais e, através de questões e comentários, os incentive a justificar e a explicar os seus raciocínios.

Capítulo 4

O professor, as tarefas e o sentido de número

Desde a publicação das Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar (NCTM, 1989/1991), o sentido de número tornou-se o foco de muitos dos debates na educação matemática. Na literatura atual sobre o ensino desta disciplina, em particular no que diz respeito ao tema Números e Operações, valoriza-se o desenvolvimento do sentido de número desde os primeiros anos de escolaridade. Educadores e professores têm sido encorajados a orientar o trabalho em torno deste tema de modo a promover o desenvolvimento do sentido de número, que é encarado por diversos sistemas educativos como uma forma de melhorar o desempenho matemático dos alunos (Howell & Kemp, 2010). Alguns estudos relacionados com a aprendizagem dos números e das operações sugerem que os alunos que estiveram sujeitos a programas ou experiências de ensino que valorizam o sentido de número tiveram ganhos significativos do ponto de vista do seu sentido de número (Griffin, 2004).

Apesar de se considerar que o sentido de número “não é fácil de ser medido nem de ser ensinado” (Sowder, 1989, p. 4), o reconhecimento de que as tarefas que o professor propõe aos seus alunos influenciam o tipo de atividade que estes desenvolvem, leva-nos a

interrogar acerca do que deve orientar a escolha das tarefas quando se perspetiva o desenvolvimento do sentido de número. Ainda assim, é importante salientar que, apesar de se atribuir um papel significativo às tarefas matemáticas na aprendizagem dos alunos, estas não predeterminam a qualidade da aprendizagem, estando esta qualidade associada, também, ao modo como o professor as explora na sala de aula (Stylianides & Stylianides, 2008). A importância, na aprendizagem dos alunos, do modo como o professor explora as tarefas parece estar articulada, no caso concreto do desenvolvimento do sentido de número, a “uma forma de ensinar” (Markovits, 1989, p. 80), colocando a ênfase no trabalho que é realizado na sala de aula.

Neste capítulo, tendo como base a revisão da literatura realizada nos dois capítulos anteriores, sobre o sentido de número e sobre as práticas do professor, descrevo e discuto aspetos a considerar pelo professor quando explora as tarefas com os seus alunos. Assim, começo por discutir o entendimento e a importância das tarefas, preconizados por vários autores, abordando também os diferentes tipos de tarefas matemáticas.

Nas secções seguintes, opto por discutir os aspetos associados a práticas de seleção/construção e preparação das tarefas separadamente dos relacionados com as práticas de exploração das tarefas na sala de aula. Embora considere que os dois tipos de práticas estão intimamente ligados, esta decisão permite-me identificar e salientar elementos importantes do trabalho do professor associados a cada um desses momentos da sua prática letiva. Nas secções associadas a cada uma destas práticas, evidencio, também, as preocupações, especificamente relacionadas com o trabalho do professor, que potenciam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos.

Termino este capítulo com uma secção que discute os constrangimentos que se colocam ao professor quando ensina, ou quando aprende a ensinar, numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número, bem como algumas propostas que visam ultrapassar esses constrangimentos.

4.1 As tarefas

As tarefas matemáticas propostas aos alunos influenciam o que estes aprendem e como aprendem (Christiansen & Walther, 1986; Ponte, 2005; Stein et al., 2007). Nas subsecções seguintes discuto o entendimento de vários autores de tarefa matemática e justifico a importância que estas assumem no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Termino com uma discussão sobre os aspetos que caracterizam diferentes tipos de tarefas.

4.1.1 O significado e a importância das tarefas

A expressão ‘tarefa matemática’ é comumente utilizada com significados diferentes – pode corresponder a “questões, atividades, problemas, práticas, novas aprendizagens, lições, exemplos, experiências de aprendizagem, programas de trabalho, projetos, investigações, ou propostas de trabalho de casa” (Walls, 2005, p. 752). Na perspectiva de Walls (2005), as tarefas assumem diversas formas, em termos da sua duração e complexidade, e são usadas pelos professores com diferentes propósitos. Podem corresponder a questões para serem respondidas rapidamente, folhas de trabalho ou páginas de manuais para serem completadas, questões abertas para serem exploradas, situações da vida real para serem investigadas ou questões de testes. Podem ter como objetivo a introdução de novas ideias matemáticas, a prática de determinadas destrezas ou mesmo a avaliação de capacidades matemáticas. Numa tentativa de abarcar as diversas formas e propósitos das tarefas, este autor considera que as tarefas matemáticas correspondem a propostas de trabalho a partir das quais os alunos desenvolvem diferentes atividades matemáticas.

O significado atribuído a tarefa por Walls (2005) tem subjacente a distinção entre tarefa e atividade, aspeto que mereceu especial atenção por parte de Christiansen e Walther (1986). Para estes autores a tarefa constitui o objeto de atividade dos alunos, o que significa que a atividade de aprendizagem matemática que estes desenvolvem está

relacionada com a tarefa proposta. Também em Portugal, a distinção entre tarefa e atividade tem merecido a atenção de alguns autores (Ponte, Boavida, Graça & Abrantes, 1997; Ponte & Serrazina, 2000). Seguindo de perto as perspetivas de Christiansen e Walther (1986), para Ponte et al. (1997) uma tarefa matemática corresponde a um ponto de partida para a atividade matemática desenvolvida pelos alunos. Implicitamente, uma tarefa encerra em si um conjunto de objetivos de aprendizagem que se relacionam com a compreensão de determinados conceitos matemáticos e/ou com uso de diversas estruturas. Dependendo do modo como os alunos a interpretam e da cultura de sala de aula estabelecida, uma mesma tarefa, na maioria das vezes, dá origem a atividades diferentes (Ponte et al., 1997).

Stein e Smith (1998) e Stein et al. (2007) definem tarefa matemática como uma proposta de trabalho para os alunos. Especificamente, Stein et al. (2007) descrevem tarefa como “a atividade matemática na sala de aula, cujo objetivo é focar a atenção dos alunos numa ideia matemática particular” (p. 346). Este é também o entendimento de tarefa matemática assumido neste estudo. Uma tarefa matemática pode incluir vários problemas relacionados entre si ou um único problema que, pela sua complexidade, exige um trabalho mais prolongado (Stein & Smith, 1998).

Na década de 90 do séc. XX, os educadores matemáticos passaram a dedicar uma maior atenção à seleção e construção de tarefas (Walls, 2005). A importância que lhes é atribuída resulta do facto de estas se transformarem, na sala de aula, no objeto da atividade dos alunos e, em conjunto com as ações do professor, constituírem a forma como a Matemática é transmitida aos alunos (Christiansen & Walther, 1986).

Vários estudos indicam que existe uma relação entre o tipo de tarefas matemáticas e o pensamento dos alunos (Arbaugh & Brown, 2005; Brocardo, 2001; Stein & Smith, 1998). Em particular, Stein e Smith (1998) referem que o modo como os alunos aprendem a pensar matematicamente é influenciado pelo tipo de tarefas matemáticas que lhes são propostas. Concretizando esta ideia, as autoras mencionam que as tarefas que apelam à memorização de procedimentos de uma forma rotineira constituem oportunidades que suscitam um determinado tipo de pensamento dos alunos, diferentes das que os levam a pensar sobre os conceitos e os incentivam a estabelecer conexões. Também Stein et al.

(2009) afirmam que nem todas as tarefas são iguais e que diferentes tarefas, para além de provocarem diferentes tipos de pensamento, suscitam diferentes níveis de pensamento nos alunos. Referem que, se pretendemos que os alunos desenvolvam a sua capacidade de pensar, raciocinar e resolver problemas, é necessário propor tarefas de nível de exigência cognitiva elevado.

Para além das tarefas influenciarem o modo como os alunos pensam matematicamente, podem também limitar ou ampliar o modo como os alunos veem os tópicos de ensino (Schoenfeld, 1992) e transmitir mensagens acerca do que é a Matemática e sobre o que envolve fazer Matemática (Christiansen & Walther, 1986; NCTM, 1991/1994; Stein & Smith, 1998). Por exemplo, um ensino orientado para a resolução de exercícios pode contribuir para uma visão dos alunos acerca da Matemática como um conjunto de exercícios e cuja atividade se caracteriza pelo treino desses exercícios (Christiansen & Walther, 1986).

Considerando a importância das tarefas nas oportunidades de aprendizagem dos alunos é fundamental caracterizar os diferentes tipos de tarefas, tendo como base as perspetivas veiculadas por diversos autores.

4.1.2 Os tipos de tarefas matemáticas

O modo como se analisam as tarefas matemáticas, ou seja, os elementos que constituem a base dessa análise, tem dado origem a diferentes tipologias de caracterização de tarefas. Ponte (2005) considera que existem quatro elementos que permitem diferenciar as tarefas: o grau de desafio matemático, o grau de estrutura, o contexto e a duração. Cruzando os dois primeiros elementos, este autor considera que existem quatro tipos básicos de tarefas: exercícios, problemas, investigações e tarefas de exploração (Figura 4.1).

O grau de desafio matemático de uma tarefa “relaciona-se de forma estreita com a percepção da dificuldade de uma questão” (Ponte, 2005, p. 7) variando entre o ‘reduzido’ e o ‘elevado’. Quanto ao grau de estrutura, as tarefas são consideradas ‘fechadas’ quando é

explícito o que é dado e o que é pedido. Se um destes aspetos ou ambos apresentarem “um grau de indeterminação significativo” (p. 8), as tarefas são ‘abertas’ (Ponte, 2005).

Da análise do esquema proposto por Ponte (2005) (Figura 4.1), os exercícios são caracterizados como tarefas de desafio reduzido e apresentam uma estrutura fechada. Os problemas são também tarefas que têm uma estrutura deste tipo, mas com um grau de desafio elevado. Tal como os problemas, as investigações apresentam um grau de desafio elevado para os alunos, contendo, no entanto, uma estrutura aberta. Finalmente, as tarefas de exploração são tarefas que não constituem um desafio elevado para os alunos mas, tal como as investigações, apresentam uma estrutura aberta.



Figura 4.1 - Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura (Ponte, 2005)

Para além desta categorização, encontramos em muitos materiais curriculares a referência a exercícios de aplicação, problemas de aplicação, tarefas de modelação e projetos. Ponte (2005) recorre aos elementos duração e contexto da tarefa para distinguir estes tipos de tarefas dos que foram caracterizados anteriormente. Os projetos, tal como as investigações, apresentam um grau de desafio elevado e uma estrutura aberta. Contudo, é uma tarefa de longa duração, o que permite distingui-la de uma investigação (Ponte, 2005). Para analisar as restantes designações de tarefas, Ponte (2005) refere-se ao contexto que lhes está associado. Para este autor, o contexto de uma tarefa pode ser real, puramente matemático ou, utilizando a designação apresentada por Skovsmose (2000), semirreal. Os contextos semirreais correspondem a “situações que à primeira vista parecem reais, mas que na prática são abstratas, pois nelas não há que atender às propriedades dos objetos exceto aquelas que o contrato didático indica serem relevantes para a respetiva resolução”

(Ponte, 2003, p. 6). Para este autor os exercícios de aplicação, problemas de aplicação e tarefas de modelação, são tarefas que tendem a apresentar, na sua designação, um determinado grau de proximidade com a realidade. Contudo, dependendo das suas características em termos do grau de desafio e da sua estrutura, poderão ser classificadas dentro dos quatro tipos básicos de tarefas referidos anteriormente.

Pela importância que a resolução de problemas tem assumido nos currículos, tanto internacionais como nacionais, o que se entende por problema tem merecido uma atenção especial por parte de alguns autores. Por exemplo, Pehkonen (1987), para tentar clarificar o que são problemas abertos (*open-ended problems*), apresenta a tabela da Tabela 4.1 que se baseia na análise de dois parâmetros – a situação de partida e o objetivo da situação.

Tabela 4.1 - Classificação de problemas de acordo com a sua situação de partida e o seu objetivo (Pehkonen, 1987)

Objetivo da situação Situação de partida	FECHADO (i.e. totalmente explicado)	ABERTO
FECHADA (i.e. totalmente explicada)	Problemas fechados	<ul style="list-style-type: none"> - Problemas abertos - Situações da vida real - Investigações - <i>Problem fields</i> - Variações do problema
ABERTA	Problemas da vida real Variantes do problema	<ul style="list-style-type: none"> - Situações da vida real - Variações do problema - Projetos - Formulação de problemas

Pehkonen (1987) considera que os problemas abertos, as investigações e os *problem fields* (entendidos pelo autor como uma sequência de problemas relacionados entre si), constituem tarefas que apresentam uma grande proximidade. Na verdade, pertencem todas ao mesmo grupo de tarefas, por possuírem situações de partida fechadas mas em que o objetivo associado à situação é aberto. É de salientar que, ao contrário de Ponte (2005), a caracterização de investigação de Pehkonen (1987) não inclui a dimensão da formulação de problemas, sendo esta considerada uma tarefa com estatuto próprio cuja situação de partida e seu objetivo são ambos abertos.

Para Brocardo (2001), a definição de investigação apresentada por Pehkonen (1997) parece cingir-se às tarefas escritas ou orais que são colocadas aos alunos, por ter “apenas a consideração das características da situação de partida e de chegada” (p. 97).

Também Ponte et al. (1999) criticam este modelo por se centrar nas tarefas enquanto propostas e não nas atividades que elas podem desencadear. Concretamente, “no caso das investigações é redutor identificá-las simplesmente com a tarefa que dá origem à atividade uma vez que a ideia mais fundamental é que a investigação esteja centrada no aluno” (p. 15). Efetivamente, é durante a atividade de investigação que o aluno vai colocando ou recolocando questões que o podem encaminhar para direções não previstas à partida.

A distinção entre exercício e problema tem sido, também, alvo de alguma discussão. Por exemplo, para Borasi (1986) um exercício corresponde a uma tarefa que não tem um contexto associado, apresenta uma formulação única e explícita, normalmente implica uma solução única e exata, e os métodos de abordagem incluem uma combinação do uso de regras e algoritmos já conhecidos. Os problemas de palavras apresentam todas estas características diferindo apenas no contexto, que segundo esta autora, é explícito no enunciado. Abrantes (1989) adverte que esta distinção pode ser enganadora, porque quando este tipo de tarefas é proposto com alguma frequência podem ser facilmente transformados em “exercícios disfarçados, nos quais o contexto do enunciado acaba por ser irrelevante” (p. 8). Também a categorização de tarefas proposta por Ponte (2005), apresentada anteriormente, não atribui a existência de um contexto como um elemento importante na distinção entre exercício e problema, afirmando que “não é pelo facto de uma questão ser ou não colocada num contexto extra-matemático que ela é um exercício ou um problema” (p. 4). Como referi anteriormente, para este autor esta distinção relaciona-se com existência, ou não, de um processo imediato de resolução por parte do aluno.

Smith e Stein (1998) apresentam uma categorização das tarefas baseada no tipo e no nível de pensamento exigido aos alunos para as resolverem. Para estas autoras, as tarefas matemáticas diferenciam-se tendo em conta quatro níveis de exigência cognitiva: (i) memorização, (ii) procedimentos sem conexões com o significado, (iii) procedimentos com conexões com o significado e (iv) fazer matemática. Os dois primeiros correspondem a níveis mais baixos de exigência cognitiva. As tarefas que se situam no nível da memorização são tarefas que “não podem ser resolvidas através do uso de procedimentos, porque não existe um procedimento ou porque o tempo que é atribuído para a tarefa ser

completada é demasiado curto para usar um procedimento” (Smith & Stein, 1998, p. 348). Envolve, sobretudo, a reprodução de factos aprendidos, regras, fórmulas ou definições para memorizar e não estabelecem conexões com os conceitos ou significados subjacentes a estes aspetos. São tarefas pouco ambiciosas do ponto de vista da aprendizagem dos alunos dado que, por vezes, “envolvem a reprodução exacta de material já visto e o que tem de ser reproduzido é claro e directamente afirmado” (idem, p. 348).

As tarefas que se baseiam no uso de procedimentos sem conexões com o significado, tal como as anteriores, requerem um nível de exigência cognitiva limitado por parte dos alunos, não transmitem grande ambiguidade acerca do que deve ser feito e também não permitem estabelecer conexões entre os conceitos ou significados subjacentes e, neste caso, os procedimentos usados (Smith & Stein, 1998). São tarefas “algorítmicas” (p. 348), no sentido de se pretender que o aluno aprenda a usar um determinado procedimento ou que use procedimentos aprendidos em aulas anteriores. Requerem, eventualmente, explicações do professor focadas na descrição do procedimento usado e revelam a preocupação com a obtenção da ‘resposta certa’ em vez do desenvolvimento da compreensão matemática (Smith & Stein, 1998).

As tarefas que se enquadram nas categorias procedimentos com conexões com o significado e fazer matemática são tarefas com níveis de exigência cognitiva mais elevados (Smith & Stein, 1998). Ao contrário das anteriores, as que têm como objetivo desenvolver procedimentos com conexões com o significado focam a atenção dos alunos na aprendizagem de processos e modos de representação com o propósito de desenvolver a compreensão de ideias e conceitos matemáticos. Incluem, normalmente, diferentes representações (diagramas visuais, materiais manipuláveis, situações problemáticas, etc.) que facilitam o desenvolvimento de significados. Ao contrário das tarefas ditas ‘algorítmicas’, sugerem implícita ou explicitamente, caminhos para chegar a procedimentos gerais, tendo subjacentes as ideias e os conceitos matemáticos (Smith & Stein, 1998). Por sua vez, as tarefas que se situam no nível fazer matemática não sugerem qualquer caminho, instruções ou exemplificações. São tarefas que requerem um pensamento mais complexo na medida em que exigem a compreensão e a exploração da natureza dos conceitos matemáticos, dos processos ou de relações (Smith & Stein, 1998).

Para resolver este tipo de tarefas os alunos têm de recorrer, de modo apropriado, ao seu conhecimento e experiências anteriores e ser capazes de analisar aspetos da tarefa que possam limitar possíveis estratégias e soluções (Smith & Stein, 1998).

4.2 A seleção/construção e preparação das tarefas

Organizo esta secção em três subsecções em que discuto elementos que se mostram essenciais na seleção/construção e preparação das tarefas. A primeira relaciona-se com as escolhas do professor relativas ao tipo de tarefas, aspeto considerado fundamental por diversos autores (Boston & Smith, 2009; Brocardo, 2001; NCTM, 2000/2007; Ponte, 2005; Smith & Stein, 1998; Stein et al., 2009). A segunda descreve e discute a construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem como um processo no qual deve ser integrada a seleção/construção e preparação de tarefas (Clements & Sarama, 2004, 2009; Simon, 1995; Simon & Tzur, 2004). Estas duas primeiras subsecções abordam aspetos pedagógicos gerais, ou seja, elementos que devem estar presentes na escolha e preparação de tarefas, independentemente de se tratar, ou não, de conteúdos matemáticos relacionados com o tema Números e Operações. A última subsecção centra-se nos aspetos que o professor deve ter em conta quando seleciona/constrói e prepara tarefas que envolvam o trabalho com os números e as operações orientado para o desenvolvimento do sentido de número dos alunos.

4.2.1 Atender ao tipo de tarefas e à sua diversidade

A escolha do tipo de tarefas, por parte do professor, está intimamente relacionada com as abordagens pedagógicas da Matemática assumidas (Ainley & Pratt, 2005; Walls, 2005). Walls (2005) considera que existe uma espécie de oposição entre duas conceções de ensino da Matemática – a ‘transmissão’ e a ‘descoberta’ – que originam tarefas e modos de as explorar também diferentes. A primeira está associada a uma perspetiva da Matemática,

como uma disciplina que consiste num corpo especializado de procedimentos, baseada em princípios universais indiscutíveis, exata e com uma complexidade crescente. Do ponto de vista pedagógico, esta perspetiva tem dado origem à seleção/construção de tarefas, por parte dos professores, com características fechadas, na maioria das vezes difíceis e que se relacionam com o modo como eles próprios aprenderam Matemática. A segunda conceção corresponde a uma abordagem pedagógica baseada em tarefas matemáticas abertas e na resolução e formulação de problemas, processos que são atualmente considerados fundamentais, em diversos documentos curriculares, na atividade matemática.

Alguns desafios se colocam ao professor quando pretende que as tarefas potenciem determinado tipo de atividade matemática a realizar pelos alunos. Um deles prende-se com a dificuldade em identificar, à partida, o tipo de tarefa (Ponte, 2005). Outro é identificar o grau de desafio da tarefa sem conhecer o grupo de alunos a que se destina (Ponte, 2005). Poderão existir dificuldades em distinguir, por exemplo, problema de exercício – uma determinada questão poderá constituir um problema para uns e ser, para outros, um exercício. O importante é perceber se os alunos a quem se destinam possuem, ou não, um processo de resolução imediato. Nas situações em que os alunos conhecem esse processo e são capazes de o mobilizar, a questão constituirá um exercício (Ponte, 2005).

Para alguns autores que propõem a análise das tarefas baseada no seu nível de exigência cognitiva (Boston & Smith, 2009; Smith & Stein, 1998; Stein et al., 2009), o papel fundamental do professor no momento da escolha das tarefas é facilitar a compreensão conceptual dos alunos. Algumas das dificuldades identificadas por Stein et al. (2009), que se colocam aos professores quando orientam a seleção/construção de tarefas pelo seu nível de exigência, parecem ser semelhantes às apontadas por Ponte (2005) para distinguir diferentes tipos de tarefas baseadas no tipo de atividade matemática que os alunos podem desenvolver – a dificuldade de análise de algumas características das tarefas e o conhecimento que o professor tem dos alunos.

Efetivamente, Stein et al. (2009) referem que existem aspetos superficiais que conduzem a uma classificação pouco correta do nível de exigência cognitiva das tarefas. Estes autores afirmam, por exemplo, que uma tarefa que inclua o uso de materiais manipuláveis, que tenha subjacentes contextos reais, que implique o uso de diagramas ou

que envolva julgamentos por parte dos alunos, pode não ser uma tarefa de nível mais elevado. Por vezes, tarefas que incluem um ou mais destes aspetos são, na verdade, tarefas de nível mais baixo, atendendo à ideia forte da tarefa que pode ser, por exemplo, a procura de uma regra ou de uma fórmula. Nestas situações, os alunos são envolvidos numa atividade em que se apercebem claramente dos passos que devem seguir, em que não existe conexão entre os conceitos ou os significados e em que o foco está na procura de uma resposta correta (Stein et al., 2009). Também pode acontecer que tarefas aparentemente de nível mais baixo sejam, na sua essência, tarefas de nível mais elevado. São, por vezes, tarefas que se assemelham a situações que surgem nos manuais escolares e que podem ser resolvidas com a aplicação de regras ou que simplesmente não exigem, de forma explícita, uma explicação ou justificação do modo como os alunos pensaram. Contudo, algumas destas tarefas colocam os alunos perante situações, que à partida, não sabem resolver, exigindo a procura de sentido da situação e uma conexão constante entre os procedimentos e o significado (Stein et al., 2009).

A escolha das tarefas focada no seu nível de exigência cognitiva está, também, diretamente relacionada com os alunos para os quais as tarefas se destinam, exigindo do professor um conhecimento aprofundado acerca dos seus alunos (Stein et al., 2009). É importante que nesta escolha o professor atenda às idades dos alunos, aos níveis de aprendizagem em que se encontram, aos conhecimentos que possuem e às suas experiências anteriores. Por exemplo, uma mesma tarefa poderá ser considerada rotineira e de nível de exigência mais baixo para alguns alunos, enquanto para outros poderá constituir uma tarefa de nível de exigência mais elevado, dependendo de uma destas características dos alunos ou da conjugação de algumas delas (Stein et al., 2009). Contudo, alguns estudos revelam que, habitualmente, os professores quando selecionam ou constroem tarefas matemáticas não atendem ao seu nível de exigência cognitiva, ou seja, não analisam o tipo e o nível de raciocínio que a sua realização poderá exigir (Arbaugh & Brown, 2002 ; Stein, Baxter & Leinhardt, 1990). Estes estudos referem, ainda, que os professores tendem a efetuar a escolha a partir de uma análise superficial das tarefas, centrada unicamente nos conteúdos que permitem desenvolver.

Tanto os autores que sugerem a análise das tarefas baseada no seu nível de exigência cognitiva, como os que propõem essa análise centrada nas características da atividade matemática realizada pelos alunos, salientam a importância do professor conseguir uma espécie de equilíbrio em termos do tipo de tarefas que seleciona/constrói, por constituírem diferentes oportunidades para os alunos pensarem (Stein & Smith, 1998) e por contribuírem para atingir objetivos curriculares distintos (Brocardo, 2001; Ponte, 2005). Por exemplo, os exercícios e os problemas, que são tarefas que apresentam uma natureza mais fechada, exigem que os alunos relacionem os dados e os resultados, contribuindo para o desenvolvimento de aspetos importantes do raciocínio matemático (Ponte, 2005). Já as tarefas de natureza aberta, como as explorações e investigações, são fundamentais para o desenvolvimento da autonomia dos alunos e da sua capacidade para dar resposta a situações complexas (Ponte, 2005). As tarefas com um elevado grau de desafio, nas quais se incluem as investigações e os problemas, proporcionam aos alunos uma efetiva experiência matemática e as tarefas com um grau de desafio mais baixo, como os exercícios e explorações, possibilitam aos alunos experimentar situações com um grau de sucesso considerável, o que lhes permite desenvolver a sua autoconfiança relativa à Matemática (Ponte, 2005).

4.2.2 Integrar as tarefas na construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem

Vários autores sugerem que a conceção das tarefas deve ser integrada na construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem (Clements & Sarama, 2004; Cobb, Stephan, McClain & Gravemeijer, 2001; Simon, 1995; Yackel, Underwood & Elias, 2007). Para Simon (1995), este processo obriga a que elas sejam pensadas de modo sequencial, permitindo a progressão da aprendizagem dos alunos e partindo das hipóteses que o professor coloca sobre essa progressão. Esta trajetória representa um caminho plausível, que pode não corresponder ao caminho real de aprendizagem, sendo por isso uma trajetória hipotética.

De acordo com o ciclo de ensino da Matemática de Simon (1995), representado na Figura 4.2, uma trajetória hipotética de aprendizagem é constituída por três componentes: (i) os objetivos de aprendizagem, que orientam o caminho, (ii) as atividades de aprendizagem, que são pensadas tendo em conta os objetivos definidos, e (iii) o processo hipotético de aprendizagem, que corresponde a uma previsão do pensamento e da compreensão dos alunos quando resolvem as tarefas.

Quando o professor planifica o trabalho a realizar na aula, numa primeira fase, é importante pensar nas ideias e processos matemáticos que pretende que os alunos desenvolvam ao longo de um determinado período e selecionar ou construir um conjunto de tarefas que permitam apoiar essas aprendizagens. O professor pensa antecipadamente nas tarefas que vai propor, no tipo de discussões que estas poderão suscitar e nas eventuais estratégias e resoluções que poderão ser realizadas pelos alunos, mas, o que se passa na sala de aula e a avaliação que o professor for fazendo desses acontecimentos é que irão traçar a trajetória ‘real’ de aprendizagem (Simon, 1995).

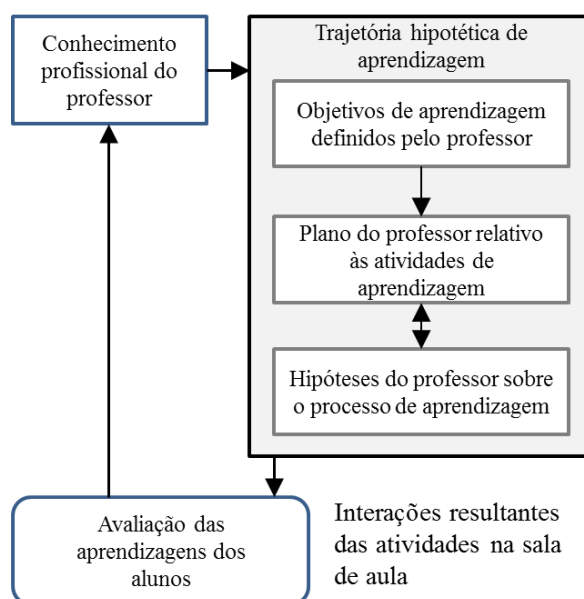


Figura 4.2 - Ciclo (abreviado) de ensino da Matemática (Simon, 1995)

Assim, construir uma trajetória hipotética de aprendizagem constitui, essencialmente, um processo segundo o qual o professor planifica o ensino. Na sala de aula, devido às interações que se estabelecem, professores e alunos fazem parte de uma experiência que, provavelmente será diferente da que foi antecipada. Esta experiência irá

influenciar o conhecimento do professor que, por sua vez, introduzirá alterações na trajetória que foi planeada ou influenciará a construção de uma nova trajetória hipotética de aprendizagem.

A construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem como modo de orientar o ensino tem sido alvo, sobretudo, de duas críticas. Uma relaciona-se com a relação entre a construção de trajetórias de aprendizagem e a evolução individual dos alunos. Por exemplo, Doerr (2006) afirma que se atendermos aos processos individuais dos alunos, numa sala de aula, não existe uma única trajetória hipotética de aprendizagem, mas sim diversas trajetórias hipotéticas de aprendizagem, tornando-se quase impossível para o professor dar resposta a esta diversidade. Contudo, traçar uma trajetória não significa que se tenha de seguir um determinado objetivo durante todo o processo nem que só exista uma única trajetória (Simon, 1995). A necessidade de pensar numa trajetória hipotética reside no facto de se considerar que as decisões tomadas pelo professor devem ser orientadas por objetivos. Estes objetivos norteiam a planificação das atividades que, por sua vez, influencia e é influenciada pelas hipóteses que o professor coloca acerca do modo como os alunos pensam (Simon, 1995).

A outra crítica liga-se à perspetiva de ensino e aprendizagem que lhe poderá estar subjacente, por partir da antevisão de um caminho de aprendizagem. Para Doerr (2006) o professor ao construir uma trajetória de aprendizagem tenderá a seguir uma orientação avaliativa, no sentido em que “inicialmente estará preocupado em identificar e corrigir os erros dos alunos” (p. 6). Nesta perspetiva o professor analisa o trabalho dos alunos tendo por base a sua forma de resolver a tarefa, ‘guiando-os’ na trajetória que foi construída por ele próprio. Esta autora contrapõe o ensino planificado através de trajetórias a um ensino que valoriza as ideias dos alunos, que se preocupa em aceder aos seus modos de pensar e em interagir e negociar significados.

Contudo, vários autores consideram que o modelo de ensino proposto por Simon (1995) apresenta importantes vantagens quer para o professor quer para os alunos (Clements & Sarama, 2004; Cobb et al., 2001; Yackel et al., 2007). Do ponto de vista da aprendizagem dos alunos, Clements e Sarama (2004) realçam a importância do recurso a sequências de tarefas na construção de conceitos e procedimentos matemáticos de uma

forma progressiva. Para além deste aspeto, Yackel et al. (2007) salientam a importância da construção de sequências de tarefas como forma de facilitar a matematização vertical.

Curiosamente, pensar antecipadamente num caminho de aprendizagem, um dos fundamentos da segunda crítica de Doerr (2006), corresponde também a um dos aspetos positivos atribuídos ao trabalho em torno de trajetórias de aprendizagem assinalado por alguns autores. Por exemplo, Cobb et al. (2001) consideram que a construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem leva o professor a fazer conjeturas sobre a aprendizagem da Matemática dos seus alunos e sobre os meios que poderá recorrer para apoiar e organizar essa aprendizagem. Ao envolver-se neste processo aumenta o conhecimento sobre os alunos e sobre as estratégias de ensino (Clements & Sarama, 2004; Cobb et al., 2001).

Às vantagens de perspetivar o ensino com base na construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem estão também associados desafios que este tipo de trabalho coloca ao professor. Ao implicar que, à partida, o professor defina os objetivos de ensino e pense numa sequência de tarefas que permita atingir esses objetivos, este processo exige um conhecimento sobre as ‘grandes’ ideias matemáticas associadas à aprendizagem dos tópicos que pretende trabalhar com os alunos (Clements & Sarama, 2009). Para além disso, constitui um processo que implica uma relação constante entre a atividade e os seus efeitos (Simon & Tzur, 2004). Ou seja, é um processo que obriga o professor a refletir acerca das atividades desenvolvidas na sala de aula e nos seus efeitos na aprendizagem dos alunos. Exige, também, um forte conhecimento acerca dos seus alunos, no sentido em que, neste processo, o professor terá de prever o tipo de atividade mental que é desenvolvido por eles que permita a construção dos conceitos e a sua progressão (Clements & Sarama, 2009; Simon & Tzur, 2004).

Os argumentos favoráveis à construção de trajetórias de aprendizagem, acima apresentados, e os desafios que se colocam aos professores permitem destacar a compreensão sobre o modo como os alunos pensam como algo que é desenvolvido no processo de construção de trajetórias e, simultaneamente, exigido ao professor para desenvolver este processo. A sua importância é destacada por vários autores que perspetivam o ensino a partir da construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem (Clements & Sarama, 2004; Cobb et al., 2001; Simon, 1995; Yackel et al., 2007), por

documentos de referência sobre o ensino da Matemática (NCTM, 2000/2007) e tem constituído a base de alguns projetos de investigação, tais como: *Cognitively Guided Instruction* (CGI) (citado por Chamberlin, 2005), QUASAR (citado por Stein et al., 2007) e Desenvolvendo o Sentido do Número (DSN) (Equipa do projeto DSN, 2006).

Numa análise de projetos que têm subjacente esta ideia, Chamberlin (2005) conclui que, quando os professores têm em conta o pensamento matemático dos alunos, evidenciam mais tendência em centrar o ensino nos alunos e mostram mais aptidão para construir e seleccionar tarefas matemáticas. Também Sowder (2007) afirma que, quanto melhor os professores compreenderem o modo como os alunos pensam, mais capacitados estarão para seleccionar ou construir tarefas adequadas à aprendizagem da Matemática e para colocar questões apropriadas durante a exploração das tarefas na sala de aula.

Uma forma de o professor desenvolver a compreensão do modo como os alunos pensam é colocar-se no seu lugar e tentar pensar como eles (Simon & Tzur, 2004, Kraemer, 2008). Esta atividade corresponde a uma das cinco práticas para orquestrar as discussões das tarefas na sala de aula indicadas por Stein, Engle, Smith e Hughes (2008), modelo que é discutido em pormenor na secção seguinte. Estes autores referem que antecipar as estratégias que os alunos poderão usar na resolução das tarefas constitui uma atividade fundamental a realizar pelo professor durante a sua preparação. Esta atividade passa por inventariar as resoluções corretas e incorretas dos alunos e pensar antecipadamente em estratégias que traduzem diferentes níveis de desenvolvimento da aprendizagem (Stein, et al., 2008).

Para além de permitir ao professor desenvolver a compreensão sobre como pensam os alunos, permite organizar e orientar as discussões na sala de aula sobre as suas resoluções e oferece ao professor a possibilidade de ele próprio apresentar estratégias mais eficazes, quando estas não são sugeridas pelos alunos (Markovits & Sowder, 1994). Por exemplo, Ferreira (2012), num estudo que realizou sobre o desenvolvimento do sentido de número dos alunos no âmbito da resolução de problemas de adição e subtração no 2.º ano de escolaridade, salienta a importância do professor antecipar os possíveis caminhos a seguir pelos alunos, permitindo que este “colocasse questões inquiridoras no sentido de os alunos considerarem estratégias e procedimentos mais eficientes” (p. 512).

4.2.3 Perspetivar o desenvolvimento do sentido de número

Nesta subsecção discuto os aspetos a ter em conta pelo professor quando seleciona e prepara as tarefas especificamente orientadas para o uso e o desenvolvimento do sentido de número dos alunos. Embora estes aspetos se relacionem com questões pedagógicas gerais supramencionadas, são aqui concretizados com o intuito de salientar a sua importância nesse desenvolvimento. Refiro-me às características dos contextos das tarefas (que inclui os modelos, as situações e os números envolvidos), às ‘grandes ideias’ (*big ideas*) associadas ao ensino e a aprendizagem dos números e das operações e às estratégias de resolução das tarefas. Discuto, ainda, a importância da articulação das tarefas como modo de promover o desenvolvimento das estratégias dos alunos. Termina esta subsecção com a discussão de dois aspetos que, embora não correspondam a indicações concretas sobre as características das tarefas, incluem ideias importantes que devem estar subjacentes à sua seleção/construção e preparação quando se perspetiva o desenvolvimento do sentido de número – a promoção do cálculo mental e a estimativa e o modo como o ensino dos algoritmos pode ser integrado no ensino dos números e das operações que visam esse desenvolvimento.

4.2.3.1 As características dos contextos das tarefas

Quando se selecionam ou constroem tarefas é importante ter em conta as características dos seus contextos (Fosnot & Dolk, 2001a, 2001b). Essas características relacionam-se com três aspetos fundamentais: as situações associadas, os modelos subjacentes e os números envolvidos (Fosnot & Dolk, 2001a, 2001b; Mendes, 2012). Embora estes três aspetos se interrelacionem, irei descrevê-los e discutir a sua importância no desenvolvimento do sentido de número, separadamente. Contudo, sempre que neste trabalho me refiro ao contexto das tarefas, incluo estes três elementos.

As situações associadas aos contextos. Uma das características das situações associadas aos contextos potenciadoras do desenvolvimento do sentido de número dos alunos é que sejam interessantes para estes, na aceção de constituírem um desafio, criarem surpresa e suscitarem questões. Ou seja, devem despertar nos alunos a vontade de explorar

a tarefa e de permitir a formulação de questões do tipo: *Porque é que isto acontece? E o que acontece se...? Será que isto é assim?* (Fosnot & Dolk, 2001b). Outra das características relacionadas com as situações associadas aos contextos é que façam sentido para os alunos (Fosnot & Dolk, 2001a, 2001b; Yang et al., 2004; Sood & Jitendra, 2007; Yang, 2003b).

Para alguns autores é o facto de os contextos incluírem situações reais do dia-a-dia dos alunos, que facilita esta atribuição de sentido, justificando a importância desta característica das tarefas a partir do entendimento que assumem de sentido de número. Se sentido de número envolve “uma compreensão geral e pessoal dos números e das operações e a uma habilidade para lidar com as situações do dia-a-dia que envolvem números” (Yang et al., 2004, p. 427), então é fundamental que os problemas numéricos propostos permitam o estabelecimento de conexões com situações da vida real dos alunos (Yang et al., 2004). A importância desta característica dos contextos é também salientada por Sood e Jitendra (2007) ao afirmarem que as tarefas que incluem contextos relacionados com a vida real promovem uma compreensão relacional e um significativo desenvolvimento do sentido de número, ou seja, facilitam a atribuição de significado dos conceitos associados aos números e às operações. Num estudo realizado com alunos do 5.º ano de escolaridade, Yang (2003b) refere a importância desta característica dos contextos das tarefas. Em particular, realça a importância dos contextos serem reais na atribuição de significado a ‘números grandes’, aspeto em relação ao qual refere que os alunos deste ano de escolaridade habitualmente revelam algumas dificuldades.

O que parece ser mesmo fundamental é que os contextos das tarefas incluam situações próximas dos alunos. Inclusive, há autores que salientam essencialmente este último aspeto. As situações associadas aos contextos podem até ser imaginárias, desde que os alunos as compreendam e lhes atribuam sentido (Brocardo & Delgado, 2009; Fosnot & Dolk, 2001a, 2001b). É esta atribuição de sentido que permite interpretar os problemas numéricos, resolvê-los e analisar a razoabilidade dos seus resultados. Efetivamente,

as crianças conseguem “agir”, no sentido de analisar e manipular, sobre contextos da vida de todos os dias como as embalagens de ovos ou de bombons ou sobre contextos imaginários mas que pertencem ao seu mundo (situações que estão associadas a histórias ou a desenhos animados, por exemplo). Pelo contrário, não

conseguem “agir” sobre situações que envolvam a interpretação de contextos, reais ou imaginários, que desconhecem. (Brocardo & Delgado, 2009, pp. 2, 3)

Referindo-se a tarefas matemáticas em geral, ou seja, não especificamente relacionadas com os números e as operações ou que perspetivem o uso e o desenvolvimento do sentido de número, Ponte (2005) afirma ser importante que os alunos sejam colocados perante tarefas às quais estão associados contextos reais, como por exemplo, tarefas de aplicação e de modelação. Para além de permitirem que os alunos se apercebam que a Matemática é usada em situações reais e de que forma é usada nessas situações, o conhecimento destes contextos poderá ajudá-los a lidar com a Matemática. Contudo, este autor chama a atenção para a importância do professor diversificar os contextos das tarefas, atendendo ao seu grau de proximidade com a realidade. Por exemplo, a realização de tarefas formuladas em contextos matemáticos (investigações, problemas, explorações) podem constituir um desafio para os alunos e ajudá-los a “perceber como se desenvolve a atividade matemática dos matemáticos profissionais” (p. 26). Referindo-se ao desenvolvimento do sentido de número dos alunos, Mendes (2012) realça a importância da realização de cadeias numéricas, cujo contexto é puramente matemático, e que permitem envolver os alunos no estabelecimento de relações numéricas relacionadas com as propriedades dos números e das operações.

Ao enunciar o Princípio do Ensino, e assumindo que um dos objetivos das tarefas é envolver os alunos na Matemática, o NCTM (2000/2007) afirma que:

Essas tarefas poderão relacionar-se com experiências da realidade dos alunos, ou poderão surgir em contextos puramente matemáticos. Independentemente do contexto, as tarefas deverão provocar interrogações, possuindo um nível de desafio que convide à especulação e ao trabalho árduo. (NCTM, 2007, p. 19)

Esta transcrição resume algumas ideias importantes aqui discutidas sobre as características das situações associadas aos contextos das tarefas, salientando a diversidade das situações associadas aos contextos (próximas da realidade dos alunos ou puramente matemáticos) e o interesse que a sua exploração pode despertar nos alunos (suscitar interrogações e constituir um desafio).

Os modelos subjacentes aos contextos das tarefas. Uma das características das tarefas potenciadoras do desenvolvimento do sentido de número é permitir o uso de modelos (Fosnot & Dolk, 2001b; Fosnot, Dolk, Zolkower, Hersch & Seignoret, 2006; Gravemeijer, 2005). Este aspeto surge muito associado à ideia, preconizada por Freudenthal (1968), que a aprendizagem da Matemática deve, sobretudo, constituir um processo de matematização da realidade. Neste sentido, os contextos das tarefas devem ter associadas situações que permitam ser matematizadas pelos alunos, ou seja, devem proporcionar aos alunos desenvolver atividades de interpretação, organização e construção de significados das situações (Fosnot et al., 2006).

Considerando que os modelos correspondem a mapas mentais que auxiliam a atividade matemática, Fosnot e Dolk (2001a, 2001b) indicam um conjunto de modelos associados à compreensão e uso das quatro operações elementares (linha numérica vazia, linha numérica dupla, tabelas de proporção, modelo retangular, etc.). Por exemplo, o modelo retangular é um modelo indicado por diversos autores para suportar as primeiras aprendizagens da multiplicação, facilitando a compreensão desta operação e de algumas das suas propriedades (Fosnot & Dolk, 2001b; Mendes, 2012; Nickerson & Whitacre, 2010). Salientando a importância do uso de modelos para a compreensão do efeito das operações, McIntosh et al. (1992) advertem que um modelo adequado para a compreensão de uma determinada operação, num determinado universo numérico, poderá não o ser noutro universo numérico.

Para além dos modelos suportarem as primeiras aprendizagens relativas às operações, permitem aos alunos evoluírem nas suas estratégias de resolução dos problemas, contribuindo para a construção de um novo conhecimento matemático (Gravemeijer, 2005). Por exemplo, Mendes (2012), num estudo que envolveu alunos do 3.º ano de escolaridade, focado na aprendizagem da multiplicação, conclui que “os contextos das tarefas, sobretudo, os associados à disposição retangular, parecem ter contribuído para a evolução dos procedimentos dos alunos” (pp. 500, 501), suportando os procedimentos de cálculo baseados na decomposição de números e propiciando o uso de uma representação adequada para a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Um dos elementos das tarefas que pode promover o uso de modelos por parte dos alunos é o tipo de imagens que eventualmente nela estão incluídas. Para além de serem ilustrativas da situação associada ao contexto, podem também suscitar o uso de determinados modelos (Brocardo & Delgado, 2009). Por exemplo, placas de comprimidos, painéis de azulejos, objetos empilhados e dispostos retangularmente, são algumas das imagens que suscitam o uso do modelo retangular (Brocardo & Delgado, 2009; Mendes, Brocardo, Delgado & Gonçalves, 2009). Mendes (2012), no seu estudo, no qual houve a preocupação de incluir imagens com estas características nas tarefas, encontrou evidências que estas imagens “auxiliam os cálculos de alguns dos alunos, suportando diferentes procedimentos multiplicativos” (p. 516).

Todos estes aspetos relacionados com os modelos conduzem-nos a pensar no papel do professor quando seleciona tarefas intencionalmente orientadas para o desenvolvimento do sentido de número dos alunos. Efetivamente, é fundamental que o professor tenha um conhecimento profundo acerca dos modelos que auxiliam os alunos a progredir nas suas aprendizagens numéricas e no modo como as situações associadas aos contextos podem promover o uso desses modelos (Fosnot et al., 2006).

Os números envolvidos. Por fim, outra das características dos contextos das tarefas relaciona-se com os números envolvidos. Se recordarmos os elementos caracterizadores do sentido de número de documentos de referência nesta área, o sentido de número relaciona-se, entre outros aspetos, com uma boa compreensão das grandezas relativas dos números e com a consciência da existência de números de referência usados no dia-a-dia (NCTM, 1989/1991). Aliás, o conhecimento e destreza com os números, uma das três áreas de caracterização do sentido de número proposta por McIntosh et al. (1992), inclui a importância do desenvolvimento de sistemas de valores de referência. É através destes sistemas e por um processo de comparação, que os alunos desenvolvem o conhecimento de múltiplas representações dos números e o sentido das grandezas relativa e absoluta dos números (McIntosh et al., 1992).

Para além de poderem contribuir para o desenvolvimento de sistemas de valores de referência, os números envolvidos nos contextos fornecem pistas sobre aspetos importantes relacionados com a resolução da tarefa e ajudam os alunos a tomar decisões.

Nomeadamente, influenciam a possibilidade dos alunos usarem representações e/ou métodos eficazes de cálculo, através da escolha de números e métodos de cálculo adequados (mentais, calculadoras, papel e lápis) (McIntosh et al.,1992). A relação entre os números envolvidos nas tarefas e as opções que os alunos tomam na sua resolução é também sublinhada por Mendes (2012) ao afirmar que “Os números de referência incluídos nas tarefas facilitam os cálculos efetuados, baseados em relações numéricas” (p. 518) e “Há procedimentos usados pelos alunos (...) que são veiculados pelos números incluídos nas tarefas” (p. 519).

Dado que os números envolvidos numa tarefa podem influenciar o modo como os alunos a resolvem, fazer uma escolha criteriosa desses números constitui um aspeto importante a ter em conta pelo professor. Destaca-se como fundamental propor tarefas que recorram a números de referência, a números que facilitem o estabelecimento de relações numéricas e que apelem aos sistemas de referência já adquiridos pelos alunos (Yang & Hsu, 2009; McIntosh et al.,1992; Mendes, 2012).

Assim, ao pensar nos contextos das tarefas que promovem o desenvolvimento do sentido de número, é importante que o professor atenda aos modelos subjacentes, às situações que lhes estão associadas e aos números envolvidos. Contudo, mesmo tendo em conta estes aspetos pode acontecer que os alunos não os interpretem ou os usem do modo como o professor o planeou (Fosnot & Dolk, 2001b). Por exemplo, Dolk (2009) analisou as estratégias de dois grupos de alunos de uma turma na resolução de um problema numérico, cujo objetivo era posicionar os números na linha numérica. Um grupo resolveu a tarefa tal como era habitual ser colocada no manual, ou seja, com a reta numérica completa (com marcas visíveis entre os números que funcionam como referência para posicionar outros números). O outro grupo resolveu uma tarefa praticamente igual, mas partindo de uma reta semi-completa (apenas com as marcas correspondentes aos números que funcionam como referência). Apesar de este último grupo de alunos ter recorrido a uma maior diversidade de estratégias, ao contrário das expetativas deste autor, estas estratégias não revelam que os alunos se tenham apoiado nos números que funcionam como referência e nas relações que podem estabelecer com esses números. Sem a possibilidade de fazerem contagens um a um através das marcas que se habituaram a ter disponíveis na reta, os

alunos deste último grupo cometeram mais erros. Na perspectiva deste autor, isto acontece porque os alunos são influenciados pelas estratégias que usam habitualmente, quando são colocados em situações semelhantes. Efetivamente, neste caso, a mudança de modelo associada à tarefa não provocou mudanças nas resoluções dos alunos, prevalecendo o modo como costumam resolver tarefas do mesmo tipo (Dolk, 2009).

4.2.3.2 As estratégias associadas à aprendizagem dos tópicos

Para conceber tarefas que envolvem o trabalho com os números e as operações numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número, é importante que o professor conheça os caminhos que os alunos podem seguir para as resolver (Fosnot & Dolk, 2001b). Esses caminhos correspondem às estratégias de resolução dessa tarefa (Fosnot & Dolk, 2001b). Por exemplo, se a intenção for saber quantos bombons estão numa caixa que apresenta uma disposição retangular, os alunos podem contar um a um, podem contar por grupos (contando os bombons de uma fila e adicionar esse montante o número de vezes correspondente ao número de filas) e podem recorrer à operação multiplicação, efetuando o produto do número de bombons de cada linha pelo número de bombons de cada coluna (ou vice-versa).

Este exemplo permite ilustrar algumas ideias de Fosnot & Dolk (2001b) relativas às estratégias que podem ser usadas pelos alunos quando resolvem problemas numéricos. Em primeiro lugar, cada uma destas resoluções corresponde a um caminho diferente de abordagem ao problema e, portanto, a diferentes estratégias. Em segundo lugar, a ordem pela qual foram explicitados esses caminhos traduz uma progressão das estratégias, aspeto que constitui uma característica importante da aprendizagem. Em terceiro lugar, cada uma delas revela diferentes níveis de desenvolvimento dos alunos. Efetivamente, em situações semelhantes à da caixa de bombons, a estratégia inicial dos alunos será efetuar contagens um a um. Mas se o número de objetos a serem contados aumentar, esta estratégia torna-se morosa e pouco eficiente, pelo que os alunos tenderão a procurar outros caminhos mais eficazes, que correspondem a níveis de desenvolvimento mais elevados. Continuando a focar-me na caixa de bombons e imaginando que esta tem três filas de cinco bombons, um aluno que afirma que estão na caixa $5 + 5 + 5$ bombons, recorre à operação adição para

resolver o problema (adições repetidas). Em contrapartida, um aluno que diz ver na caixa ‘três cincos’, construiu uma nova ideia que é fundamental na aprendizagem da multiplicação – a ideia de entender um grupo como unidade ou “*unitizing*” (Fosnot & Dolk, 2001b, p. 35).

Neste exemplo podem ser identificados dois aspetos fundamentais que se relacionam com as estratégias e com o papel do professor quando concebe tarefas para os seus alunos que visam o desenvolvimento do sentido de número: (i) a identificação das estratégias que uma determinada tarefa suscita e (ii) as características das tarefas que contribuem para a progressão das estratégias que eles já usam. O primeiro exige do professor a compreensão sobre o modo como os alunos pensam, aspeto já discutido na subsecção 4.2.2. O segundo apela ao seu conhecimento acerca da relação entre as estratégias que os alunos utilizam e o desenvolvimento da aprendizagem, aspeto que se liga ao modo como o professor sequencia as tarefas e que será discutido no ponto 4.2.3.4.

4.2.3.3 As ‘grandes ideias’ associadas ao ensino e aprendizagem dos números e das operações

Uma das ideias que sobressai acerca das tarefas é que estas devem promover a compreensão concetual dos alunos (Dolk, 2009; Yang & Hsu, 2009; Yang et al., 2004). Para tal é importante que o professor ao selecionar/construir e preparar tarefas tenha em conta o conteúdo matemático, no sentido de: (i) representar de forma apropriada os conceitos e os processos subjacentes, (ii) transmitir uma ideia adequada do que é fazer Matemática e (iii) proporcionar o desenvolvimento de aptidões apropriadas (NCTM, 1991/1994).

Quando se trata de pensar em tarefas orientadas para o desenvolvimento do sentido de número, Fosnot e Dolk (2001b) salientam a importância de se atender às ‘grandes ideias’ (*big ideias*) associadas aos tópicos que se pretendem ensinar. Tentando descrever o que são as ‘grandes ideias’, estes autores afirmam que estas correspondem “aos princípios que definem a ordem matemática” (p. 10), “estão intimamente relacionadas com as estruturas da matemática (...) e são características das alterações de raciocínio dos alunos – alterações na perspetiva, na lógica e nas relações matemáticas que estabelecem” (p. 10).

Basicamente, podemos encarar as ‘grandes ideias’ como um conjunto de marcos matemáticos fundamentais na aprendizagem de um tópico específico e que traduzem uma determinada progressão de raciocínio. Estas ideias são classificadas por ‘grandes’, não só, por serem fundamentais na aprendizagem de determinado tópico, mas também, por corresponderem a ‘grandes’ avanços do desenvolvimento do raciocínio dos alunos. Por exemplo, a situação descrita no ponto anterior, em que um aluno em vez de dizer “5, mais 5, mais 5” recorre ao *unitizing*, afirmando que são “três cincos” corresponde a um passo importante para a aprendizagem da operação multiplicação, sendo o *unitizing* a primeira do conjunto das ‘grandes ideias’ da aprendizagem desta operação (Fosnot & Dolk, 2001b). As restantes ‘grandes ideias’ da aprendizagem da multiplicação correspondem à compreensão das propriedades desta operação (Fosnot & Dolk, 2001b).

É importante salientar que as ‘grandes ideias’ de aprendizagem de um determinado tópico envolvem a estruturação, ou seja, surgem interligadas com a compreensão das estruturas que apoiam a aprendizagem desse tópico (Fosnot & Dolk, 2001b). Vejamos novamente o exemplo da operação multiplicação. Como foi referido anteriormente, o modelo retangular constitui um modelo fundamental que apoia a aprendizagem desta operação. A compreensão das propriedades comutativa e associativa da multiplicação pode ser apoiada por modelos deste tipo, aos quais estão associadas matrizes com disposições bidimensionais e tridimensionais, respetivamente. A compreensão destas matrizes constitui, em si mesma, uma ‘grande ideia’ que corresponde à perceção e compreensão destas estruturas espaciais (Fosnot & Dolk, 2001b).

Vários são os autores que salientam a importância de orientar o ensino dos tópicos a partir do conhecimento das ‘grandes ideias’ que permitem a abordagem desse tópico numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número (Fosnot & Dolk, 2001a, 2001b; Mendes, 2012; Sood & Jitendra, 2007; Van de Walle, 2003). Assumindo que o sentido de número é essencialmente uma forma de pensar acerca dos números e das operações, que pode e deve ser desenvolvida na escola, planificar o ensino numa perspetiva do seu desenvolvimento exige pensar nas ‘grandes ideias’ associadas a um determinado tópico (Sood & Jitendra, 2007; Van de Walle, 2003; Clements & Sarama, 2009). Trata-se,

sobretudo, de identificar conceitos chave e pensar no modo como eles se relacionam, por forma a maximizar a aprendizagem dos alunos (Sood & Jitendra, 2007).

É de realçar a inter-relação entre as ‘grandes ideias’, as estratégias e os modelos que suportam a abordagem dos tópicos numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número (Fosnot & Dolk, 2001a, 2001b; Mendes, 2012). O esquema da Figura 4.3 proposto por Mendes (2012), que representa os elementos da dimensão de conteúdo de uma conjectura sobre a aprendizagem da multiplicação numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número, salienta esta inter-relação.

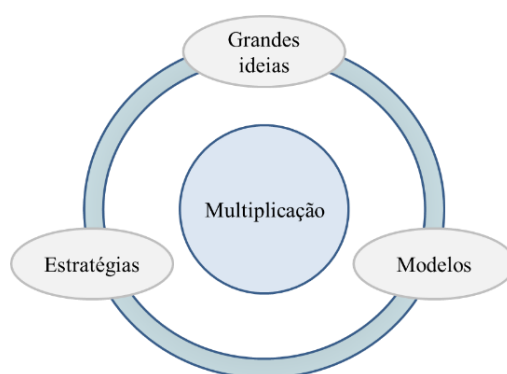


Figura 4.3 - Elementos da dimensão de conteúdo da conjectura sobre a aprendizagem da multiplicação (Mendes, 2012)

Neste esquema, os aspetos que dizem diretamente respeito à aprendizagem de determinado tópico, neste caso da multiplicação numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número, integram as ‘grandes ideias’, os modelos e as estratégias associadas a esta operação de forma interrelacionada.

4.2.3.4 A articulação das tarefas

Alguns estudos que têm recorrido à construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem para planificar o ensino dos números e das operações orientado para o desenvolvimento do sentido de número (Ferreira, 2012; Mendes, 2012; Whitacre & Nickerson, 2006; Sood & Jitendra, 2007), revelam que esta opção permite potenciar alguns aspetos importantes relacionados com as tarefas que têm por base esta intencionalidade, salientando, sobretudo, a importância da construção de sequências de tarefas de forma articulada. Este é um aspeto que Ponte (2005) identifica como um dos desafios que se coloca ao professor independentemente de se pretender, ou não, construir tarefas que visem

o desenvolvimento do sentido de número dos alunos. De um modo geral, são vários os elementos que o professor deve atender para apoiar as suas decisões quando sequencia as tarefas:

um percurso de aprendizagem coerente, que permita aos alunos a construção dos conceitos fundamentais em jogo, a compreensão dos procedimentos matemáticos, o domínio das notações e formas de representação relevantes, bem como das conexões dentro e fora da matemática. (Ponte, 2005, p. 27)

Efetivamente, sequenciar as tarefas passa por pensar num conjunto de tarefas coerentemente articuladas e que permita suportar as aprendizagens dos alunos, ao nível dos conceitos, dos procedimentos matemáticos e das notações e formas de representação. Mas, quando se trata de pensar numa sequência de tarefas ‘coerentemente articuladas’ orientadas para o uso e desenvolvimento do sentido de número, há aspetos particulares a ter em conta. Trata-se, sobretudo, de potenciar algumas das características das tarefas discutidas no ponto 4.2.3.1, ou seja, de atender ao modo como os contextos das tarefas (modelos, situações associadas e números) se articulam entre si (Mendes, 2012; Sood & Jitendra, 2007).

Do ponto de vista do trabalho dos alunos a articulação das tarefas permite-lhes estabelecer relações entre as situações associadas aos contextos, os modelos subjacentes e os números, influenciando os procedimentos que utilizam. Por exemplo, Mendes (2012) afirma que os alunos que estabelecem estas relações “constroem procedimentos baseados nessas relações. Pelo contrário, os alunos que não conseguem estabelecer essas ligações tendem a ter algumas dificuldades na resolução das tarefas” (p. 519). Esta autora acrescenta, ainda, que o facto de se usarem os mesmos números em tarefas com contexto de problema e nas cadeias numéricas que fazem parte de uma mesma sequência de tarefas “contribui para que os alunos potenciem, de umas para as outras, os procedimentos que utilizam” (p. 519). Este aspeto permite salientar, não só, a importância do professor pensar nos números envolvidos nas tarefas, mas também, nas relações que existem entre os números das várias tarefas da sequência de tarefas.

Para além disso, as tarefas propostas aos alunos devem permitir a generalização dos modelos que lhes estão associados e facilitar o seu uso, sendo importante que o mesmo

modelo surja associado a diferentes situações e, portanto a diferentes contextos (Fosnot & Dolk, 2001b). Construir sequências de tarefas articuladas entre si, não só, permite o uso de um determinado modelo de modo sequencial, facilitando a sua generalização, como também, pode auxiliar a ampliação desses modelos que se mostrem adequados para resolver problemas relacionados com as diversas operações em diferentes universos numéricos (Sood & Jitendra, 2007).

4.2.3.5 O cálculo mental e a estimação

A discussão sobre os significados atribuídos a sentido de número, realizada na secção 2.1, salienta que, globalmente, o sentido de número se relaciona com uma certa habilidade para efetuar cálculos de modo flexível (Carpenter, 1989; Greeno, 1989; Reys, 1989; Silver, 1989; Sowder, 1989). Quando Carpenter (1989) refere o modo como considera que o sentido de número se manifesta, realça esta flexibilidade em situações de cálculo mental e de estimação. Por exemplo, afirma que um aluno com ‘bom’ sentido de número tem mais facilidade em realizar estimativas, por ter uma melhor noção da grandeza dos números envolvidos e da proximidade ao valor exato dos resultados a que vai chegando em cada passo. Também Reys (1989), quando explicita o modo como considera que o sentido de número se desenvolve, realça a possibilidade dos alunos serem envolvidos em situações de estimação e de cálculo mental. Esta autora afirma que se o ensino for pensado de forma a promover a discussão com os alunos sobre várias maneiras de estimar e de calcular, envolvendo a compreensão de diferentes estratégias para o fazer, poderá contribuir para o desenvolvimento do sentido de número, ou seja, para um modo pessoal e global de pensar e de lidar com os números (Reys, 1989). Daqui podemos inferir que o cálculo mental e a estimação são tipos de atividades que potenciam o desenvolvimento do sentido de número e, simultaneamente, permitem evidenciar esse sentido de número.

A interdependência entre sentido de número e estes dois tipos de atividades matemáticas levou-me a salientar a importância destes aspetos como dois elementos a ter em conta na seleção/construção de tarefas. Efetivamente, alguns estudos que visam compreender esta relação destacam a realização de tarefas de cálculo mental e estimação

como forma de promover o desenvolvimento do sentido de número dos alunos (Markovits & Sowder, 1994; Nickerson & Whitacre, 2010).

Por exemplo, Markovits e Sowder (1994) realizaram um estudo com alunos do 7º ano de escolaridade de uma escola dos Estados Unidos com o objetivo de compreenderem os efeitos do ensino orientado para o desenvolvimento do sentido de número, focado em tarefas que promovem o cálculo mental e a estimação. Estas tarefas foram concebidas tendo por base contextos que permitiam e suscitavam a exploração dos números, das relações entre os números e das operações com números. Estes autores referem que o facto de se tratar de um ensino focado na ideia de fornecer oportunidades estruturadas para permitir a descoberta de regras e a invenção de algoritmos (não convencionais), se mostrou fundamental no desenvolvimento do cálculo flexível dos alunos. Também Baek (1998) explicita a relação entre o cálculo mental e o desenvolvimento do sentido de número, salientando a importância dos alunos resolverem tarefas onde tenham a oportunidade de inventar algoritmos (não convencionais).

Nickerson e Whitacre (2010) realizaram uma experiência com futuros professores do ensino básico que tinham participado numa experiência anterior para melhorar o seu sentido de número, nomeadamente no que se refere ao seu cálculo mental flexível com números inteiros (Whitacre & Nickerson, 2006). Nesta segunda experiência houve um alargamento do conjunto numérico, passando dos números inteiros para o conjunto dos números racionais na sua representação de fração (corresponde a uma extensão do sentido de número inteiro para o sentido de número racional). Tanto numa situação como na outra, os estudantes participaram em atividades de cálculo mental, estimação e raciocínio acerca da grandeza dos números envolvidos. As tarefas foram concebidas tendo em conta os seguintes pressupostos: (i) os estudantes aproveitam as oportunidades de usar estratégias sensíveis aos números (ii) os estudantes desenvolvem um repertório de estratégias sensíveis aos números e (iii) os estudantes desenvolvem a capacidade/habilidade de raciocinar através de modelos (Nickerson & Whitacre, 2010; Whitacre & Nickerson, 2006). Estes autores concluem que os estudantes durante estas experiências desenvolveram o sentido de número através do que designam ser uma ‘matemática mental’.

Mas que características especiais devem ter as tarefas que promovem o cálculo mental e a estimação? Efetivamente, podem existir tarefas com o propósito de desenvolver estes dois aspetos. Por exemplo, as cadeias numéricas constituem uma forma particular de desenvolver estratégias de cálculo mental (Fosnot & Dolk, 2001b). Ao construir uma cadeia numérica é importante que professor tenha em conta muitos dos aspetos já referidos ao longo da subsecção 4.2.3. Para além de uma escolha criteriosa dos números envolvidos, deve pensar nas relações numéricas e/ou nas propriedades que pretende que os alunos compreendam e utilizem quando resolvem esses cálculos sequencialmente. É também fundamental que, na sala de aula, vá apresentando os vários cálculos sequencialmente, incentivando os alunos a relacionar cada cálculo com o(s) que efetuou na(s) linha(s) anterior(es). Mendes (2012), referindo-se a este tipo de tarefas, afirma que “a estrutura da cadeia influencia os procedimentos dos alunos e ajuda a promover um cálculo mental eficiente, baseado em propriedades dos números e das operações” (p. 519).

Ainda assim, as cadeias numéricas não constituem a única forma de desenvolver estratégias de cálculo mental. Se reunirem as características referidas ao longo da subsecção 4.2.3, teremos tarefas que desenvolvem o cálculo mental e a estimação. Por exemplo, tarefas que envolvam o uso de números de referência e que apelem à realização de estimativas constituem boas oportunidades dos alunos desenvolverem a sua capacidade de estimação. Como vimos, a estimação é também considerada uma atividade inerente a todo o trabalho de resolução de problemas, estando associada ao processo de revisão dos dados e da razoabilidade do resultado (McIntosh, et al., 1992). Tanto num caso como no outro, para além dos aspetos inerentes à tarefa, enquanto proposta de trabalho, é fundamental o modo como o professor a explora na sala de aula, proporcionando a apresentação de várias formas de pensar dos alunos e incentivando a comparação e reflexão sobre as estratégias apresentadas (Baek, 1998; Yang, 2003a). Este assunto será desenvolvido com mais pormenor na secção seguinte.

Se pensarmos no trabalho em torno dos números e, principalmente, das operações numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número, o cálculo mental e a estimação podem ser encarados como atividades transversais e essenciais a esse trabalho, ideia que é transmitida por diversos documentos de orientação curricular (ME, 2007; NCTM,

2000/2007). Por exemplo, nas primeiras páginas que orientam o trabalho do tema Números e Operações do PMEB (ME, 2007) pode ler-se:

É necessário proporcionar aos alunos situações diversas que lhes permitam desenvolver o cálculo mental. Para isso devem ser trabalhadas diferentes estratégias de cálculo baseadas na composição e decomposição de números, nas propriedades das operações e nas relações entre os números e entre as operações. (p. 14)

Ao analisar o entendimento de cálculo mental apresentado por diversos autores, Mendes (2012) refere que este não é consensual, sobretudo no que respeita à existência ou não de suporte escrito. Esta autora afirma que a conotação atribuída a esta expressão, que surge na década de 70 do século XX, é que o cálculo mental se relaciona “com a memorização e a rapidez de realizar cálculos “de cabeça”” (p. 104). Mais recentemente, alguns autores referem que o cálculo mental, apesar de se realizar sobretudo mentalmente, pode incluir registos escritos que auxiliem a memória a curto prazo (Anghileri, 2003; Buys, 2008), o que está de acordo com a perspetiva de cálculo mental descrita no PMEB (ME, 2007).

Este documento explicita o que entende por cálculo mental, identificando três aspetos que o permitem caracterizar. O primeiro tem a ver com o que se exige do aluno – “um bom desenvolvimento do sentido de número e um saudável conhecimento dos factos numéricos elementares” (p. 10), o que permite salientar, mais uma vez, a forte ligação entre cálculo mental e o sentido de número. O segundo relaciona-se com o modo como se ‘veem’ e usam os números. Calcular mentalmente implica “trabalhar com números e não com algarismos” (p. 10), aspeto que desde logo o permite distinguir do cálculo algorítmico (convencional) realizado apenas com ‘a cabeça’. O terceiro diz respeito à possibilidade de se recorrerem, ou não, a registos. Tal como para Anghileri (2003) e Buys (2008), para o PMEB (ME, 2007), calcular mentalmente pode “permitir o uso de registos intermédios de acordo com a situação” (p. 10).

4.2.3.6 O papel dos algoritmos convencionais

Importa clarificar a que me estou a referir quando uso a expressão ‘algoritmos convencionais’. Ao longo deste trabalho tenho vindo a reproduzir as expressões de autores

que pretendem caracterizar alguns dos procedimentos de cálculo utilizados pelos alunos: simplesmente ‘algoritmos’, ‘algoritmos estandardizados’, ‘procedimentos algorítmicos’, ‘algoritmos usuais’, ‘regras de cálculo escrito’ e ‘cálculo escrito’. Efetivamente, pude observar que estas expressões, por vezes, designam o mesmo ‘tipo’ de cálculo e, outras vezes, referem-se a ‘tipos’ de cálculo diferentes. Por exemplo, a expressão ‘cálculo escrito’ usada por Yang (2005) tem um significado diferente da mesma expressão usada, no PMEB (ME, 2007). Na primeira situação o autor pretende referir-se aos algoritmos convencionais, ou seja, aos algoritmos das quatro operações elementares que são tradicionalmente ensinados na escola. Este é também o entendimento que corresponde à designação de ‘algoritmos usuais’ usada no PMEB (ME, 2007). Na segunda situação, dizem respeito a registos de cálculo efetuados pelos alunos quer sejam algoritmos convencionais ou não. A minha preocupação fundamental tem sido explicitar de que tipo de registo de cálculo se trata, sempre que considero que no discurso dos autores e, em particular, nas expressões que utilizam tal não se mostra claro.

Passando agora à relação entre o desenvolvimento do sentido de número e o lugar que os algoritmos convencionais têm ocupado no 1.º ciclo de escolaridade, começo por relembrar os resultados de alguns estudos, referidos no capítulo 2, que sublinham esta relação. Efetivamente, vários são os estudos que referem que o ensino centrado nos algoritmos (convencionais), não só, não contribui para que os alunos desenvolvam aprendizagens significativas (Cramer, Post & delMas, 2002; Markovits & Sowder, 1994; Yang et al., 2004), como também pode encobrir fraquezas no que respeita a aspetos relacionados com a compreensão dos números e das operações (Hiebert, 1999; Yang & Reys, 2002). Alguns desses estudos concluem que os alunos desenvolvem mais facilmente o sentido de número quando participam em atividades ‘bem desenhadas’, do que quando são sujeitos a um ensino tradicional baseado no treino dos algoritmos (convencionais) (Yang & Hsu, 2009; Yang et al., 2004).

Por exemplo, Yang et al. (2004) realizaram um estudo que envolveu duas turmas. Numa das turmas (turma de controlo) o ensino foi orientado pelas tarefas do manual adotado que se enquadram numa perspetiva de ensino tradicional dos números e das operações, focado nos algoritmos (convencionais). Na outra turma (turma experimental)

foram exploradas tarefas que se distanciam dos materiais tradicionais. Estas tarefas foram pensadas de modo a transmitir a ideia que não existe apenas um método algorítmico para efetuar os cálculos, promover a compreensão conceptual e fortalecer o sentido de número (Yang et al., 2004). Os resultados deste estudo revelam que os alunos da turma experimental usaram aspetos relacionados com o sentido de número na resolução das tarefas, desenvolvendo várias estratégias de cálculo.

A perspetiva de que o ensino da Matemática deve valorizar o pensamento e raciocínio dos alunos em vez de se centrar na repetição do uso dos algoritmos (convencionais) reúne o consenso de muitos investigadores (Beswick et al., 2004; Reys, 1994; Reys & Yang, 1998; Yang, 2005; Yang et al., 2008b; Zangali & Ghazali, 1999). Corresponderá esta perspetiva a uma eliminação do ensino dos algoritmos convencionais, em particular, no 1.º ciclo? Bass (2003) prefere colocar a questão de outro modo. Considerando a aprendizagem dos algoritmos (convencionais) como um aspeto importante para fluência de cálculo, para este autor trata-se de tentar perceber como é que o trabalho em torno dos algoritmos pode ser combinado com o desenvolvimento de outros procedimentos de cálculo e com a compreensão dos conceitos.

Também Brocardo e Serrazina (2008) consideram que o desenvolvimento da fluência de cálculo não é incompatível com a aprendizagem dos algoritmos convencionais, desde que esta aprendizagem surja na sequência de um processo que permita “acompanhar a tendência natural de desenvolvimento de procedimentos de cálculo” (p. 106) e em que haja a preocupação de “ligar estruturalmente o desenvolvimento de métodos e de técnicas de cálculo à construção dos números, da sua estruturação e à reconstrução do nosso sistema de numeração de posição” (p. 106). Para estas autoras, os algoritmos não devem constituir o foco do ensino do tema Números e Operações, devendo decorrer de um trabalho em torno deste tema centrado no desenvolvimento do sentido de número. Assim, ao planificar o ensino o professor deverá preocupar-se com a possibilidade das tarefas permitirem o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo, potenciando-as para a aprendizagem com compreensão dos algoritmos convencionais. Assim, é importante que o professor proponha tarefas que suscitem tanto o uso dos algoritmos (convencionais) como outros métodos de cálculo (Anghileri, 2004; Bass, 2003; Brocardo & Serrazina, 2008),

contrariando a ideia que o algoritmo convencional não constitui o único método para efetuar os cálculos (Yang et al., 2004).

A discussão efetuada ao longo desta secção permite salientar duas ideias-chave que devem estar subjacentes à seleção/construção e preparação de tarefas orientadas para o desenvolvimento do sentido de número. Uma é que promova a compreensão conceptual dos alunos (Dolk, 2009; Yang & Hsu, 2009; Yang et al., 2004). Neste sentido, Dolk (2009) afirma que as tarefas devem permitir que os alunos compreendam as relações que se podem estabelecer entre os números e as operações e que contribuam para a melhoria dos processos que lhes permitem compreender essas relações. Para este autor, trata-se sobretudo de desenvolver hábitos de pensamento matemático em vez de ajudar os alunos a resolver problemas corretamente (Dolk, 2009). Também realçando a importância da compreensão concetual dos alunos, Yang e Hsu (2009) salientam a importância do professor colocar questões focadas em números de referência, promover a estimação e propor problemas numéricos desafiantes. Para estes autores estas preocupações devem ser ainda maiores quando o professor reconhece que os seus alunos não apresentam competências de sentido de número. A outra ideia é que se atenda aos processos usados pelos alunos (Kraemer, 2008; Reys, 1994). Efetivamente, as tarefas devem suscitar o uso de estratégias diversificadas e auxiliá-los a decidir o tipo de cálculo apropriado a cada situação (Reys, 1994). Para construir tarefas potenciadoras destes aspetos é “essencial compreender bem como os alunos em causa modelam os seus cálculos” (Kraemer, 2008, p. 20).

4.3 A exploração das tarefas na sala de aula

Nesta secção começo por discutir os aspetos relacionados com o trabalho do professor na sala de aula que potencia o desenvolvimento do sentido de número dos alunos, tendo por base autores que se debruçam sobre esta temática. Destaco em seguida, um modelo de ensino orientado para esse desenvolvimento apresentado por Yang (2003a)

e discuto os resultados de alguns estudos que relaciona as práticas de sala de aula do professor com o desenvolvimento do sentido de número dos alunos. Destas três secções sobressaem aspetos que parecem ser fundamentais quando se exploram tarefas na sala de aula com essa intencionalidade – a orquestração de discussões coletivas e a construção de uma determinada cultura de sala de aula.

4.3.1 Desenvolver o sentido de número

Diversos autores que se debruçam sobre o modo como o sentido de número pode ser desenvolvido, destacam a importância das características do ambiente de sala de aula e do papel do professor (Anghileri, 2006; Carpenter, 1989; Fraivillig, 2001; Greeno, 1989; Markovits & Sowder, 1994; Yang, 2003a). Salientando as interações que se estabelecem entre professor, alunos e conteúdo, Greeno (1989) afirma que um ambiente propício ao desenvolvimento do sentido de número resulta de “uma construção social na qual os alunos interagem com o professor e cada um deles com as quantidades e os números” (p. 54). Este autor aponta duas características essenciais desse ambiente – suscitar a curiosidade acerca dos números e fomentar a exploração em torno dos números.

Também Anghileri (2006) encara o desenvolvimento do sentido de número como uma consequência de uma atividade social, destacando a importância da conversação. Para esta autora, ao falar, o aluno usa a sua lógica de pensamento e, ao envolver-se na conversação, desenvolve a sua linguagem matemática. A aprendizagem resulta da reflexão sobre os seus pensamentos, e, sobretudo, da sua participação nessa conversação. Assim, é através da partilha e das discussões que se desenvolvem na sala de aula, acerca das resoluções das tarefas, que a atividade matemática dos alunos é objetivada, ou seja, se transforma num “tópico de conversação” (p. 134). O papel do professor será, essencialmente, conduzir esta conversação de modo a que, por um lado, as intenções subjacentes dos alunos às suas ações se tornem explícitas e, por outro, suscitar a discussão e reflexão sobre essas ações e intenções por forma a aprofundar os assuntos em discussão (Anghileri, 2006).

Para Carpenter (1989) o que caracteriza o trabalho de sala de aula em torno dos números e das operações, numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número, é o foco no pensamento dos alunos. Tal como Anghileri (2006) sublinha a importância do professor ouvir o que os alunos dizem. Justifica este aspeto por considerar que o sentido de número se desenvolve com um ensino construído a partir dos conhecimentos informais dos alunos. Deste modo, o professor deve dar aos alunos a oportunidade de inventarem as suas próprias estratégias de resolução dos problemas e de partilharem essas estratégias (Carpenter, 1989). Para além da importância da partilha de estratégias usadas pelos alunos na resolução dos problemas, Markovits e Sowder (1994) referem que é também importante que os alunos sejam encorajados a explicar as suas estratégias, a colocar questões e a usar estratégias de outros colegas que se tenham mostrado eficazes. Estes aspetos contribuem para que os alunos compreendam e deem sentido à Matemática e promovam o seu raciocínio matemático (Fraivillig, 2001; Markovits & Sowder, 1994).

As ideias apresentadas por Reys (1994) acerca das características do ambiente de sala de aula englobam grande parte dos aspetos apontados pelos autores acima referidos – a exploração, a discussão e o pensamento dos alunos. Salienta, contudo, a importância do professor selecionar tarefas potenciadoras destes aspetos. Também Markovits e Sowder (1994) realçam a importância da relação entre as tarefas selecionadas pelo professor e as características do ambiente que é criado na sala de aula, advertindo que tarefas intelectualmente desafiantes contribuem para que o trabalho realizado na sala de aula seja, também ele, estimulante e provocador para os alunos.

Inspirando-se nos trabalhos de Anghileri (2006), Reys (1994) e Fraivillig (2001), Yang (2003a) apresenta o modelo de ensino orientado para o processo de aprendizagem (*process-oriented teaching model*) do sentido de número, que permite salientar aspetos importantes a ter em conta pelo professor na exploração de tarefas na sala de aula que visam esse desenvolvimento. Pela relevância que pode assumir neste trabalho, apresento e discuto este modelo na subsecção seguinte.

4.3.2 Um modelo de ensino para o desenvolvimento do sentido de número: os contributos de Yang

Yang (2003a) considera que o professor assume um papel importante nas interações que se estabelecem na sala de aula, devendo criar um ambiente que estimule os alunos a comunicar as suas estratégias de resolução dos problemas propostos. Na sua perspetiva o professor não deve agir como um ‘resolvedor’ de problemas, mas sim encorajar os alunos a partilhar as suas ideias, colocando-lhes questões. Para este autor, um modelo de ensino que promova o desenvolvimento do sentido de número dos alunos é, sobretudo, um modelo focado na compreensão concetual dos alunos, ou seja, que lhes permite realizar aprendizagens com significado e que promove o desenvolvimento do pensamento crítico e do raciocínio acerca dos números e das operações (Yang, 2003a). A Figura 4.4 apresenta o modelo de ensino sugerido por este autor, explicitando alguns aspetos que orienta o trabalho do professor na exploração de tarefas na sala de aula.

O modelo de Yang (2003a) inclui, nas caixas ovais, as ações desenvolvidas pelo professor e pelos alunos. Nas caixas retangulares, apresenta a intencionalidade com que o professor desenvolve essas ações. Neste modelo podemos também identificar quatro momentos que caracterizam o trabalho em torno de uma tarefa – apresentação, resolução, discussão e síntese. Todos estes momentos são intercalados com ações do professor que conduzem e/ou permitem a passagem entre cada um deles.

Analisando o conteúdo das caixas em cada um destes momentos, podemos observar que, durante o momento de apresentação da tarefa, um dos aspetos a ter em conta pelo professor é encorajar os alunos a colocarem questões. Após a resolução da tarefa em pequenos grupos, o professor pede aos alunos que registem as conclusões resultantes do trabalho com o grupo, iniciando, em seguida, a apresentação das resoluções dos vários grupos à turma.

Durante a apresentação e discussão da resolução da tarefa por cada um dos grupos, o professor deve encorajar os alunos a efetuarem explicações, a questionarem e a debaterem as suas ideias e, caso seja necessário, deve apoiar as explicações dos alunos quer estas sejam corretas ou incorretas. Quando a turma discute as várias resoluções da

tarefa, o professor lida com as explicações apresentadas pelos alunos e, caso seja necessário, ajuda nessa discussão. Nesta fase o professor encoraja os alunos a desafiar-se, a desenvolver outros caminhos daqueles que eventualmente seguiram e a solicitar ajuda, caso necessitem. Na sequência deste momento os alunos apresentam as suas conclusões finais, momento que parece corresponder a uma espécie de síntese dos aspetos essenciais associados à resolução daquela tarefa. Yang (2003a) inclui, ainda, no seu modelo, um momento de aula em que os alunos escrevem um ‘diário matemático’ que possibilita uma espécie de síntese pessoal das aprendizagens efetuadas a partir de questões similares colocadas pelo professor.

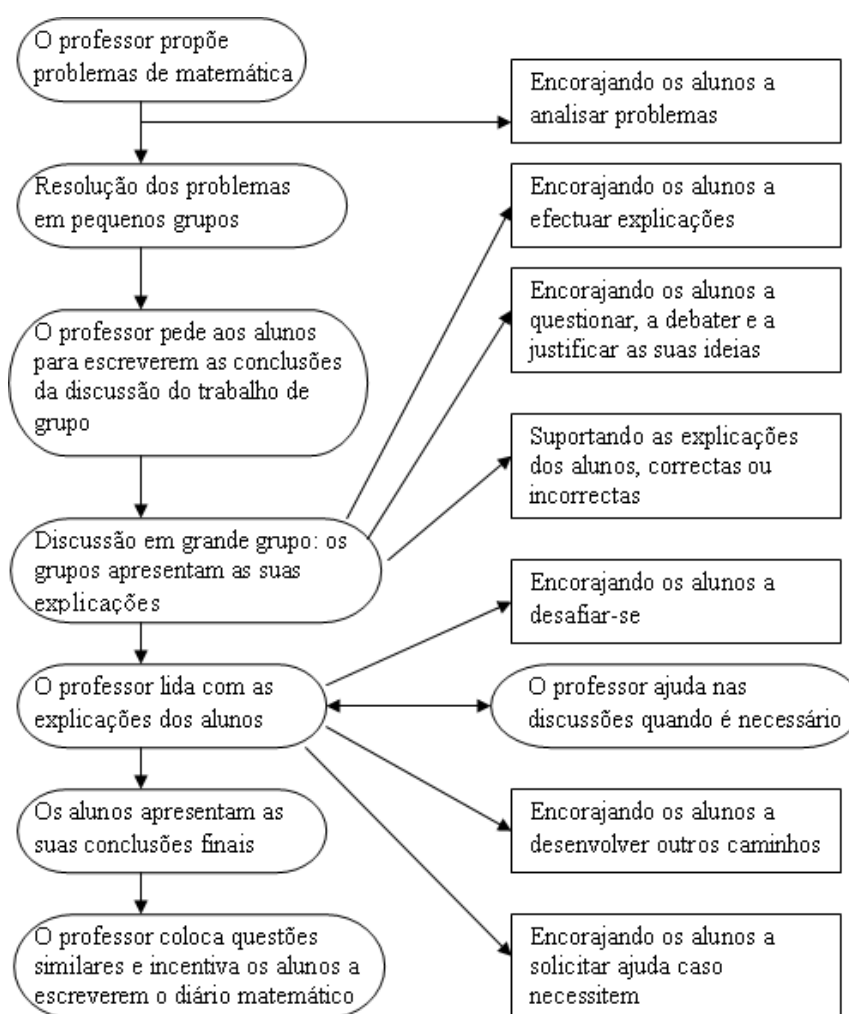


Figura 4.4 - Modelo de ensino orientado (Yang, 2003a)

Relativamente a este modelo há três aspetos que sobressaem. O primeiro diz respeito ao nível de intervenção do professor nos dois primeiros momentos de exploração de uma tarefa, comparando com o que acontece no momento de discussão. Yang (2003a)

parece atribuir um papel de intervenção forte ao professor, essencialmente, no momento de discussão das tarefas, que se caracteriza, na sua globalidade, por encorajar os alunos a efetuar explicações, a questionar, a debater, a justificar ideias matemáticas, a desafiar-se a si próprios e a desenvolver outros caminhos. Os papéis que atribui ao professor neste momento traduzem a ideia que um ensino que promove o desenvolvimento do sentido de número dos alunos valoriza o raciocínio dos alunos, a comunicação matemática e as interações entre o professor e os alunos e entre estes. O segundo aspeto diz respeito à elaboração do diário de síntese das aprendizagens efetuada pelos alunos. Efetivamente, constitui um procedimento pouco comum e, habitualmente, a exploração de uma tarefa termina com um momento de discussão e síntese em que os alunos partilham as suas resoluções e explicam os seus raciocínios a toda a turma, cabendo ao professor o papel de orientar estas discussões e, com o apoio dos alunos, resumir as diferentes abordagens à tarefa (Stein et al., 2008). Por fim, um terceiro aspeto prende-se com o facto de este autor só prever uma única modalidade de trabalho, referindo apenas o trabalho em pequenos grupos e não incluindo, por exemplo, o trabalho individual. Para Stein et al. (2008) uma aula onde se valorize a discussão com toda a turma pode também incluir a resolução de tarefas realizadas individualmente.

Se compararmos os papéis atribuídos por Yang (2003a) ao professor, na exploração de tarefas na sala de aula com vista ao desenvolvimento do sentido de número dos alunos, encontramos grandes semelhanças com as recomendações apresentadas pelo NCTM (1991/1994, 2000/2007), acerca do modo como o professor deve conduzir a exploração das tarefas na sala de aula visando estas, não exclusivamente, o desenvolvimento do sentido de número. O NCTM (1991/1994) salienta o papel do professor no discurso que desenvolve na sala de aula, considerando que o deve dirigir:

- colocando questões e propondo atividades que facilitem, promovam e desafiem o pensamento dos alunos; ouvindo com atenção as ideias dos alunos;
- pedindo aos alunos que clarifiquem e justifiquem as suas ideias, oralmente e por escrito;
- decidindo o que deve ser pesquisado mais em profundidade, entre as ideias que os alunos levantam durante a discussão;

- decidindo quando deve fornecer informação, quando deve esclarecer uma questão, quando deve fornecer um modelo, quando deve ser diretivo, quando deve deixar o aluno com uma dificuldade;
- gerindo a participação dos alunos na discussão e decidindo quando e como encorajar cada aluno a participar. (NCTM, 1994, p. 37)

Embora, mais recentemente, o NCTM (2000/2007) não explicita um conjunto de recomendações acerca do modo como o professor deve desencadear e gerir o discurso na sala de aula, realça a importância das interações e do diálogo que o professor estabelece com os alunos no desenvolvimento do seu raciocínio matemático, no estabelecimento de conexões entre ideias e na reorganização do seu conhecimento, aspetos que estão subjacentes ao modelo de ensino orientado para o desenvolvimento do sentido de número proposto por Yang (2003a).

4.3.3 A investigação que relaciona as práticas de sala de aula do professor com o desenvolvimento do sentido de número dos alunos

Grande parte da investigação sobre o sentido de número e o seu desenvolvimento tem como foco os alunos. Ainda assim, identifico dois conjuntos de estudos que procuram compreender e/ou retirar implicações do trabalho realizado pelo professor na sala de aula potenciadoras desse desenvolvimento. Um primeiro conjunto de estudos tem como propósito testar modelos de ensino, tentando compreender os efeitos desse ensino no desenvolvimento do sentido de número dos alunos (Yang et al., 2004; Yang & Hsu, 2009; Yang, 2003a). Um segundo conjunto, embora focado na aprendizagem dos alunos, permite uma reflexão aprofundada sobre o papel do professor nesse desenvolvimento. Refiro-me, em concreto, aos que são realizados no âmbito de experiências de ensino ou de programas intencionalmente pensados para promover o uso do sentido de número e o seu desenvolvimento (Ferreira, 2012; Markovits & Sowder, 1994; Mendes, 2012; Yang, 2003a).

Incluído no primeiro conjunto de estudos Yang et al. (2004) recorreram a duas turmas de uma escola tailandesa, uma de controlo e outra experimental, com o intuito de testar o modelo de ensino proposto por Yang (2003a), descrito e analisado no ponto

anterior. Na turma de controlo o ensino caracterizou-se por um trabalho habitual em torno dos números e das operações, envolvendo a resolução de tarefas por parte dos alunos, seguida da sua correção. Na turma experimental, foram propostas tarefas concebidas com o intuito de desenvolver o sentido de número e a correspondente exploração na sala de aula teve em conta o modelo de ensino de Yang (2003a). Os resultados deste estudo apontam para uma melhoria do sentido de número dos alunos da turma experimental, tendo-se observado que estes desenvolveram uma aprendizagem mais significativa no que diz respeito ao tema Números e Operações e que evidenciaram o uso de aspetos do sentido de número de um modo mais efetivo e frequente, por comparação com os alunos da turma de controlo. Por exemplo, nas entrevistas individuais realizadas a alguns alunos no final de cerca de quatro meses de trabalho com as turmas, perante um mesmo problema, os alunos da turma de controlo tenderam a usar o algoritmo como única ferramenta de cálculo, enquanto os alunos da turma experimental optaram, na sua generalidade, por uma abordagem de sentido de número, ou seja, recorrendo ao uso de múltiplas estratégias reveladoras de diferentes formas de pensar. Para estes autores, o elemento-chave deste modelo é o papel que o professor assume na criação de um ambiente de aprendizagem encorajador da exploração, da comunicação e do raciocínio. Na sua perspetiva é um ambiente de sala de aula com estas características que permite ao professor compreender o modo como os alunos pensam e do que necessitam de aprender, para os poder desafiar e apoiar nessa aprendizagem.

Com objetivo semelhante, Yang e Hsu (2009) realizaram um estudo sobre dois professores tailandeses do 6.º ano de escolaridade com o propósito de compreender como é que estes, seguindo este modelo na abordagem do tópico das frações, promoviam o desenvolvimento do sentido de número dos seus alunos. Neste estudo, os professores tentaram envolver os alunos em atividades que encorajassem a exploração, a discussão, o pensamento e o raciocínio. Os resultados indicam que as tarefas e o modo como foram exploradas na sala de aula contribuíram para o desenvolvimento do sentido de número dos alunos. Este estudo salienta a importância do papel do professor na sala de aula na compreensão concetual dos alunos, ao colocar questões adequadas, ao ouvir cuidadosamente as suas explicações e ao fornecer pistas que estimulem a sua compreensão,

neste caso, sobre as frações. Evidencia, ainda, que o envolvimento do professor em discussões na sala de aula com estas características desenvolve as competências de ensino dos próprios professores.

Os estudos de Mendes (2012) e Ferreira (2012) incluem-se no segundo conjunto. São estudos centrados na aprendizagem dos alunos (neste caso, sobre as operações multiplicação e adição/subtração, respetivamente) e foram realizados tendo por base experiências de ensino. De entre os pressupostos que orientaram a experiência de ensino realizada no estudo de Mendes (2012), salienta-se a importância da aprendizagem com compreensão, quer individualmente quer em interação com o professor e/ou com os outros alunos, para a qual é fundamental construir uma determinada cultura de sala de aula. Este estudo refere que, para além de ser dada aos alunos a possibilidade de inventarem os seus próprios procedimentos de cálculo, “o ambiente de sala de aula, que se caracteriza pela existência de uma certa cultura de inquirição, parece ter contribuído, também, para o desenvolvimento do sentido de número” (Mendes, 2012, p. 513).

O estudo realizado por Ferreira (2012) salienta igualmente a importância da criação de uma cultura de sala de aula que valoriza as interações (entre o professor, os alunos e entre estes) e a discussão e reflexão sobre estratégias e procedimentos que foram considerados mais eficazes. Esta autora afirma que “esta cultura de sala de aula criou ainda oportunidades de descoberta de novas relações entre números, de uma maior diversidade de estratégias e procedimentos, permitindo, gradualmente, a sua apropriação por parte dos alunos” (p. 480). Para além das características da cultura de sala de aula, realça, ainda, a importância do professor efetuar uma seleção adequada das estratégias dos alunos no momento de discussão das tarefas, por permitir conduzir essa discussão colocando a ênfase nas diferenças e semelhanças dessas estratégias.

4.3.4 Aspetos fundamentais no desenvolvimento do sentido de número dos alunos

Nas subsecções anteriores apresentei e discuti as perspetivas de diversos autores sobre as características inerentes ao trabalho do professor na sala que potenciam o

desenvolvimento do sentido de número. Esta discussão permite salientar dois aspetos essenciais relacionados com as práticas de sala de aula: a importância do momento de discussão das tarefas e a criação de uma determinada cultura de sala de aula.

Efetivamente, o momento de discussão das tarefas parece mostrar-se fundamental para o seu ‘êxito’ na promoção do desenvolvimento do sentido de número e, simultaneamente, pode ser caracterizado por alguma complexidade. Stein et al. (2008) apresentam cinco práticas que auxiliam o professor a ‘orquestrar’ as discussões coletivas, na sala de aula. Estes autores analisam o papel do professor, sobretudo, no momento de discussão das tarefas, salientando, contudo, aspetos importantes da sua atuação no momento de realização da tarefa que facilitam e promovem essas discussões.

A opção por um modelo de ensino que valorize o desenvolvimento do raciocínio dos alunos através de discussões coletivas exige que o professor ‘capitalize’ essa discussão no sentido de os levar a explicarem e a justificarem matematicamente os seus raciocínios (Yackel, 2002). Para tal, o professor deverá preocupar-se em criar ambientes de sala de aula que facilitem e promovam o desenvolvimento concetual dos alunos em Matemática, ou seja, criar uma determinada cultura de sala de aula (Yackel & Cobb, 1996; Yackel, 2002).

As cinco práticas de orquestração de discussões coletivas e os aspetos subjacentes à construção de uma determinada cultura de sala de aula serão analisadas, respetivamente, nos dois pontos seguintes.

4.3.4.1 A orquestração de discussões coletivas

O modo como o professor organiza e gere a discussão das tarefas é fundamental para promover a aprendizagem dos alunos, havendo, no entanto, aspetos específicos deste momento de trabalho na sala de aula a que se tem dado pouca atenção (Stein et al., 2008). Stein et al. (2008) consideram que a investigação que se centra no papel do professor na construção de ideias matemáticas por parte dos alunos tem sido focada na exigência cognitiva das tarefas e nas interações que se desenvolvem na fase da sua resolução. Durante o momento de discussão, tem sido valorizado o tipo de questões que são colocadas aos alunos, de modo a promover a explicação e justificação dos seus raciocínios, e o

estabelecimento de normas, que permitam que todos os alunos sintam que os seus contributos são ouvidos e valorizados. Contudo, aspetos específicos do momento de discussão das tarefas como, por exemplo, a ordem pela qual as resoluções dos alunos são apresentadas têm merecido pouca atenção, o que pode revelar uma certa falta de perceção sobre os efeitos que este aspeto pode ter na aprendizagem dos alunos (Stein et al., 2008). Neste ponto discuto o modo como o professor poderá ‘orquestrar’ os momentos de discussão coletiva das tarefas e identifico um conjunto de questões que se colocam ao professor neste momento da aula.

No esquema da Figura 4.5, estão representadas as cinco práticas que, na perspectiva de Stein et al. (2008), podem ajudar os professores a ‘orquestrar’ discussões coletivas produtivas, permitindo-lhes usar as respostas dos alunos para melhorar a compreensão matemática de toda a turma.



Figura 4.5 - Diagrama esquemático das cinco práticas para orquestrar discussões (Stein et al., 2008)

Apesar de ser na sala de aula o momento em que o professor terá de tomar as principais decisões relativas à discussão das tarefas, a sua preparação inicia-se no momento de planificação do trabalho a realizar (Stein et al., 2008). Na preparação da aula é importante que o professor se preocupe em antecipar as resoluções dos alunos de acordo com as exigências cognitivas das tarefas. Antecipar as resoluções dos alunos equivale a pensar nas estratégias que, à partida, poderão ser utilizadas por eles, as corretas ou mesmo as incorretas, tentando inventariar resoluções com graus de sofisticação diferentes (Stein et al., 2008). Como vimos, este é um aspeto considerado fundamental por diversos autores

que analisam as práticas do professor que potenciam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos. Salienta-se a sua importância para uma melhor compreensão do modo como os alunos pensam (Simon, 1995; Simon & Tzur, 2004), para lidar com as estratégias dos alunos na sala de aula (Markovits & Sowder, 1994; Ferreira, 2012) e, eventualmente, para avançar com outras estratégias que se mostram mais eficazes na resolução de um determinado problema (Markovits & Sowder, 1994).

No momento de resolução das tarefas, o professor deverá monitorizar o trabalho dos alunos. Aqui, ao professor caberá ir colocando questões que os ajudem a clarificar os seus pensamentos, tornando-os visíveis. O professor tomará contacto com modos diferentes de resolução da tarefa, permitindo-lhe relacioná-los com os que foram antecipadamente previstos e, eventualmente, identificar outros que não tinha inicialmente pensado. O professor poderá, assim, saber quais as estratégias, representações e processos usados pelos alunos e pensar sobre o potencial que a partilha de determinadas resoluções tem para a aprendizagem de todos os alunos (Stein et al., 2008). A monitorização das resoluções dos alunos constitui uma forma de auxiliar o professor na perceção das resoluções que podem e devem ser partilhadas, o que apoiará as suas decisões no momento seguinte – seleção de alguns alunos para apresentar as suas resoluções durante o momento de discussão da tarefa. Esta seleção, para além de ter em conta as estratégias, representações e processos que o professor considere ser importante realçar, deve estar de acordo com os objetivos que o professor delineou para a aula (Stein et al., 2008).

Segue-se o momento de sequenciar as resoluções dos alunos tal como serão apresentadas à turma, o que depende do conhecimento que o professor tem dos seus alunos, das resoluções que surgiram perante a tarefa proposta e dos objetivos de ensino a ela associados. De acordo com estes aspetos, o professor deverá seguir critérios que lhe permitam determinar a sequência adequada da apresentação das tarefas. Alguns critérios possíveis poderão ser, por exemplo, começar por apresentar a estratégia que foi usada pela maior parte dos alunos, apresentar primeiro as resoluções incorretas de modo a esclarecer desde logo mal-entendidos ou optar por sequenciar as resoluções pelo seu nível de estruturação, progressivamente – da mais informal para a mais sofisticada (Stein et al., 2008). A ordem pela qual são sequenciadas as tarefas constitui um aspeto particularmente

importante quando pensamos numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número. Por exemplo, Yang e Hsu (2009) referem que quando a discussão da tarefa se inicia, o professor deve atender ao nível de pensamento matemático associado a cada uma das estratégias utilizadas pelos grupos, principiando a sua apresentação e discussão a partir da estratégia de nível menos elevado para a mais elevado. Definir esta ordem ajuda os alunos a refletir sobre os seus processos de pensamento, eventualmente, através dos seus próprios erros (Yang & Hsu, 2009).

Finalmente, é importante que o professor ajude a turma a estabelecer conexões matemáticas entre as diferentes resoluções apresentadas pelos alunos e, inclusivamente, dentro das mesmas resoluções. Este momento será fundamental para que os alunos relacionem as diferentes representações usadas e estabeleçam conexões entre as ideias matemáticas associadas às resoluções apresentadas (Stein et al., 2008), aspetos que como vimos, são salientados por Ferreira (2012) na promoção do desenvolvimento do sentido de número dos alunos.

Este modelo das cinco práticas de Stein et al. (2008) assenta em quatro ideias fundamentais. A primeira salienta a importância da interligação entre o trabalho que o professor realiza antes da aula (fase de antecipação das resoluções dos alunos) com a exploração da tarefa na sala de aula. A segunda relaciona-se com o modo como está construído o diagrama da Figura 4.5. Este permite realçar a ideia de que cada prática depende das práticas que estão incluídas em cada uma delas, pelo que o seu ‘sucesso’ depende, em grande medida, do modo como o professor consegue desempenhar a anterior. Por exemplo, “a prática de selecionar determinados alunos para apresentarem o seu trabalho irá beneficiar de uma monitorização cuidadosa do conjunto de resoluções que os alunos produziram durante a fase de exploração¹” (Stein et al., 2008, p. 322). A terceira prende-se com a perspetiva de ensino subjacente. É um modelo que se situa numa perspetiva de ensino que valoriza o questionamento dos alunos (tanto pelo professor como pelos colegas) e o seu raciocínio (e não simplesmente a correção das suas respostas). A última tem a ver com o facto de estas cinco práticas constituírem, acima de tudo, um

¹ A fase de exploração de uma tarefa a que os autores Stein et al. (2008) se referem, corresponde, neste trabalho, ao momento de resolução da tarefa por parte dos alunos.

modelo de planificação do momento de discussão das tarefas, construídas a partir do pensamento dos alunos (Smith, Hughes, Engle & Stein, 2009).

Este último aspeto constitui um elemento forte deste modelo e, simultaneamente, um desafio para o professor. Referindo-se, em particular, a tarefas que envolvem o trabalho com os números e as operações, Kraemer (2008) considera que organizar o ensino a partir do modo como os alunos pensam nem sempre é fácil, uma vez que:

Algumas soluções são muito difíceis de interpretar, porque não as esperamos e porque não as olhamos com os mesmos olhos, não pensamos com os mesmos objetos matemáticos e não falamos com as mesmas palavras que o aluno. (p. 21)

Também Lampert (2001) salienta que na orquestração das discussões com toda a turma, o professor é colocado perante desafios, elencando um conjunto de problemas que se prendem com questões sociais, temporais e intelectuais. Investigando a sua própria prática de ensino, esta autora refere que um dos problemas é fazer emergir a Matemática, ao mesmo tempo que tem de dar resposta a um conjunto de aspetos que surgem e/ou que são importantes a ter em conta. Nomeadamente, criar representações visuais das ideias que estão a ser discutidas através de um registo comum dos contributos da turma e decidir quem vai solicitar para responder a uma questão ou apresentar a sua resolução. Em simultâneo, o professor tem de auxiliar alguns alunos em particular, envolver os grupos na atividade matemática, manter a discussão enquanto alguns alunos, espontaneamente, apresentam os seus contributos acerca do que eles consideram ser relevante e monitorizar a discussão tendo em conta o final do período da aula (Lampert, 2001).

Para além da simultaneidade destas situações a que o professor tem de dar resposta, Lampert (2001) refere que um dos aspetos que identifica como problemático prende-se com o modo como o professor poderá iniciar novos ‘segmentos’ de discussão. Para esta autora, a solução passa pelo professor estruturar as interações que estabelece com os alunos. Poderá escolher ele próprio uma questão e quem lhe poderá responder, ou poderá optar por convidar um aluno a fazê-lo. Quando o aluno que foi selecionado responde, surge um novo problema para o professor – “tornar essa resposta um recurso produtivo de ensino e de estudo” (p. 175). Requerer uma explicação a esse aluno, apresentar a sua interpretação acerca do que o aluno acabou de dizer, pedir a outros alunos para darem a sua opinião ou

pedir-lhes para explicarem, constituem decisões que deverá tomar. Independentemente destas decisões, para alimentar a discussão, o professor poderá continuar a pedir a outros alunos para comentarem o pensamento dos seus colegas, refazer as suas explicações de modo a torná-las matematicamente mais precisas e criar representações do discurso dos alunos no quadro (Lampert, 2001).

Lampert (2001) seleciona dois ‘grandes problemas’ com que se deparou na sala de aula – a dificuldade de interagir com todos os alunos que gostaria de ouvir e a dificuldade de, nas discussões coletivas, ser capaz de ‘extrair’ toda a matemática utilizada pelos alunos. O primeiro problema relaciona-se com a preocupação de não poder solicitar todos os alunos para responderem a uma determinada questão. Os que se voluntariam e que não foram solicitados podem ter um sentimento de frustração. Os que nunca se oferecem para responder constituem também uma preocupação, levando-a a interrogar-se acerca dos motivos desta opção. O segundo problema prende-se com a perceção que, nos momentos de discussão, nem sempre consegue apresentar e discutir sobre toda a matemática utilizada pelos alunos durante a realização da tarefa (Lampert, 2001).

Referindo-se em particular a investigações matemáticas, Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) mencionam a importância que o momento de discussão assume neste tipo de tarefas:

A fase de discussão é, pois fundamental para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar e, por outro, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação. Podemos mesmo afirmar que, sem a discussão final, se corre o risco de perder o sentido da investigação. (p. 41)

Tendo em conta a importância que a discussão assume nas investigações, estes autores referem-se aos papéis que o professor deve assumir e eventuais problemas com que se depara especificamente nestes momentos. Alguns desses papéis são semelhantes aos que devem ser assumidos no momento de discussão de qualquer tarefa, seja ela de investigação, ou não. Estabelecer uma ordem de apresentação do trabalho dos alunos, promover a sua participação de forma equilibrada, ajudá-los os a estabelecer conexões, colocar questões, motivá-los a justificar as suas afirmações, fornecer ou recordar

informação relevante, fazer sínteses e promover a reflexão dos alunos, são aspetos fundamentais nestes momentos (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2003).

Tendo em conta as características das tarefas de investigação, espera-se que os alunos formulem questões e que seja frequente a formulação de conjecturas por parte dos alunos, aspeto que o professor deve valorizar mas a que, simultaneamente, tem que dar resposta. É natural que perante tarefas de natureza aberta, o professor não consiga antever todo o tipo de questões que os alunos coloquem, nem tenha eventualmente pensado em algumas conjecturas que os alunos possam fazer (Ponte et al., 2003). Nestas situações o professor terá, também, de raciocinar matematicamente e o modo como o professor o faz poderá constituir um aspeto importante para a aprendizagem dos alunos (Ponte et al., 2003). Por exemplo, quando o professor perante uma conjectura ‘inesperada’, que para ele é pouco clara, pode, em conjunto com os alunos e falando em voz alta, reformular a questão do ponto de vista matemático e testá-la. Contudo, Ponte et al. (2003) referem que um dos problemas com que o professor se pode deparar é a justificação destas conjecturas. De facto, por vezes, conjecturas que aparentemente são simples podem envolver processos de prova complexos a que o professor não consegue dar resposta naquele momento. Nestas situações o professor terá de tomar a decisão de se envolver de imediato neste desafio ou se o fará numa aula posterior.

Um outro problema que sobressai na discussão de tarefas de investigação relaciona-se com o tempo. Em primeiro lugar, há que decidir em que momento da aula se deve iniciar a discussão (Ponte et al., 2003). Apesar do professor estabelecer à partida uma previsão da duração da realização da investigação por parte dos alunos, a imprevisibilidade do que acontece na sala de aula exige que tome decisões quanto ao momento adequado para iniciar a discussão. Para tomar esta decisão, o professor tem de ter em conta o eventual cansaço dos alunos, a vontade de continuarem a investigação e a avaliação do seu progresso na mesma. “Assim, pode decidir, por exemplo, conceder mais tempo à realização da investigação, fazer uma pequena discussão intermediária com toda a turma ou, até mesmo, passar à discussão final” (p. 49). O tempo pode continuar a constituir um problema durante a apresentação e discussão do trabalho dos alunos. Gerir o tempo de apresentação do trabalho dos grupos, garantindo que todos o poderão apresentar e,

simultaneamente, gerir o tempo das eventuais discussões que vão surgindo, exige do professor a tomada de decisões sobre aspetos que eventualmente terá de deixar para discutir na próxima aula, como por exemplo, a exploração mais pormenorizada da justificação de uma conjectura (Ponte et al., 2003).

4.3.4.2 A construção de uma determinada cultura de sala de aula

A análise das discussões coletivas que apresentei no ponto anterior evidencia a complexidade do trabalho do professor durante estes momentos. Para atenuar estas dificuldades, Lampert (2001) considera que o professor deve construir o que designa por uma ‘certa’ cultura de sala de aula, o que corresponde “ensinar os alunos a como aprender através do ensino que irá acontecer” (p. 51). Para esta autora, todos os professores acabam por contribuir para a construção de uma cultura de sala de aula, podendo essa cultura ser criada de uma forma mais ou menos intencional. As tarefas que propõem, as atividades que valorizam, o tipo de interações que privilegiam e os papéis que são assumidos pelo professor e alunos contribuem para a construção de uma determinada cultura, específica daquela sala de aula.

Para compreender a natureza das explicações e justificações dos alunos, Wood, Williams e McNeal (2006) realizaram um estudo em salas de aulas com culturas muito diferentes. Mais concretamente, estes autores pretenderam compreender a relação entre os padrões normativos das interações sociais e o pensamento matemático dos alunos. O estudo envolveu cinco turmas (de alunos com 7 e 8 anos), com características de cultura de sala de aula diferentes que designaram por – ‘manual escolar convencional’, ‘resolução de problemas convencional’, ‘relato de estratégias’ e ‘questionamento/argumentação’. Os resultados sugerem uma forte relação entre o pensamento matemático expresso pelos alunos com os padrões de interação que eram diferentes nos quatro tipos de culturas de sala de aula. A análise dos resultados mostra que os alunos das salas de aula convencional, com uma cultura caracterizada pelo uso do manual, tendem simplesmente a recordar a informação. Quanto à sala de aula com uma cultura de resolução de problemas convencional, o estudo mostra que, apesar de existir a intenção de envolver os alunos na resolução dos problemas e de discutir as suas resoluções, a preocupação do professor em

tornar os problemas compreensíveis para os alunos contribuiu para uma diminuição considerável do desafio do problema, eliminando a necessidade dos alunos se envolverem num nível elevado de pensamento. Um dos resultados mais importantes deste estudo relaciona-se com as diferenças que existem entre o que aconteceu nas salas de aula de cultura ‘não convencional’. Nas salas de aula onde existe uma cultura de relato de estratégias, o estabelecimento de padrões de interação depende das explicações dos alunos e do professor. Isto faz com que o pensamento expresso individualmente tenha qualidade mas não existe o desenvolvimento da colaboração que é central no ensino que tem por base o questionamento. A cultura de sala de aula caracterizada pelo questionamento/argumentação criou oportunidades para todos os alunos se envolverem na construção de significados e contribuiu para desenvolver uma compreensão partilhada. Os alunos desenvolveram a capacidade de analisar a razoabilidade dos métodos e dos resultados, de fazer julgamentos e de argumentar matematicamente. Esta investigação corrobora a ideia de que os processos sociais envolvidos na atividade matemática realizada em diferentes salas de aula são diferentes e que estas se relacionam com as diferenças observadas tanto ao nível das explicações e justificações dos alunos como de questionamento dos professores (Wood et al., 2006).

A criação de uma determinada cultura de sala de aula envolve o estabelecimento e a manutenção de um conjunto de normas, que Lampert (2001) designa por normas de ação e normas de interação. Por exemplo, Boavida (2005) considera fundamental a construção de uma cultura de argumentação na aula de matemática, salientando a importância da negociação deste dois tipos de normas para a construção dessa cultura. Também Yackel e Cobb (1996) consideram que para a criação de um ambiente de sala de aula que promova o desenvolvimento concetual dos alunos em Matemática, tendo por base a argumentação matemática, exige o estabelecimento de normas que designam por normas sociais e normas sociomatemáticas.

As normas sociais são normas gerais que estão associadas ao funcionamento de uma determinada sala de aula (Yackel & Cobb, 1996). São normas que resultam de situações que ocorrem regularmente nas atividades da aula e que são estabelecidas tanto pelo professor como pelos alunos. Por exemplo, os alunos saberem que é suposto que

expliquem o modo como pensaram quando resolvem uma tarefa matemática e que, na discussão dessa tarefa, devem apresentar apenas as suas resoluções se forem diferentes das que já foram apresentadas, são normas sociais (Yackel & Cobb, 1996). Também são normas sociais tentar dar significado às explicações dadas pelos outros, manifestando acordo ou desacordo e colocar questões de modo a clarificar eventuais dúvidas (Cobb et al., 2001).

Já as normas sociomatemáticas relacionam-se com a atividade matemática e correspondem a aspetos normativos das discussões das tarefas que se prendem com a Matemática. Por exemplo, quando os alunos explicam como pensaram para resolver um determinado problema, a compreensão do que poderá ser uma explicação matemática aceitável é uma norma sociomatemática. Também, quando entendem que as resoluções que estão a ser apresentadas são diferentes do ponto de vista matemático e compreendem o que as diferencia, estamos no âmbito deste tipo de normas (Yackel & Cobb, 1996).

As normas sociomatemáticas permitem, não só, regular a argumentação matemática, mas também, contribuem para uma maior predisposição para a Matemática (Yackel & Cobb, 1996). Ajudam, ainda, a desenvolver uma maior autonomia intelectual dos alunos, no sentido que eles tomam uma maior consciência das suas capacidades intelectuais e são capazes de as utilizar para tomar decisões (Yackel & Cobb, 1996; Cobb et al., 2001). O professor assume um papel importante no desenvolvimento desta autonomia, incentivando e apoiando os alunos a explicar e justificar os seus raciocínios e estimulando o pedido de esclarecimentos. O professor contribui, assim, para o desenvolvimento de uma comunidade de ‘validadores’, capaz de dar contributos matemáticos e de fazer ‘julgamentos’ acerca do que constitui um contributo matematicamente aceitável (Cobb et al., 2001).

Dada a importância do estabelecimento das normas sociais e sociomatemáticas, importa compreender como é que elas são criadas e/ou desenvolvidas na sala de aula. Não é pelo facto do professor informar os alunos sobre determinadas normas a seguir, ou mesmo, de chamar a atenção sobre como devem agir na aula de Matemática, que os alunos apreendem essas normas (Boavida, 2005; Lampert, 2001). As normas sociais e sociomatemáticas são construídas como resultado das interações que ocorrem na sala de

aula através de um processo de identificação de regularidades dessas interações que se geram na aula quando professor e alunos falam acerca da Matemática (Boavida, 2005; Yackel & Cobb, 1996). Ou seja, os alunos, em interação com o professor e com os colegas, vão identificando e assimilando um conjunto de normas, tendo em conta uma espécie de repetição de uso dessas normas.

O professor ao planificar o trabalho da aula, para além de fazer uma listagem das atividades que quer desenvolver e dos tópicos de Matemática que essas atividades devem permitir que os alunos aprendam, é importante que inclua também uma lista de práticas que quer que os alunos assimilem (Lampert, 2001). O estabelecimento destas normas deve começar no início do ano letivo e a sua manutenção depende do modo como o professor estrutura as interações com os alunos individualmente e com os grupos (Lampert, 2001). Embora existam aspetos relacionados com a negociação de normas que devem e podem estar presentes no momento em que o professor planifica as aulas (como por exemplo, se solicita aos alunos para explicarem, justificarem, validarem ou invalidarem ideias), a sua negociação exige uma certa improvisação por parte do professor:

Estas improvisações requerem uma atenção permanente e abrangente ao que acontece e um lúcido e rápido discernimento para saber o que dizer e, em particular, para encontrar os modos mais adequados de lidar com transgressões às normas que se procuram negociar, que não se sabe se surgirão nem de que forma se irão revestir. (Boavida, 2005, p. 911)

McClain e Cobb (2001) realizaram um estudo em que analisaram as práticas de um professor do 1.º ciclo durante um ano letivo, focando-se no desenvolvimento de normas sociomatemáticas. Um dos resultados deste estudo salienta precisamente a questão da imprevisibilidade dos acontecimentos da sala de aula, considerando o desenvolvimento destas normas como um processo de “adaptação e refinamento” (p. 262). Do ponto de vista da aprendizagem dos alunos, salientam que o estabelecimento destas normas contribui para que estes desenvolvam uma certa “disposição matemática” (p. 264) e autonomia intelectual. Referem, ainda, que o estabelecimento de determinadas normas constitui a base para o surgimento de outras normas matemáticas e o modo como são estabelecidas pode influenciar a matemática que os alunos aprendem. Concretizando esta ideia, estes autores referem, por exemplo, que a norma sociomatemática que permite distinguir o que poderá

ser uma solução diferente constitui a base das normas que permitem identificar uma solução sofisticada e uma solução eficiente. Por seu lado, a identificação destes dois tipos de solução contribui para apoiar o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Com o objetivo de descrever e analisar o trabalho de duas professoras do 3.º ciclo orientado para o envolvimento dos seus alunos em atividades de argumentação matemática, Boavida (2005) conclui que um dos aspetos que se mostrou fundamental para o desenvolvimento da argumentação matemática foi o estabelecimento de normas sociais e sociomatemáticas. Deste estudo emergiram três atributos essenciais do processo de negociação dessas normas:

- a importância da sistematicidade e persistência que remete para a necessidade de um investimento continuado e não pontual no processo de negociação;
- a pertinência de uma negociação contextualizada que remete para a necessidade da negociação de normas se enraizar nos acontecimentos da aula;
- essencialidade da coerência que remete para a necessidade de existir uma forte e sistemática consistência entre o que explicitamente se diz e as mensagens que implicitamente se veiculam através do modo como se age na aula. (p. 910)

4.4 Ensinar e aprender a ensinar numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número

Nesta secção discuto alguns aspetos que podem dificultar o trabalho do professor em torno do tema Números e Operações numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número dos alunos. Esses aspetos relacionam-se, sobretudo, com as perspetivas ‘instituídas’ acerca do ensino e da aprendizagem deste tema e do conhecimento do professor relativo a sentido de número. Apresento também algumas ideias que podem ser importantes para ajudar os professores a ultrapassar estes constrangimentos.

4.4.1 Constrangimentos

4.4.1.1 As perspectivas ‘instituídas’ acerca do ensino e da aprendizagem dos números e das operações

Discutir os constrangimentos associados a um ensino que promova o desenvolvimento do sentido de número dos alunos, leva-me a retomar algumas ideias referidas na secção 3.2 sobre os aspetos que influenciam globalmente as práticas de um professor. Tal como foi referido, as perspectivas que o professor vai criando acerca do ensino e as práticas que desenvolve relacionam-se com o contexto onde essas práticas ocorrem, com as orientações curriculares e com as experiências anteriores dos professores (Goos, 2005; Ponte & Chapman, 2006; Simon, 2007; Schoenfeld, 1998). Vários autores destacam, também, estes três aspetos como possíveis constrangimentos quando se trata de ensinar ou aprender a ensinar numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número (Fosnot & Dolk, 2001b; Stein et al., 2007; Tsao & Lin, 2011; Yang et al., 2008b).

Fosnot e Dolk (2001b) referem as eventuais pressões dos Encarregados de Educação como um elemento contextual que influencia as práticas de ensino dos números e das operações. Estes, enquanto alunos e estudantes, fizeram parte de um sistema de ensino que valoriza os algoritmos como ferramenta de cálculo essencial. Como produtos desta visão do ensino, tendem a olhar para as aprendizagens que os seus educandos realizam à luz daquilo que eles próprios aprenderam, pelo que, “quando eles não veem as suas crianças a aprender aquilo que acreditam ser o objetivo da Matemática – os algoritmos – assumem que nada está ser aprendido” (p. 101).

Para além deste tipo de pressões, a verdade é que os professores, enquanto alunos e estudantes, e, posteriormente, enquanto professores, fizeram parte do mesmo sistema de ensino onde vigoraram programas, durante largos anos, que valorizaram o ensino dos algoritmos (Fosnot & Dolk, 2001b) e a ideia de que “a prática faz a perfeição” (Menon, 2004, p. 12). Por exemplo, Yang et al. (2008b), que realizaram um estudo cujo objetivo era analisar o sentido de número de futuros professores do 1.º ciclo, concluem que estes recorrerem a métodos baseados em regras, em vez de usarem estratégias que evidenciam sentido de número, tais como usar números de referência apropriados ou reconhecer a

grandeza dos números. Estes autores consideram que esta tendência está associada às características dos programas de Matemática que vigoraram na Tailândia durante algumas décadas.

Contudo, Sood e Jitendra (2007) advertem que mudar o programa não constitui uma garantia de mudança de ensino. Efetivamente, por exemplo, na Tailândia, apesar de a partir de 2001 se ter iniciado uma reforma curricular cujos documentos orientadores salientam a importância do desenvolvimento do sentido de número dos alunos, persistem práticas de ensino dos números e das operações centradas nos algoritmos (convencionais) e na repetição de procedimentos (Yang, 2005). Embora diversos documentos curriculares de referência, tal como NCTM (2000/2007), sugerirem que os professores devem dar ênfase ao sentido de número, muitos professores continuam a ensinar matemática valorizando práticas rotineiras (Menon, 2004).

Alguns autores atribuem parte da responsabilidade desta situação ao modo como são concebidos os manuais escolares (Dolk, 2009; Stein et al., 2007; Yang et al., 2008b). Na verdade, os manuais escolares constituem um material de apoio importante à prática letiva dos professores que nem sempre retratam as orientações curriculares (Stein et al., 2007). Para Yang et al. (2008b) um dos motivos para a persistência de um ensino baseado em práticas rotineiras relaciona-se com o facto de as ideias que orientam as reformas curriculares não serem visíveis nos manuais escolares. Estes autores consideram que os manuais escolares continuam a enfatizar o uso de regras e métodos de cálculo escrito (algoritmos convencionais), influenciando o modo como os professores percebem e apresentam o trabalho em torno dos números e das operações.

Também Dolk (2009) considera que grande parte dos manuais escolares incentivam o cálculo algorítmico e não estimulam abordagens flexíveis dos problemas, tendendo a uniformizar as formas de raciocínio dos alunos. Apesar de reconhecer estas características nos manuais escolares, este autor refere que algumas alterações no enunciado dos problemas apresentados e no modo como podem ser explorados pelo professor podem estimular um ‘novo’ olhar por parte dos alunos e, conseqüentemente, incentivar o uso de diferentes estratégias de resolução. Esta sugestão de Dolk (2009) trás para primeiro plano a importância do papel do professor na preparação e exploração de tarefas na sala de aula

que visem o desenvolvimento do sentido de número dos alunos, mesmo partindo de tarefas de manuais adotados que não estejam concebidas com esse propósito.

Ainda relacionada com as perspetivas acerca do ensino da Matemática, Kraemer (2008) refere constrangimentos associados, em particular, à ideia de planificar. O ciclo de ensino da Matemática de Simon (1995), discutido na subsecção 4.2.2, constitui, como vimos, uma forma de planificar o ensino centrada no modo como os alunos pensam, aspeto que é salientado por diversos autores quando se tem o propósito de trabalhar os números e as operações numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número (Ferreira, 2012; Kraemer, 2008; Mendes, 2012; Whitacre & Nickerson, 2006; Sood & Jitendra, 2007). Contudo, Kraemer (2008) identifica dois constrangimentos que poderão estar na origem de dificuldades do professor na construção de trajetórias de aprendizagem. Um dos constrangimentos prende-se com a perspetiva que habitualmente os professores têm de planificação do trabalho a realizar com os alunos na sala de aula. Esta perspetiva é tradicionalmente centrada nos conteúdos a ensinar, sem atender aos processos de aprendizagem dos alunos. Um outro constrangimento está intimamente relacionado com o anterior e prende-se com as exigências que se colocam ao professor que provocam a mudança desta perspetiva. Para Kraemer (2008) exige que o professor “construa novas referências para poder determinar a direção a seguir, fixar objetivos realizáveis, selecionar tarefas, fichas de trabalho e materiais adequados e organizar eficazmente o encadeamento das atividades” (p. 19).

4.4.1.2 O conhecimento do professor relativo ao sentido de número

O reduzido conhecimento dos professores acerca do que é o sentido de número constitui também um dos constrangimentos subjacentes à seleção/construção e exploração de tarefas numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número (Yang et al., 2008b; Tsao & Lin, 2011). A discussão realizada na secção 2.4 mostra que o sentido de número é, atualmente, valorizado nas orientações curriculares de diversos países. Revela, também, que esta valorização é relativamente recente, aspeto que na perspetiva de Tsao e Lin (2011) pode justificar algum desconhecimento dos professores acerca do que é ter sentido de número. Segundo estes autores a maioria dos professores desconhece o que é sentido de

número ou não lhe reconhece valor, o que pode impossibilitar a realização de práticas adequadas ao seu desenvolvimento.

Num estudo que realizaram, com o objetivo de analisar a compreensão acerca do sentido de número e as estratégias de ensino e de desenvolvimento do sentido de número de dois professores do ensino básico, Tsao e Lin (2011) encontraram uma relação entre estes dois aspetos. Observaram que um dos professores aposta na discussão de sala de aula mas não atende à construção dos conceitos matemáticos básicos sobre as operações entre frações, revelando fracos conhecimentos matemáticos. O outro, apesar de possuir um bom conhecimento do que envolve ter sentido de número, negligencia a discussão na sala de aula e insiste na memorização de regras de cálculo das quatro operações quando trabalha com frações. No primeiro caso, sobressai o desconhecimento acerca do que é o sentido de número e, no segundo, não lhe é atribuído valor (Tsao & Lin, 2011). Também Yang et al. (2008b) salientam a importância do valor que o professor atribui ao sentido de número no desenvolvimento do sentido de número dos alunos. Refere, por exemplo, que a baixa *performance* dos alunos na análise da razoabilidade das respostas dos problemas, relaciona-se com o facto de os professores valorizarem respostas exatas e de não considerarem este aspeto como um objetivo importante de ensino.

Para além do conhecimento do professor acerca do que envolve ter sentido de número e do valor que lhe atribui, é importante que os professores tenham um ‘bom’ sentido de número. Para Yang et al. (2008b), um professor com um fraco sentido de número não saberá como ajudar os seus alunos a desenvolvê-lo. Assim, para poderem estimular e ajudar os alunos a desenvolver o sentido de número, os professores precisam de melhorar os seus conhecimentos relacionados com o sentido de número (Nickerson & Whitacre, 2010; Tsao & Lin, 2011; Yang et al., 2008b).

Tsao e Lin (2011) afirmam que o fraco conhecimento dos professores acerca do sentido de número e a fraca valorização que lhe atribuem estão intimamente relacionados com as características das experiências anteriores, nas quais incluem a formação inicial. Para estes autores estas experiências são fortemente marcadas pelo ensino tradicional, caracterizado pelo uso de regras e pelo cálculo algorítmico. Assim, melhorar o sentido de

número dos alunos passa por melhorar os conhecimentos *de* e *sobre* sentido de número dos seus professores e daqueles que virão a ser professores (Yang et al., 2008b).

4.4.2 Propostas

As perspetivas dos professores acerca do ensino dos números e das operações e o seu conhecimento relacionado com o sentido de número parecem constituir dois constrangimentos importantes ao desenvolvimento de práticas letivas que promovam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos. Para Fosnot e Dolk (2001b), os professores em exercício, com alguma experiência de ensino, construíram já ideias acerca do ensino dos números e operações, na maioria das vezes, não consentâneas com orientações curriculares mais recentes. Para Dunphy (2007) é essencial que estas orientações curriculares apresentem indicações específicas sobre aspetos considerados fundamentais quando se trata de orientar o ensino numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número dos alunos. Referindo-se concretamente às orientações curriculares para o 1.º ciclo, esta autora sugere que essas recomendações devem: (i) salientar a importância dos professores partirem dos conhecimentos informais dos alunos relacionadas com os números, (ii) mostrar como se pode aproveitar os conhecimentos e as experiências dos alunos adquiridos informalmente fora da escola, (iii) explicitar as dimensões chave do sentido de número dos alunos do 1.º ciclo, (iv) evidenciar modos de desenvolver o sentido de número desses alunos, tendo em conta aspetos afetivos e cognitivos das crianças destas idades.

Para Fosnot e Dolk (2001b), trata-se, sobretudo, de ajudar os professores a desenvolver uma ‘nova’ visão da prática de ensino dos números e das operações. Para tal, salientam a importância dos professores participarem em equipas, formadas por outros professores e por um educador matemático, cujo trabalho permita refletir sobre as suas crenças acerca do ensino e sobre as práticas de sala de aula. A importância do envolvimento dos professores em projetos colaborativos centrados na reflexão sobre as práticas de ensino é salientada por diversos autores (Boavida & Ponte, 2002; Doppelt et al., 2009; Martinho, 2007; Lo, Marton, Pang & Pong, 2004; Ponte, 2005; Putman et al., 2009;

Stein et al., 2009; Zech et al., 2000). As potencialidades deste tipo de projetos serão discutidas com mais detalhe no capítulo 6.

Alguns autores consideram fundamental que esses projetos incluam uma forte componente de desenvolvimento curricular (Ball & Cohen, 1999; Ponte, 2005; Lo et al., 2004; Stein et al., 2009; Zech et al., 2000). Por exemplo, para Ponte (2005) o envolvimento dos professores em projetos desta natureza, em conjunto com educadores matemáticos, abre caminho para “a inovação curricular” (p. 32) e para “o desenvolvimento do currículo em profundidade” (p. 32). Na perspectiva deste autor, são as experiências desenvolvidas no terreno e a reflexão sobre essas experiências, num contexto profissional e de investigação, que poderão favorecer o desenvolvimento do currículo de forma adequada.

Desenvolver projetos colaborativos de desenvolvimento curricular constitui, também, uma forma de centrar a reflexão no ensino e na aprendizagem de tópicos específicos, o que permite aumentar a compreensão do professor acerca dos alunos em áreas de conteúdo específico e sobre os seus processos de aprendizagem (Zech et al., 2000). A compreensão destes processos é, como foi referido na subsecção 4.2.2, um dos desafios que se coloca ao professor na construção de trajetórias de aprendizagem que visam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos (Simon & Tzur, 2004; Kraemer, 2008).

Ao envolver-se em projetos colaborativos de desenvolvimento curricular o professor poderá realizar uma seleção/construção e exploração de tarefas mais refletida (Sullivan & Mousley, 2001). Como vimos ao longo da secção 4.2, a escolha de tarefas matemáticas é um dos aspetos que faz parte do papel do professor e constitui um processo complexo. Envolver o professor na escolha refletida das tarefas ajuda-os a examinarem e a compreenderem as complexidades inerentes à tomada de decisão relativas às tarefas matemáticas (Sullivan & Mousley, 2001). Para além da tomada de consciência desta complexidade, o envolvimento dos professores em projetos centrados nas tarefas permite ao professor desenvolver a capacidade de pensar acerca dos objetivos e potencialidades das tarefas matemáticas, dotando-os de competências mais desenvolvidas no que se refere, tanto ao modo como eles selecionam e modificam as tarefas, como ao modo como as exploram com os seus alunos (Ball, 2000). Assim, o trabalho em torno das tarefas aumenta

a capacidade do professor tomar decisões, nomeadamente acerca da Matemática que os seus alunos aprendem, quando é que a aprendem e como é que essa aprendizagem pode ser realizada (Walls, 2005).

Também Stein et al. (2009) salientam a importância do professor se envolver na análise das tarefas, mais especificamente na análise do seu nível de exigência cognitiva. Para estes autores, este tipo de atividade ajuda os professores a refinar a sua capacidade para pensar acerca do tipo e do nível de pensamento que uma tarefa pode exigir aos alunos. Para tal, sugerem que os professores se envolvam na resolução das tarefas e partilhem com outros professores e com o professor ‘facilitador’² as diferentes estratégias usadas nessas resoluções. O envolvimento dos professores em atividades de resolução de tarefas desafiadoras oferece aos professores “a oportunidade de construírem ou reconstruírem a sua própria compreensão acerca do que é a matemática e de como se faz matemática” (p. 140). Posteriormente, ao explorar estas mesmas tarefas com os seus alunos e ao analisar as resoluções destes, adquire, ainda, uma maior compreensão acerca do modo como os alunos pensam. Este aspeto é fundamental para que o professor identifique questões adicionais que lhe permitam aceder melhor ao que o aluno compreendeu e de, eventualmente, o ajudar a desenvolver uma maior compreensão acerca da tarefa. Através da análise e da exploração de tarefas, os professores podem aperceber-se de dois aspetos fundamentais – as tarefas não são todas iguais em termos do nível de exigência cognitiva e o tipo de tarefa influencia o que os alunos aprendem (Stein et al., 2009).

Tal como Stein et al. (2009), Fosnot e Dolk (2001b) destacam como fundamental o professor envolver-se na resolução de tarefas desafiadoras e discutir as suas estratégias com outros professores. Ao fazê-lo os professores desenvolvem procedimentos que se baseiam numa compreensão matemática mais profunda, nomeadamente nas relações entre números e em caminhos flexíveis e não estandardizados, aumentando o seu sentido de número (Fosnot & Dolk, 2001b; Kaminski, 2002). Simultaneamente, “estarão melhor habilitados para facilitar o caminho dos jovens matemáticos com quem trabalham” (Fosnot & Dolk, 2001b, p. 159), que exige, como vimos, o conhecimento das grandes ideias, das

² Designação atribuída por Stein et. al. (2009) ao professor que auxilia os restantes professores a analisarem tarefas e a refletir sobre as tarefas.

estratégias e dos modelos associados aos contextos das tarefas que promovem a aprendizagem dos números e das operações numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número.

Capítulo 5

Metodologia

Este capítulo apresenta e justifica as opções metodológicas adotadas neste estudo. Começa por caracterizar o paradigma interpretativo, a que se segue a justificação da opção por uma abordagem qualitativa e pela modalidade de estudo de caso. Em seguida, justifica a opção pelo desenvolvimento de um projeto colaborativo. Esta opção está associada a uma reflexão sobre as potencialidades de um projeto desta natureza e sobre as formas e as características de uma relação de colaboração, pelo que, inicio esta secção discutindo as potencialidades do trabalho colaborativo, relacionando-as com os objetivos do projeto. Segue-se uma discussão das formas de colaboração e das suas características, a par de uma justificação de algumas opções subjacentes à conceção do projeto. Este capítulo apresenta, ainda, o modo como foram selecionados os participantes, justifica a escolha dos métodos de recolha dos dados, descreve o processo dessa recolha e termina com a explicitação do modo como são analisados os dados.

5.1 Opções metodológicas

5.1.1 Um estudo interpretativo

Numa análise acerca dos métodos utilizados na investigação sobre o ensino, Erickson (1986) contrapõe duas abordagens: a *standard* e a interpretativa. A principal distinção entre estas duas abordagens relaciona-se com a perspectiva acerca da natureza das causas das relações sociais e humanas. Para este autor, a primeira inspira-se nas metodologias usadas em estudos no âmbito das ciências naturais, onde o principal propósito é testar hipóteses, procurando relações de causa e efeito através da análise dos comportamentos. Em contrapartida, “o objeto da investigação interpretativa social é a ação, não o comportamento” (p. 127). Num paradigma interpretativo, o que importa não é simplesmente observar o comportamento que corresponde a um ato físico, mas é também, aceder às “interpretações de significado feitas pelo ator e por aqueles com os quais o ator se envolve em interação” (p. 126).

Tal como Erickson (1986), Cohen, Manion e Morrison (2007) descrevem o paradigma interpretativo, opondo-o a outro, que designam por “paradigma normativo” (p. 21). Para além da distinção entre os conceitos de ‘ação’ e ‘comportamento’, associando a relevância do primeiro ao paradigma interpretativo e do segundo ao paradigma normativo, Cohen et al. (2007) consideram que estes dois paradigmas envolvem diferentes conceções de ‘teoria’. No paradigma normativo, “O objetivo último do investigador é construir um ‘edifício racional’ abrangente, uma teoria universal, que explique o comportamento social e humano” (p. 22). Ou seja, os investigadores tentam desenvolver teorias gerais acerca do comportamento humano e procuram validá-las, tentando perceber até que ponto a realidade está, ou não, de acordo com essas teorias e que eventuais ajustes devem ser feitos. Em contrapartida, num estudo interpretativo “A teoria não deve preceder a investigação, mas segue-a” (p. 22), ou seja, é o investigador que, a partir da experiência e da compreensão sobre essa experiência, vai contribuindo para a construção da teoria. Neste caso, “os dados incluem os significados e os propósitos das pessoas que são as suas fontes” (p. 22) e dizem respeito a um determinado tempo e um determinado contexto. Assim, a teoria produzida na

investigação interpretativa abrange e valoriza imagens multifacetadas e variadas do comportamento humano e dos contextos a ele associados (Cohen et al., 2007).

A investigação que me propus realizar tem como objeto de estudo as práticas do professor. Pretendia observar as ações dos dois professores envolvidos nesta investigação quando selecionam/constroem, preparam e exploram tarefas na sala de aula e perceber o modo como eles próprios interpretam essas ações. O objetivo deste estudo não é testar uma teoria, não é confirmar eventuais hipóteses pré-estabelecidas nem as questões que lhe estão associadas procuram estabelecer relações de causalidade entre variáveis. Pretende sim, descrever e analisar as práticas de dois professores na seleção/construção, preparação e exploração de tarefas, num determinado contexto – contexto de um projeto colaborativo. Baseando-me nas ideias apresentadas por Erickson (1986) e Cohen et al. (2007), considero que este estudo se enquadra no paradigma interpretativo.

5.1.2 Uma abordagem qualitativa

Os argumentos apresentados anteriormente por Erickson (1986) e Cohen et al. (2007) que situam uma investigação num paradigma interpretativo constituem, para alguns autores, elementos que caracterizam uma investigação qualitativa, nomeadamente a preocupação com o significado que os participantes atribuem às suas ações (Bogdan & Biklen, 1994; Stake, 2007; Merriam, 2002) e o facto de o investigador não pretender testar hipóteses (Bogdan & Biklen, 1994, Merriam, 2002). Efetivamente, neste tipo de abordagem há uma preocupação por parte do investigador em “apreender as perspetivas dos participantes” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 51), observando as suas ações e tentando perceber o modo como eles as interpretam. Parece ser neste sentido que Stake (2007) refere que um estudo qualitativo “é empático” (p. 62), uma vez que atende à intencionalidade do ator e procura compreender os seus quadros de referência. Neste estudo pretendo compreender, do ponto de vista dos professores que nele participam, os desafios que se lhes colocam quando selecionam/constroem e preparam tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número nos alunos, as preocupações que têm, os aspetos que valorizam neste processo, porque os valorizam e as dificuldades que sentem na

construção de sequências de tarefas. Pretendo também aceder ao significado que atribuem às suas ações quando refletem sobre as suas práticas de sala de aula, nomeadamente sobre os desafios vividos na exploração das tarefas.

Numa investigação que segue uma abordagem qualitativa, os investigadores “tendem a analisar os seus dados de forma indutiva” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 50), isto é, o objetivo dos investigadores qualitativos não é confirmar hipóteses e é através dos dados que se vão recolhendo que a investigação vai tomando forma. Para compreenderem o significado que um determinado fenómeno tem para os participantes no estudo, “os investigadores qualitativos constroem a teoria através da observação e de entendimentos intuitivos adquiridos pela sua presença no campo” (Merriam, 2002, p. 5). Neste estudo não se pretende testar hipóteses sobre o modo como podem ocorrer as práticas dos professores. À partida, há um conjunto de questões formuladas tendo em conta o objetivo do estudo e algumas categorias de análise que decorrem da literatura. Com o evoluir da investigação, mais categorias emergiram da análise dos dados.

A observação detalhada do ambiente onde ocorrem os fenómenos, realizada pelo investigador, é outra das características de um estudo qualitativo (Bogdan & Biklen, 1994; Merriam, 2002; Patton, 2002; Stake, 2007; Yin, 1989). Para Patton (2002), uma investigação deste tipo, “ocorre num contexto do mundo real e o investigador não procura manipular o fenómeno de interesse (por exemplo, um grupo, um evento, um programa, uma comunidade, (...))” (p. 39). Ou seja, o fenómeno desenvolve-se, sem que o investigador trace previamente um percurso, tal como acontece em experiências de laboratório. O investigador constitui, contudo, o principal instrumento de recolha de dados, observando as atividades, falando com os participantes acerca das suas experiências e perceções e recolhendo/examinando documentos relacionados com as atividades desenvolvidas (Patton, 2002). Durante a realização do trabalho de campo, o investigador qualitativo envolve-se, por vezes, nessas atividades como “observador participante” (Patton, 2002, p. 4).

Por conseguinte, esta investigação decorre no âmbito de um projeto colaborativo, sem que houvesse da parte da investigadora a intenção de manipular o fenómeno em estudo, ou seja, as práticas de seleção/construção, preparação e exploração de tarefas

realizadas pelos dois participantes e que são, simultaneamente, elementos da equipa do projeto. A conceção do projeto perspetivou uma determinada dinâmica de trabalho, envolvendo os professores na construção de sequências de tarefas e incentivando-os a analisar as produções dos alunos e episódios de sala de aula resultantes da exploração dessas tarefas. Apesar de este estudo se realizar num contexto de um projeto colaborativo, do qual me assumo como elemento e para o qual dei os meus contributos, quer através de propostas de documentos para discutir, quer através de questões que visavam desencadear a reflexão sobre as práticas, não pretendia exercer controlo sobre as decisões tomadas pelos professores. Efetivamente, os professores envolveram-se na seleção/construção, preparação e exploração de tarefas, tomando decisões e fazendo escolhas, e refletindo sobre essas decisões e essas escolhas.

Bogdan e Biklen (1994) completam as características de uma abordagem qualitativa referindo que uma investigação desta natureza é descritiva e privilegia os processos em vez dos resultados ou os produtos. Também Merriam (1991) considera que a escolha desta abordagem é particularmente indicada em estudos em que há uma maior preocupação com os processos, sendo a descrição dos acontecimentos e a procura de justificações para a sua ocorrência aspetos centrais para o investigador. No objetivo do estudo podemos encontrar as expressões ‘descrever’ e ‘analisar’ as práticas, o que revela, por um lado, uma maior preocupação com os processos (neste caso com os que se relacionam com a seleção/construção, preparação e exploração de tarefas na sala de aula) e, por outro, de descrever o mais pormenorizadamente possível as ações dos participantes e o modo como as interpretam.

Considero que, dada a natureza das questões do estudo e das opções metodológicas que fui apresentando, este estudo justifica a realização de uma abordagem qualitativa que, nas palavras de Merriam (2002) e de uma forma resumida, é um tipo de investigação que “é caracterizada pela busca de significado e compreensão, em que o investigador é o principal instrumento de recolha e análise dos dados, por uma estratégia de investigação indutiva e por um produto final ricamente descritivo” (p. 6).

5.1.3 A modalidade de estudo de caso

A realização de estudo de caso como modalidade de investigação mostra-se particularmente adequada para investigações que visam responder a questões de natureza explicativa, que têm como objetivo obter um produto final com características descritivas e interpretativas das situações e têm como foco da investigação acontecimentos que ocorrem durante o próprio estudo (Yin, 1989), aspetos que foram já discutidos na subsecção anterior quando justifiquei a presença neste estudo das características gerais de uma abordagem qualitativa.

Ponte (2006) refere alguns aspetos que podem determinar a opção por esta modalidade de investigação e que se articulam com o estudo que pretendo realizar. Afirma, nomeadamente que:

[os estudos de caso] usam-se para compreender a especificidade de uma dada situação ou fenómeno, para estudar os processos e as dinâmicas da prática, com vista à sua melhoria (...). O seu objectivo fundamental é proporcionar uma melhor compreensão de um caso específico e ajudar a formular hipóteses de trabalho sobre o grupo ou situação em causa. (p. 21)

Tal como Ponte (2006), também Merriam (1991) refere que uma das características de um estudo de caso qualitativo é pretender estudar um determinado acontecimento, programa ou fenómeno em particular, pelo que se pode considerar particularístico. Na mesma linha de Ponte (2006) refere, ainda, que outra das características é focar-se na compreensão de um fenómeno a que se tem acesso direto e que pode proporcionar a descoberta de novos significados e, neste sentido, é heurístico. Ora, nesta investigação, foram realizados estudos de caso de dois professores do 1.º ciclo que participaram no projeto colaborativo desenvolvido no âmbito da mesma. Estes estudos de caso pretendem descrever e analisar as práticas de seleção/construção, preparação e exploração de tarefas desses professores, no contexto específico deste projeto colaborativo, sendo por isso particularísticos. A realização destes casos poderá contribuir para uma maior compreensão das práticas do professor que visam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos, podendo levar à descoberta de novos significados associados a estes aspetos, pelo que são heurísticos. Merriam (1991) e Stake (2007) referem, ainda, mais dois aspetos que

caracterizam os estudos de caso qualitativos – serem descritivos e indutivos –, características que considero estarem presentes nos casos deste estudo e cuja justificação foi apresentada na discussão mais genérica acerca da opção pela abordagem qualitativa.

A escolha do caso ou dos casos a estudar depende essencialmente do interesse do investigador (Stake, 2007). Este autor apresenta três tipos de estudo de caso: intrínsecos, instrumentais e coletivos. Num estudo de caso intrínseco, há algo específico relacionado com uma pessoa, atividade ou programa que necessita de ser estudado, ou seja, que “precisamos de aprender sobre este caso em particular” (p. 19). O investigador pode até partir dele para aprender aspetos acerca de outros casos ou de um determinado fenómeno, mas o seu principal objetivo é compreender aspetos específicos daquele caso. O investigador realiza um estudo de caso instrumental quando a sua preocupação é compreender de modo aprofundado e de forma global um determinado fenómeno. Nesta situação, mais do que compreender uma pessoa, atividade ou programa, visa-se alcançar um conhecimento mais profundo sobre um determinado fenómeno (Stake, 2007). Quando o investigador recorre à realização de vários casos para compreender um determinado fenómeno, cada um deles é considerado instrumental, mas na globalidade o investigador desenvolve estudos de caso coletivos. Aqui, deve haver uma preocupação com a coordenação dos vários casos individuais para que, em conjunto, permitam uma maior compreensão do fenómeno em estudo.

Neste estudo optei pela realização de dois estudos de caso, situando-me na opção de estudos de caso coletivos, tal como são definidos por Stake (2007). Cada um deles, por si só, é fundamentalmente um estudo de caso instrumental, dado que a minha intenção como investigadora é obter a compreensão sobre um fenómeno – as práticas do professor do 1.º ciclo e o desenvolvimento do sentido de número.

5.2 A opção pelo desenvolvimento de um projeto colaborativo

5.2.1 Potencialidades

O trabalho colaborativo é visto por diversos autores como um contexto facilitador do envolvimento dos professores na investigação sobre a sua própria prática, ajudando-os a problematizá-la e a refletir sobre ela (Lo et al., 2004; Olson, 2005; Putman et al, 2009; Stein et al., 2009; Zech et al., 2000; Zilliox & Fernandez, 2004). Referindo-se às vantagens que a colaboração pode oferecer na investigação sobre a prática, Boavida e Ponte (2002) salientam o fortalecimento da determinação dos professores em se envolverem e manterem um trabalho desta natureza. Na perspetiva destes autores, os professores sentem-se mais confortáveis e apoiados ao trabalharem em conjunto com outras pessoas que têm objetivos comuns. Referem, também, um possível acréscimo de segurança em mudar ou inovar, pela possibilidade de partilha de diferentes experiências, perspetivas e modos de atuar. Efetivamente, cada elemento da equipa constitui um recurso importante, cujas competências e ideias podem servir como catalisadores da mudança ou da inovação. Por fim, afirmam que o trabalho colaborativo poderá constituir uma forma importante de dar resposta aos problemas da prática. Na verdade, a partilha, a discussão e a análise conjunta destes problemas poderão contribuir para uma reflexão mais aprofundada sobre ideias ou acontecimentos, aumentando as possibilidades de aprendizagem de cada um dos elementos.

Em Portugal, principalmente nos últimos anos, têm sido realizados estudos que envolvem os professores em projetos colaborativos de investigação sobre a prática. Para além de outros objetivos, alguns destes estudos tentam também compreender as potencialidades do trabalho colaborativo e identificar eventuais constrangimentos associados à sua realização. As potencialidades identificadas corroboram as vantagens da realização deste tipo de trabalho acima referidas por Boavida e Ponte (2002). Por exemplo, Boavida (2005) realizou um estudo em que um dos objetivos é “compreender potencialidades e problemas emergentes do desenvolvimento de um projeto de investigação colaborativa centrado na reflexão sobre as práticas de duas professoras” (p.

17). Esta autora conclui que este projeto contribuiu para o desenvolvimento da capacidade de reflexão crítica e organizada das professoras sobre a sua prática, afirmando que a participação no mesmo foi importante para que ambas “desenvolvessem uma atitude de interrogação permanente e continuada sobre as suas práticas” (p. 922). Entre outros aspetos, conclui, ainda, que o projeto colaborativo contribuiu para uma ampliação dos conhecimentos teóricos, para a transformação de perspetivas e para o aprofundamento do conhecimento didático e do conhecimento de si.

Também o estudo realizado por Martinho (2007), que envolveu três professoras do ensino básico na realização de um projeto colaborativo de investigação sobre a prática centrada na comunicação na sala de aula de matemática, salienta a importância da relação do trabalho colaborativo e da reflexão sobre a prática. Referindo-se às professoras que participaram no seu estudo, esta autora afirma que “o projeto [colaborativo] contribuiu para desenvolver a capacidade de reflexão crítica e para um maior conhecimento de si próprio e o seu modo de viver a profissão de professor” (p. 417).

Para além da melhoria da capacidade de reflexão sobre a prática, Saraiva e Ponte (2003) afirmam que um dos efeitos do envolvimento dos professores em projetos colaborativos assentes na reflexão sobre a sua prática é “o desejo de inovar e de fazer melhor” (p. 48). Referem, ainda, que este tipo de sentimentos e intenções podem ser reforçados através do envolvimento dos professores em ações de divulgação do trabalho realizado no projeto colaborativo, o que permitirá o reconhecimento desse trabalho pela comunidade de professores de matemática.

Atendendo às vantagens inerentes ao desenvolvimento de projetos colaborativos e à correspondente melhoria da capacidade de reflexão dos participantes, que se relaciona com uma maior capacidade para partilhar ideias e experiências e para se envolver com mais segurança e determinação na realização de novas experiências, optei por propor a dois professores do 1.º ciclo a realização de um projeto colaborativo que valorizasse a prática e a reflexão sobre a prática. A minha intenção era criar um contexto de trabalho, com determinadas características e dinâmicas que ajudassem a equipa, formada por mim e pelos dois professores, a aprofundar modos de promover o desenvolvimento do sentido de número dos alunos através da reflexão sobre a seleção/construção e exploração de tarefas

na sala de aula que tivessem esse propósito. A concepção inicial do projeto prevê também a construção de materiais de divulgação, aspecto que, de acordo com Saraiva e Ponte (2003) pode constituir uma fonte acrescida de motivação e envolvimento dos vários elementos da equipa no trabalho perspectivado.

Revejo-me, assim, nas palavras de Boavida e Ponte (2002), quando afirmam que “A colaboração não é um fim em si mesma mas sim um meio para atingir certos objetivos” (p. 45), neste caso, para melhor compreender as características e modos de exploração de tarefas sobre o tema Números e Operações, numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número dos alunos.

5.2.2 Formas e características de colaboração

Como surge a colaboração? Que características tem ou deve ter? São questões sobre as quais alguns autores já se debruçaram e cujas reflexões constituíram elementos importantes nas opções que fui tomando ao longo do desenvolvimento do projeto. Hargreaves (1998), um dos investigadores de referência no que respeita ao estudo de culturas de colaboração, refere que quando pensamos em colaboração de professores com os seus colegas, as relações de trabalho que se estabelecem entre eles tendem a ser espontâneas, no sentido em que “estas relações partem dos próprios professores, enquanto grupo social” (p. 216). Apesar destas relações poderem ser apoiadas pelas direções das escolas, retirando-lhes, eventualmente, alguma espontaneidade, “em última instância, as relações de trabalho colaborantes evoluem a partir da própria comunidade docente e são sustentadas por ela” (p. 216).

Referindo-se às formas de emergência de projetos colaborativos, também Ponte (2012) menciona os que surgem espontaneamente por parte dos professores como resultado da necessidade de dar resposta a situações novas. Para além desta possibilidade, identifica ainda mais duas: os projetos que estão diretamente relacionados com dispositivos de formação e os que se desenvolvem na sequência de uma proposta de um investigador, com o intuito de compreender e analisar uma determinada situação ou problema.

O caso particular do projeto colaborativo desenvolvido no âmbito desta investigação enquadra-se nesta última situação. Efetivamente, fui eu quem desafiou os dois professores a participarem no projeto. À partida e assumidamente, este projeto nasce de um interesse meu, que passa a ser partilhado também por eles. Em conjunto, passámos a constituir uma equipa com um objetivo comum – o de aprofundar modos de desenvolver o sentido de número dos alunos através da reflexão sobre a seleção/construção, preparação e exploração de tarefas.

A existência de objetivos comuns, que sejam partilhados e assumidos por toda a equipa, é essencial no estabelecimento de uma relação de colaboração (Boavida & Ponte, 2002; Hargreaves, 1998; Martinho, 2007). Estes objetivos devem orientar o trabalho da equipa ao longo do desenvolvimento do projeto, sendo fundamental que todos os seus elementos se reconheçam neles (Boavida & Ponte, 2002). Pensando em concreto neste projeto, considero que tem em conta esta dimensão, uma vez que a ideia fundamental foi envolver os professores num trabalho que esteja diretamente relacionado com a sua prática letiva e com a reflexão sobre essa prática, no qual continuassem a tomar decisões e opções, de acordo com essa reflexão e com os seus contextos de trabalho – a turma, a escola e o Agrupamento.

Para além da existência de interesses ou objetivos comuns dos vários elementos da equipa, é essencial que haja uma participação voluntária (Boavida & Ponte, 2002; Hargreaves, 1998):

As relações de trabalho em colaboração resultam (...) da perceção que os docentes têm do seu valor, a qual deriva da experiência, da inclinação ou da persuasão não-coerciva, segundo a qual trabalhar em conjunto é simultaneamente agradável e produtivo. (Hargreaves, 1998, p. 216)

É importante que a participação numa equipa de trabalho colaborativo não resulte de uma obrigação, quer por constrangimentos administrativos, quer por algum tipo de coação. Deve ser o resultado de uma opção de cada elemento, por considerar relevante o trabalho realizado na equipa, por encará-lo como produtivo e por considerar importante dar os seus contributos. Efetivamente, perante a possibilidade de participarem no projeto proposto por mim, como se poderá ver tanto no desenvolvimento do capítulo 6, como nos

que se referem aos casos destes professores, é evidente a vontade de participarem neste projeto, contribuindo com as suas experiências e opiniões. Ambos apresentam expectativas positivas antes da sua realização (ver subsecção 6.3.2) e um balanço também positivo após o seu desenvolvimento (ver secção 6.6).

Numa cultura de colaboração as relações de trabalho devem ser orientadas para o desenvolvimento (Hargreaves, 1998), no sentido em que a equipa estabelece as tarefas e as finalidades do trabalho a realizar. Mesmo quando as equipas incluem também investigadores, as decisões e opções do desenvolvimento do trabalho devem ser realizadas por todos os elementos num processo constante de negociação. Referindo-se a esta forma de composição das equipas colaborativas, Saraiva e Ponte (2003) advertem para a necessidade de evitar situações em que os professores são encarados como técnicos, cuja função é colocar em prática abordagens ou ideias predeterminadas. Na perspetiva destes autores, é fundamental que o professor encontre nestes projetos um espaço para refletir sobre a sua própria prática e que lhe permita reconhecer-se “como verdadeiro protagonista curricular capaz de tomar decisões fundamentais para a sua prática, em função das necessidades dos seus alunos e dos seus contextos institucionais” p. 49). Ainda assim, “a presença de investigadores numa equipa colaborativa traduz-se na maior possibilidade do professor se distanciar da sua própria prática, bem como uma aproximação entre a prática profissional dos professores e a investigação” (Saraiva & Ponte, 2003, p. 48). Para além destes aspetos, equipas com estas características têm estado na base de projetos de desenvolvimento profissional com sucesso, uma vez que, os investigadores podem desempenhar um papel importante no apoio do trabalho a realizar pelos professores e na reflexão que estes fazem sobre a sua prática (Clements & Sarama, 2009).

Ainda sobre as características da relação de colaboração, Hargreaves (1998) refere que uma relação desta natureza é difundida no tempo e no espaço, no sentido em que o trabalho conjunto não é suscetível de ser completamente calendarizado. Apesar da marcação de reuniões e/ou de sessões de planificação poder constituir uma forma de organizar espacial e temporalmente o trabalho a realizar, esta está, sobretudo, dependente do modo como a vida profissional dos professores se desencadeia na escola. No caso concreto deste projeto, apesar de existir à partida uma proposta de dinâmica de

funcionamento do projeto que previa uma alternância de momentos de trabalho (duas sessões de trabalho consecutivas e uma aula observada por mim), a sua realização dependeria, e efetivamente dependeu, das disponibilidades e necessidades dos professores envolvidos no projeto, havendo uma constante negociação relativamente ao trabalho a efetuar e aos momentos em que este ocorreu.

Baseando-se em Boavida e Ponte (2002), Ponte (2012) descreve a colaboração do seguinte modo, sublinhando aspetos centrais da colaboração que têm vindo a ser discutidos nesta secção:

a colaboração [é apresentada] como envolvendo uma adesão voluntária e uma relação próxima entre os participantes. Nesta perspetiva, a colaboração pode prosseguir propósitos diversos e assumir formas bastante diferenciadas. Envolve assumir objetivos comuns e uma divisão de trabalho racional, num quadro de confiança pessoal, onde todos têm algo a ensinar e a aprender uns com os outros. Deste modo, a colaboração não é vista como um valor moral, que deve ser prosseguido de uma dada maneira, a única perfeita e desejável, mas, pelo contrário, é encarada numa perspetiva pragmática, como uma solução encontrada por um grupo para resolver problemas comuns, que seria difícil resolver de modo puramente individual. (p. 8)

Este excerto permite, não só, resumir as principais características da colaboração discutidas nesta secção – nomeadamente, a adesão voluntária, a existência de objetivos comuns, a relação próxima e de confiança dos participantes, a divisão racional do trabalho, a aprendizagem mútua e a resolução de problemas comuns –, como também descreve as principais ideias que tinha presente quando propus a realização deste projeto aos dois professores participantes deste estudo.

Nesta secção procurei posicionar-me quanto à forma de colaboração estabelecida e justificar algumas opções associadas à conceção deste projeto, no que respeita às características de colaboração que pretendia que assumisse. No entanto, tal como refere Hargreaves (1998), as relações de colaboração são imprevisíveis, dado que os elementos da equipa vão tomando decisões sobre o seu desenvolvimento, pelo que é difícil, ou mesmo impossível, justificar opções que foram sendo tomadas e refletir sobre essa relação sem ‘o contar da história’. Assim, integrarei algumas reflexões sobre estes aspetos no capítulo 6, nomeadamente nas secções que se centram no ‘arranque’ e no desenvolvimento do projeto

e, sobretudo, na última secção desse capítulo onde me foco na relação estabelecida entre os elementos da equipa.

5.3 Os participantes no estudo

Os critérios que orientaram a seleção dos dois professores que constituem os participantes deste estudo têm por base as sugestões de Stake (2007) para a escolha de casos. Na perspetiva deste autor é fundamental “maximizar o que podemos aprender” (p. 20), ou seja, os casos devem ser escolhidos tendo em conta os nossos objetivos de estudo. Devem também ser “casos de fácil acesso e que acolham a nossa investigação” (p. 20).

Um primeiro conjunto de critérios de seleção relaciona-se com o objetivo deste estudo, mais concretamente com o modo como foi pensado o projeto colaborativo que lhe está associado, e com o envolvimento dos participantes no mesmo. Assim, a seleção dos participantes teve em conta o facto de serem professores: (a) que lecionam o mesmo ano de escolaridade, (b) com mais de cinco anos de experiência de ensino e (c) que têm uma experiência profissional que traduz um certo interesse de envolvimento em projetos ou programas de formação relacionados com a sua prática profissional. O critério (a) está relacionado com as características do projeto. Para além de colaborativo, é um projeto de desenvolvimento curricular onde se pressupõe a seleção/construção e preparação de tarefas, em equipa, e a reflexão sobre a exploração dessas tarefas na sala de aula. Torna-se assim fundamental delimitar o âmbito desse trabalho, centrando as discussões em torno dos mesmos aspetos do sentido de número, num determinado ano de escolaridade. Os critérios (b) e (c) têm como objetivo selecionar professores que, por um lado, tenham já alguns anos de experiência profissional, o que lhes confere à partida um conhecimento mais aprofundado acerca do modo como os alunos deste nível de escolaridade pensam e das dificuldades que revelam na aprendizagem dos números e das operações e, por outro lado, que evidenciem, pelo seu percurso, interesse em aprender mais e de melhorar as suas práticas.

Um segundo conjunto de critérios, não menos importante, tem a ver com questões de exequibilidade da realização do projeto colaborativo, o que se relaciona com a ideia de “casos de fácil acesso” referida por Stake (2007). Procurei que os dois participantes pertencessem a uma escola relativamente próxima da área em que resido, de modo a facilitar os encontros entre os elementos da equipa de trabalho colaborativo (a investigadora e os dois professores). A questão de lecionarem o mesmo horário mostrou-se, também, fundamental, dado que, neste nível de ensino, os professores podem ter horários complementares (por exemplo, tarde e manhã) o que tornaria impossível a realização de sessões de trabalho conjunto durante a semana.

Em março de 2010, Manuel e Maria José foram-me apresentados por uma colega que foi formadora de ambos no PFCM, à qual revelaram que, eventualmente, estariam interessados em envolver-se numa experiência relacionada com o Ensino da Matemática. Ambos são professores já com alguns anos de serviço (Manuel com 12 anos de serviço e Maria José com 30), no ano letivo seguinte iriam lecionar o mesmo ano de escolaridade (3.º ano), no mesmo horário (horário da manhã) e pertenciam à mesma escola (uma escola do 1.º ciclo que faz parte de um Agrupamento vertical de escolas do Concelho de Almada). Estava, assim, reunido o conjunto de critérios que considerara essenciais quando perspetivei a seleção dos participantes do estudo.

Embora não constituindo um critério de seleção dos participantes no estudo, considerei importante que os professores selecionados tivessem experiências anteriores de trabalho conjunto, ou que pelo menos, já tenham estabelecido, entre si, uma relação profissional com uma certa proximidade, por considerar este aspeto facilitador da constituição de uma equipa com características colaborativas. Não o coloquei, à partida, como um critério, por ter consciência da dificuldade que poderia constituir encontrar participantes que reunissem esta característica, para além de todas as outras que assinaliei e que considero fundamentais. A verdade é que esta situação se veio a concretizar. Manuel e Maria José fizeram parte do mesmo grupo de formação do PFCM e estavam habituados a partilhar materiais e ideias no desenvolvimento das suas atividades letivas.

5.4 Os métodos de recolha de dados

Na investigação qualitativa os dados resultam, frequentemente, de três tipos de métodos de recolha: a entrevista, a observação e a recolha documental (Patton, 2002). Também Merriam (1991) aconselha o recurso a uma combinação destes métodos de recolha de dados, quando se pretende levar a cabo uma investigação deste tipo, em que se procura uma compreensão profunda dos fenómenos e dos significados que os participantes atribuem às suas ações. Justifico, em seguida, o recurso a estes métodos e explico o modo como cada um deles é concretizado neste estudo.

Entrevista. A entrevista é um método de recolha de dados adequado quando se procura recolher informação descrita na linguagem do próprio sujeito “permitindo ao investigador desenvolver uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam o mundo” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 134). Esta interpretação do mundo inclui, naturalmente, o significado que cada um atribui às suas próprias ações. Na perspetiva de Patton (2002) a entrevista é um dos métodos que se mostra particularmente adequado para aceder a esses significados, permitindo obter dados acerca “das experiências das pessoas, percepções, opiniões, sentimentos, e conhecimentos” (p. 4). Um dos propósitos deste estudo é caracterizar as práticas dos professores na seleção/construção, preparação e exploração de tarefas, identificando motivos para determinadas opções e eventuais desafios, ou seja, situações criem tensões, dificuldades, ambivalências, dúvidas, constrangimentos e receios. Torna-se, assim, necessário utilizar um método de recolha de dados que permita aceder, através da linguagem do próprio professor, aos seus pensamentos, sentimentos e opiniões, ou seja, ao modo como interpreta as suas próprias ações.

Neste estudo realizaram-se duas entrevistas semiestruturadas a cada um dos professores que nele participam, com registo áudio. Para realizar as entrevistas foram elaborados guiões únicos para os dois professores (guião da primeira entrevista e da segunda, nos anexos 1 e 2, respetivamente) garantindo o questionamento aos dois professores acerca de questões que se mostram basilares neste estudo. Para Patton (2002) uma das vantagens para a realização de entrevistas semiestruturadas é precisamente “garantir que as mesmas linhas básicas de inquirição são seguidas com cada uma das

pessoas entrevistadas” (p. 343). Cada uma das entrevistas teve a duração de cerca de uma hora e trinta minutos e foram integralmente transcritas.

Observação participante. Para além da entrevista e da recolha documental, a observação participante constitui um método importante de recolha dos dados. Para Patton (2002), o que as pessoas dizem, quer verbalmente através de entrevistas, quer por escrito em questionários e outros documentos, constitui uma fonte de dados importante numa investigação qualitativa. Contudo, na sua perspetiva, é limitado recorrer unicamente a estes métodos de recolha de dados quando se pretende compreender as situações em profundidade. Este autor afirma que “para compreender completamente as complexidades de muitas situações, a participação no [fenómeno] e a observação do fenómeno de interesse poderá ser o melhor método de investigação” (p. 21). Referindo-se concretamente aos modos de aceder ao que o professor pensa, Schön (1992) considera que “não é suficiente perguntar aos professores o que fazem, porque entre as ações e as palavras há por vezes grandes divergências” (p. 90). Também na perspetiva deste autor, é fundamental observar o professor para se poder obter “uma descrição detalhada do comportamento e uma reconstrução de intenções, estratégias e pressupostos” (p. 90). Assim, para poder caracterizar as práticas de seleção/construção, preparação e exploração de tarefas orientadas para desenvolvimento do sentido de número dos alunos recorri à observação participante nos contextos em que estas práticas ocorreram – nas sessões de trabalho da equipa e na sala de aula de cada um dos professores.

Como foi assinalado anteriormente por Patton (2002), na investigação qualitativa, por vezes, o investigador envolve-se nas atividades realizadas pelos participantes. Este autor refere, ainda, que existem graus de participação diferentes do investigador, assumindo, por vezes, uma “participação completa” (p. 265). Trata-se de situações em que há uma completa imersão do investigador no contexto, participando nas experiências que nele ocorrem, enquanto, simultaneamente observa e fala com os participantes. Nestas situações, “o participante observador, não só vê o que está a acontecer, mas também sente o que parece ser uma parte do contexto ou do programa” (p. 268). Pensando no meu papel enquanto observadora participante, identifiquei também níveis diferentes da minha participação nos dois contextos acima referidos. Nas aulas observadas assumo um papel

menos interventivo, não interferindo no decurso natural da aula. Nas sessões de trabalho considero que realizo uma participação completa, no sentido que lhe é conferido por Patton (2002).

As sessões de trabalho da equipa foram áudio gravadas e para cada uma delas foi construído, posteriormente, um relatório que teve como principal objetivo descrever o que lá se passou e assinalar eventuais aspetos que, de algum modo, poderiam ser importantes para serem abordados em sessões seguintes ou na última entrevista. Todas as aulas observadas foram vídeo gravadas, exceto uma, devido a motivos técnicos (aula lecionada por Manuel no dia 3/02/2011). Em cada uma das aulas observadas recorri a notas de campo, cujo principal objetivo foi efetuar registos que permitissem: (i) completar a descrição do contexto de sala de aula e dos acontecimentos que nele ocorrem, (ii) assinalar alguns aspetos que pudessem suscitar a reflexão por parte dos professores sobre as situações vividas e, (iii) a partir de uma determinada fase do projeto, identificar os tempos correspondentes a episódios de sala de aula para serem visionados e discutidos nas sessões de trabalho da equipa. Os elementos que orientam a escolha destes episódios e os motivos que estão na base da necessidade de registar os respetivos períodos de duração encontram-se explicitados na subsecção 5.6.1 do presente capítulo.

Recolha documental. A recolha documental constitui um método importante na investigação que recorre à modalidade de estudo de caso, permitindo obter informações que complementam e enriquecem os dados obtidos através de entrevistas e da observação (Merriam, 1991).

Os documentos utilizados nesta investigação incluíram as produções dos alunos na resolução das tarefas, os materiais utilizados pelos professores nas aulas, as suas planificações da área da Matemática, as fichas de avaliação que propõem aos alunos nesta área, fichas com indicações para o professor correspondentes às primeiras tarefas selecionadas/construídas no âmbito do projeto e tarefas que os professores levaram para as sessões de trabalho para serem analisadas (provenientes do manual adotado, de outros manuais escolares e de *sites* da Internet).

Tendo em conta os métodos de recolha dos dados a que recorri neste estudo, apresento na Tabela 5.1 uma síntese que relaciona esses métodos com as fontes e as formas de registo dos dados, descritos ao longo desta secção.

Tabela 5.1 - Métodos, fontes e formas de registo dos dados

Métodos	Fontes	Formas de registo		
Entrevistas	Professores	Gravações áudio	Transcrições integrais das gravações	
Observação Participante	Aulas	Gravações vídeo	Transcrições de excertos das gravações	
		Notas de campo		
	Sessões de trabalho da equipa	Gravações áudio	Transcrições de excertos das gravações	Relatórios
		Notas de campo		
Recolha Documental	Professores	Materiais de apoio às aulas Planificações da área da Matemática Fichas de avaliação Fichas com indicações para o professor Tarefas		
	Alunos	Produções dos alunos		

Ao longo deste relatório, os excertos provenientes da primeira e da última entrevista foram identificados com a sigla E1 e E2, respetivamente. Os que provêm das sessões de trabalho da equipa são referenciados pela letra S, seguida do número da respetiva sessão que respeita a ordem pela qual se realizou. Os excertos das aulas são assinalados pelas siglas AOM ou AOJM, correspondendo a aulas observadas de Manuel ou de Maria José, respetivamente, e seguidas da data em que ocorreram.

5.5 A recolha de dados

5.5.1 A preparação da recolha de dados

Após ter selecionado os dois professores que acederam participar neste projeto, desencadeei um conjunto de procedimentos logísticos necessários à sua realização. Refiro-me, concretamente, aos pedidos de autorização para desenvolver este projeto endereçados

ao Ministério de Educação, à Diretora do Agrupamento de escolas (anexo 3), ao qual pertence a escola de Manuel e de Maria José, e aos Encarregados de Educação dos alunos das duas turmas (anexo 3). Neste último documento, o pedido de autorização para recolher dados na sala de aula refere a garantia do anonimato dos alunos, pelo que os nomes correspondentes, referidos nos casos, são fictícios.

Elaborei também uma proposta de trabalho do projeto colaborativo para ser discutida com os professores (anexo 4). Para além de aspetos mais diretamente relacionados com a conceção do projeto, explicitados no capítulo 6 (secção 6.1), esta proposta faz, também, referência às responsabilidades de cada um dos elementos da equipa relativas ao desenvolvimento do projeto. Neste documento, como investigadora, comprometo-me a garantir o anonimato dos professores, caso estes manifestem essa vontade. Nesta fase, parecem não se mostrar muito preocupados com este assunto, adiando a sua decisão para mais tarde. Perto do final do desenvolvimento do projeto, afirmam que não se importam de ser identificados como participantes do estudo e, após terem lido os respetivos casos, quando volto a questioná-los sobre esta possibilidade, reafirmam que querem manter os seus nomes reais nos casos.

Assumo que em relação à tomada de decisão sobre este assunto senti uma certa ambivalência. Por um lado, a conceção inicial do projeto prevê a elaboração de materiais e de ações de divulgação, em que a opção pelo recurso a nomes fictícios, para além de injusta, por não dar visibilidade ao trabalho daqueles professores impossibilitando-os de serem apresentados como autores, seria pouco eficaz, porque a sua presença nas ações de divulgação evidenciaria as suas verdadeiras identidades. Por outro lado, considerava que a opção pelo anonimato seria a mais prudente, por constituir uma forma de proteger os participantes de eventuais avaliações acerca das suas práticas, porque poderia ser um fator que contribuísse para que os professores se sentissem mais à-vontade nas atividades realizadas no âmbito do projeto e, também, porque era a ideia que fui criando quanto ao modo adequado de lidar com a confidencialidade dos dados em estudos desta natureza. Efetivamente, segundo Yin (2010), “Quase todos os estudos de caso apresentam ao pesquisador a opção de anonimato no caso” (p. 212). Contudo, este autor adverte que “A opção mais desejável é revelar as identidades” (p. 212), por facilitar ao investigador a

revisão do caso e por permitir ao leitor a “oportunidade de lembrar-se de qualquer outra informação prévia aprendida sobre o mesmo caso – da pesquisa anterior ou de outras fontes” (p. 212). Também Patton (2002) assinala a mudança das normas da confidencialidade na investigação, salientando a importância do investigador atender ao desejo dos participantes que poderá ser “o desejo à sua própria história” (p. 412). Para este autor, o que é fundamental garantir é o consentimento informado por parte dos participantes, aspeto que foi tido em conta, por mim, enquanto investigadora.

5.5.2 O processo da recolha de dados

A Tabela 5.2 sintetiza a recolha dos dados do ponto de vista cronológico, explicitando os métodos de recolha de dados usados ao longo deste processo.

O período da recolha de dados decorreu entre maio de 2010 e setembro de 2011, inclusive. Iniciou-se com uma entrevista a cada um dos professores em maio de 2010, antes de se iniciarem as sessões de trabalho, no âmbito do projeto colaborativo. Esta entrevista (ver guião no anexo 1) teve como principais objetivos: (i) caracterizar profissionalmente os professores envolvidos, (ii) conhecer o modo como costumam realizar a sua atividade letiva, nomeadamente quando trabalham tópicos do tema Números e Operações, (iii) aceder às perspetivas que tinham, naquele momento, sobre sentido de número e sobre aspetos que podem contribuir para o seu desenvolvimento e (iv) conhecer as suas expectativas e motivações no que se refere à participação no projeto. A segunda, e última, entrevista (ver guião no anexo 2) foi realizada a cada um dos participantes, em junho de 2011, logo após o término da fase do projeto que correspondeu à construção de sequências de tarefas. Teve como principais objetivos, por um lado, suscitar uma espécie de balanço acerca da participação dos professores no projeto colaborativo e, por outro, retomar, aprofundar e clarificar alguns aspetos abordados nas sessões de trabalho conjunto e na primeira entrevista relacionados com a seleção/construção, preparação e exploração de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número.

Tabela 5.2 - Síntese cronológica da recolha de dados

Meses	Métodos de recolha de dados			Observação participante Recolha documental
Maio de 2010	1.ª Entrevista			
	1 Sessão			
Junho de 2010				
Julho de 2010	3 Sessões			
Agosto de 2010				
Setembro de 2010	1 Sessão			
De outubro de 2010 a abril de 2011	21 Sessões	Sessões de trabalho da equipa (em média uma sessão por semana)	Observação de aulas (uma aula observada de cada professor, todas as semanas ou de 15 em 15 dias)	
Abril de 2011				
Maio de 2011	2 Sessões			
Junho de 2011				
Julho de 2011	1 Sessão			
	2.ª Entrevista			
Agosto 2011				
Setembro de 2011	1 Sessão			

A recolha de dados realizada através da observação participante ocorreu durante, sensivelmente, 12 meses (de maio de 2010 a setembro de 2011, excetuando os períodos de interrupções letivas, de realização de provas de avaliação e de férias). Durante a fase de construção de sequências de tarefas realizada no âmbito do projeto realizou-se uma sessão de trabalho conjunto com os professores, sensivelmente, todas as semanas (excetuando, os períodos de interrupções letivas, de realização de provas de avaliação e de férias). Esta fase corresponde, também, ao período em que observei 13 aulas de cada um dos professores (umas vezes em semanas consecutivas, outras de 15 em 15 dias). A observação de aulas teve início no mês de outubro de 2010 e terminou em maio do ano seguinte. As restantes sessões de trabalho da equipa foram realizadas de forma mais espaçada, como mostra a Tabela 5.2. A recolha documental decorreu ao longo de todo o período de recolha de dados.

5.6 A análise dos dados

Num estudo qualitativo a recolha dos dados e a sua análise não podem ser vistos como momentos totalmente separados, porque, “durante o trabalho de campo, irão ocorrer ideias acerca de direções para a análise” (Patton, 2002, p. 436). Efetivamente, considero que neste estudo a análise dos dados foi realizada em duas fases que, embora interligadas, correspondem a momentos diferentes do seu desenvolvimento. A primeira ocorreu durante a recolha dos dados, acompanhando o desenvolvimento do projeto colaborativo. Nesta fase, tal como afirma Patton (2002), fui construindo ideias acerca dos dados à medida que os ia recolhendo. A segunda, que se realizou após a conclusão do projeto, corresponde à escrita dos casos e ao que este trabalho implica – o ‘refinamento’ das categorias de análise e a definição e redefinição da estrutura dos mesmos. Embora reconheça esta inter-relação, para uma melhor compreensão do trabalho realizado em cada uma destas fases, nomeadamente no que se refere às suas características e a eventuais desafios que lhe estiveram associados, descrevê-las-ei em separado.

5.6.1 A primeira fase da análise dos dados

A análise dos dados foi realizada concomitantemente com a sua recolha, permitindo alimentar, não só o desenvolvimento do projeto, como também a investigação que lhe está associada. Salientam-se quatro aspetos que se mostraram fundamentais nesta primeira fase: (i) a realização da primeira entrevista, antes do início do projeto, (ii) a seleção de episódios de sala de aula, (iii) a elaboração de relatórios, com características analíticas, das sessões de trabalho da equipa e (iv) a preparação de ações de divulgação do projeto.

Numa fase ainda muito inicial da realização do projeto foi-me possível ter a transcrição integral da primeira entrevista, o que me permitiu efetuar uma análise embrionária de aspetos que se mostraram importantes para o seu desenvolvimento. Essencialmente, facultou-me alguma informação sobre os professores com que iria trabalhar ao longo de vários meses, no que se refere aos seus percursos profissionais, ao

modo como se relacionam com a Matemática, às perspectivas que tinham acerca do PMEB (ME, 2007) e às práticas habituais de ensino da Matemática, em particular, no que diz respeito ao tema Números e Operações. Aceder a estes aspetos permitiu-me ter uma maior sensibilidade para compreender os desafios com que os professores se foram deparando ao longo deste projeto. Na verdade, com uma primeira análise destas entrevistas, fiquei com a perceção de que lhes estaria a propor um projeto com algumas características e dinâmicas diferentes das suas práticas habituais, no que diz respeito à seleção/construção, preparação e exploração de tarefas.

Os episódios de sala de aula constituem um elemento fundamental da conceção inicial do projeto colaborativo, permitindo suscitar e centrar a reflexão dos professores em aspetos que se revelaram importantes na exploração de tarefas concebidas no âmbito do mesmo (ver capítulo 6). Simultaneamente, a seleção destes episódios e a sua posterior análise e reflexão foram-me permitindo construir ideias acerca do que os professores valorizam e dos desafios com que se deparam quando exploram tarefas orientadas para desenvolvimento do sentido de número dos alunos, aspetos que se ligam diretamente com as questões do estudo.

Inicialmente, tanto eu como os professores, envolvemo-nos na seleção de episódios de sala de aula que iriam ser discutidos na sessão de análise e reflexão da respetiva tarefa. A falta de disponibilidade de tempo evidenciada pelos professores para continuarem a desenvolver este trabalho, faz com que seja eu a assumi-lo integralmente. Assim, na preparação das sessões de trabalho, em que estava previsto a equipa refletir sobre a exploração de uma determinada tarefa, visionava as respetivas aulas dos professores que tinham sido vídeo gravadas e identificava episódios que considerava importante serem discutidos. Fruto da intensificação do trabalho a realizar pela equipa em torno da construção/seleção de tarefas, também eu me deparo com dificuldades na seleção atempada desses episódios para as sessões de trabalho, nas quais seria suposto a equipa refletir sobre a exploração das tarefas correspondentes. Tal como descrevo no capítulo 6, a solução que encontrei para manter uma dinâmica de trabalho que continuasse a incluí-los como suporte da análise e reflexão das aulas, passou por, durante a observação das mesmas, ir identificando e registando os tempos de duração dos episódios a visionar nas sessões.

Apesar de reconhecer que este processo nem sempre se mostrou preciso na identificação exata do intervalo de tempo correspondente aos episódios selecionados, considero, ainda assim, que estes desempenharam a função que desde o início do projeto lhes atribuí – suscitar e centrar a reflexão em aspetos relevantes da exploração das tarefas na sala de aula, que visam o desenvolvimento do sentido de número. A seleção de episódios, realizada por mim, teve como eixo orientador os momentos de apresentação, realização e discussão das tarefas. Em cada um destes episódios, procurei excertos relativos a situações:

- de exploração das tarefas que considerei particularmente bem conseguidas;
- que incluíssem reações, comentários ou observações efetuadas pelos professores que, de algum modo, parecessem traduzir uma preocupação, uma intenção, ...;
- em que os professores evidenciassem/parecessem deparar-se com alguma dificuldade, com alguma surpresa, ...;
- em que os professores optassem por orientar o trabalho de forma diferente do que tinha sido previsto na sessão da equipa, em que se preparou a exploração da tarefa;
- que evidenciassem reações às intervenções e ao trabalho realizado pelos alunos nos vários momentos da exploração das tarefas (por exemplo, observações e dúvidas perante o enunciado da tarefa, estratégias utilizadas, procedimentos de cálculo efetuados).

Os relatórios das sessões de trabalho da equipa constituíram um procedimento sistemático e fundamental da primeira fase de análise dos dados, apoiando simultaneamente, o desenvolvimento do projeto. Como já foi referido anteriormente, estes incluem uma descrição das atividades realizadas em cada sessão, permitindo identificar aspetos relevantes a ser incluídos em sessões posteriores. Contêm, também, algumas transcrições do discurso dos elementos da equipa, constituindo já uma primeira abordagem aos dados. A seleção dos momentos das sessões a transcrever, nesta fase, foi feita de acordo com o que me parecia ser revelador das perspetivas dos professores acerca da aprendizagem e do ensino dos números e das operações, da experiência que estavam a viver na conceção de sequências de tarefas e das suas práticas de seleção/construção, preparação e exploração de tarefas sobre este tema.

Algumas das transcrições referem-se, também, ao modo como os professores vão vivendo e sentindo a sua participação no projeto. Apesar de, à partida, não ser um objetivo deste estudo centrar-me em questões específicas da relação de colaboração que um projeto desta natureza envolve, em várias situações, senti a necessidade de efetuar estas transcrições e comentar os estados de espírito e os sentimentos que evidenciavam. Aliás, no item ‘Observações Finais’, que faz parte de todos os relatórios, muitos dos comentários dizem respeito às relações que se iam estabelecendo entre os vários elementos da equipa. Esta preocupação reflete-se também na escrita do presente relatório da investigação, pela necessidade que continuei a sentir em caracterizar o ambiente vivido no seio da equipa e em refletir sobre as dificuldades, dúvidas e ambivalências que o estabelecimento de uma relação de colaboração pode envolver (ver capítulo 6).

Importa ainda referir que, também na elaboração dos relatórios, surgiram algumas dificuldades. Mais uma vez, a intensidade do trabalho da equipa em determinados momentos do desenvolvimento do projeto, deixava-me pouco tempo para efetuar relatórios com as características acima referidas. Efetivamente, os primeiros dez e os últimos sete relatórios foram mais desenvolvidos (com uma dimensão que varia entre 6 a 16 páginas). Os restantes incluem, apenas, algumas notas sobre aspetos a ter em conta nas sessões seguintes, comentários referentes ao desenvolvimento da sessão correspondente e referências a momentos da gravação que considereirei virem a ser importantes para a fase posterior da análise dos dados.

Nesta fase de análise dos dados, o envolvimento dos professores em ações de divulgação do projeto constituiu igualmente um elemento fundamental, mostrando-se os momentos da sua preparação particularmente ricos em termos de análise de dados. Por um lado, por conduzirem a uma reflexão sobre as aprendizagens efetuadas pelos alunos, baseada na seleção e análise das suas produções relativas às tarefas propostas. Por outro lado, por induzirem a uma sistematização das suas próprias aprendizagens enquanto professores, estimulando a identificação e a verbalização de aspetos que valorizam nas tarefas e de desafios com que se depararam, tendo por base a análise das suas vivências/experiências ao longo do projeto.

Pelo que foi acima descrito, a primeira fase de análise dos dados envolveu já uma tentativa de os categorizar. Essas categorias, ainda muito abrangentes, foram informadas pelos objetivos e questões do estudo e pelas leituras até então realizadas sobre o trabalho do professor em torno da seleção/construção, preparação e exploração de tarefas, e, em particular, quando este é orientado para o desenvolvimento do sentido de número dos alunos. A Tabela 5.3 inclui as categorias e subcategorias definidas nesta fase que, posteriormente, viriam a ser desdobradas, alteradas e acrescentadas na segunda fase de análise dos dados.

Tabela 5.3 - Categorias e subcategorias usadas na primeira fase de análise dos dados

Categorias	Subcategorias
Conceção de sequências de tarefas	Preocupações/Aspetos que valorizam
Seleção/construção de tarefas	Desafios
Exploração das tarefas	
Aspetos do sentido de número	Conhecimento e destreza com os números
	Conhecimento e destreza com as operações
	Aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo

5.6.2 A segunda fase de análise dos dados

Esta fase de análise dos dados iniciou-se logo após o término do projeto (setembro de 2011) e é marcada por duas etapas distintas. Numa primeira etapa, voltei a ouvir as gravações de todas as sessões de trabalho da equipa, completando os relatórios respetivos com transcrições de momentos previamente assinalados na primeira fase de análise dos dados. Efetuei também ‘novas’ transcrições destas sessões, mediante aspetos que fui identificando no discurso dos professores e que considerei serem relevantes para caracterizar as suas práticas de seleção/construção e preparação de tarefas no contexto do projeto. Em particular, as transcrições dos momentos de reflexão da exploração das tarefas, já realizadas anteriormente, orientaram a seleção de episódios de sala de aula que ilustrassem as práticas de exploração de tarefas destes dois professores. Nesta etapa, optei ainda por transcrever alguns deles ou por aditar referências que permitissem localizá-los facilmente. Em qualquer uma das situações, acrescentei comentários sobre aspetos

essenciais que estes episódios permitiam ilustrar. Segue-se uma leitura integral da primeira e última entrevistas realizadas a Manuel e Maria José e de todos os relatórios das sessões da equipa, por ordem temporal. Este trabalho conduz a um repensar das categorias e subcategorias de análise anteriormente apresentadas.

Numa segunda etapa, iniciei a escrita do caso de Manuel, baseando-me essencialmente na análise dos relatórios das sessões, nas duas entrevistas que lhe foram realizadas, nos vídeos das suas aulas e nas produções dos seus alunos relativas às tarefas concebidas no âmbito do projeto. As categorias e subcategorias de análise, até então definidas, orientaram uma primeira construção da estrutura do caso de Manuel. A escrita dos dois casos exigiu uma análise mais aprofundada dos documentos acima referidos, implicando a redefinição de algumas categorias e/ou subcategorias, e, consequentemente, uma constante reestruturação da estrutura dos casos. No final deste processo, as categorias e subcategorias usadas para a análise dos dados são as que se encontram representadas na Tabela 5.4, em que a coluna assinalada a cinzento corresponde a dimensões de trabalho do projeto colaborativo.

Logo na primeira fase de análise de dados apercebi-me que, tanto Manuel como Maria José, justificavam as suas ideias e deparavam-se com desafios, que nem sempre se relacionavam unicamente com o facto de estarem a conceber e a explorar tarefas que visassem o desenvolvimento do sentido de número. Assim, senti a necessidade de recorrer a dois conjuntos de categorias de análise – um que permitisse analisar aspetos mais gerais do trabalho realizado em torno das tarefas e, outro, que permitisse aceder a aspetos específicos do sentido de número (ver primeira e terceira colunas da Tabela 5.4, respetivamente). Algumas das categorias representadas na primeira coluna desta tabela (nomeadamente: a antecipação das resoluções dos alunos, a monitorização do trabalho dos alunos, a seleção de estratégias, a sequenciação das estratégias e o estabelecimento de pontes de ligação entre as estratégias), derivaram da proposta de Stein et al., (2008) sobre cinco práticas a ter em conta na orquestração de discussões das tarefas. As restantes categorias deste conjunto, embora influenciadas também por leituras já efetuadas por mim, emergiram dos dados.

Tabela 5.4 - Categorias e subcategorias usadas na análise dos dados.

Aspetos gerais relacionados com as tarefas	Dimensões de trabalho do projeto	Aspetos específicos relacionados com o sentido de número	
Categorias		Categorias	Subcategorias
Tópicos de ensino e objetivos da sequência	Conceção de sequências de tarefas	O estabelecimento da relação entre os contextos e os cálculos A consciencialização da existência de múltiplas estratégias O uso de representações e/ou métodos eficazes Inclinação para rever os dados e a razoabilidade dos resultados	Sentido da ordenação dos números
Tipos de tarefas da sequência			
Ordenação das tarefas da sequência			
Tipos de tarefas	Seleção/construção de tarefas		Múltiplas representações dos números
Contextos das tarefas			
Definição dos objetivos das tarefas			
Antecipação das resoluções dos alunos			
Nível de exigência das tarefas	Exploração de tarefas na sala de aula		Compreensão das relações entre as operações
Tipos de informações, indicações e questões			
Padrões de interação			
Nível de exigência das tarefas			
Monotorização do trabalho dos alunos			
Seleção de estratégias			
Sequenciação das estratégias			
Estabelecimento de pontes de ligação entre as estratégias			

Para analisar os aspetos específicos relacionados com o sentido de número inspirei-me nas três áreas propostas por McIntosh et al. (1992) (ver capítulo 2). Tendo em conta que este estudo se foca no trabalho do professor, optei por partir da terceira área, relacionada com a aplicação do conhecimento e destreza com os números e as operações em situações de cálculo, aspeto que se liga diretamente com o trabalho de seleção/construção, preparação e exploração de tarefas. De facto, ao pensar numa tarefa ou ao explorá-la com os seus alunos, o professor está centrado na aplicação de conhecimento e de destrezas dos alunos a partir do modo como estes compreendem os números e as operações. A tarefa é, em primeiro lugar, um contexto de aplicação de conhecimentos e de

destrezas e, por isso, o ponto de partida para o trabalho do professor. Assim, as categorias de análise de aspetos específicos relacionados com o sentido de número correspondem às categorias que este autor definiu para a terceira área de caracterização do sentido de número, nomeadamente: o estabelecimento da relação entre os contextos e os cálculos, a consciencialização da existência de múltiplas estratégias; o uso de representações e/ou métodos eficazes e a inclinação para rever os dados e a razoabilidade dos resultados.

Ao analisar os dados apercebi-me que alguns dos aspetos que os professores valorizam e dos desafios com que se deparam se relacionam diretamente com as categorias apresentadas por McIntosh et al. (1992) para concretizar as duas primeiras áreas definidas por este autor (ver capítulo 2). Assim, neste estudo, estas categorias são entendidas como subcategorias de análise de aspetos específicos relacionados com o sentido de número (ver quarta coluna da Tabela 5.4).

Durante esta fase de análise fui recorrendo a dados provenientes das entrevistas, da observação participante e da recolha documental, tentando concretizar o que Patton (2002) designa por “triangulação metodológica” (p. 556). Na perspetiva deste autor, este processo corresponde a recorrer a dados provenientes dos diferentes métodos de recolha, permitindo uma análise mais rica dos fenómenos em estudo. Para além disso, proporciona diferentes modos de ‘olhar’ o mesmo fenómeno (Patton, 2002) e constitui uma forma de confirmar, ou de invalidar, as descrições efetuadas pelo investigador sobre os acontecimentos ou situações que, naturalmente, resultam da sua interpretação (Stake, 2007).

5.6.3 A estrutura dos casos

Dado que os casos deste estudo são instrumentais e, considerando as sugestões de Stake (2007), os casos foram construídos de forma coordenada, atendendo que a sua realização contribuirá para um mesmo objetivo – o de melhor compreender as práticas dos professores de seleção/construção, preparação e exploração de tarefas, num contexto de trabalho colaborativo. Assim, os dois casos apresentam a mesma estrutura e encontram-se organizados em cinco secções. A primeira, que designei por ‘Traçando um retrato de...’, inclui uma descrição sucinta: (i) do percurso profissional dos professores, (ii) dos motivos

que os levaram a escolher esta profissão, (iii) da relação que estabeleceram com a Matemática, (iii) do modo como encaram o papel do professor do 1.º ciclo e (iv) das características pessoais que foram revelando ao longo da sua participação no projeto. Tal como o nome indica, esta secção pretende retratar Manuel e Maria José enquanto professores e enquanto elementos da equipa do projeto.

A segunda secção, que designei por ‘Perspetivas’, abrange três dimensões que me pareceram centrais para compreender o modo como Manuel e Maria José foram agindo e reagindo, ao envolver-se num projeto em que a construção de sequências de tarefas assume um papel fulcral: (i) o Programa, (ii) a perspetiva de ensino dos números e das operações adotada e (iii) a atividade de planificar. Efetivamente, construir sequências de tarefas corresponde a um modo diferente de planificação da prática habitual, comumente centrado na preparação de tarefa a tarefa (Kraemer, 2008). Exige, ainda, uma compreensão clara dos objetivos das tarefas e do modo como estas se articulam, o que implica, não só, o conhecimento dos tópicos a ensinar, mas também de aspetos particulares da perspetiva de ensino que se adota (Clements & Sarama, 2009). Considerei, assim, fundamental incluir, em cada caso, uma secção que permitisse compreender as perspetivas dos professores acerca: (i) do ‘novo’ Programa na área da Matemática, em particular do tema Números e Operações, (ii) do significado do sentido de número e o seu desenvolvimento e (iii) sobre o modo como se caracteriza a sua atividade de planificação letiva, que valor lhe atribuem e a que materiais costumam recorrer para a desenvolver.

Há decisões tomadas nesta secção, que me parece importante referir, e, que se prendem com a organização e conteúdo. Relativamente à sua organização, pode observar-se que, praticamente todas as suas subsecções iniciam com a descrição e análise dos aspetos acima referidos, tendo em conta os dados fornecidos pela primeira entrevista e pelas primeiras sessões de trabalho da equipa. Terminam com evidências das perspetivas dos professores, incluídas na última entrevista e em sessões que se realizaram praticamente no final do projeto. Apesar de considerar natural que, com a participação num projeto desta natureza, ocorram mudanças no discurso dos professores e que estas correspondam a uma eventual alteração das suas ideias e opiniões, ao tomar esta opção, a minha principal preocupação foi caracterizar, também, as perspetivas dos professores sobre as três

dimensões acima referidas no início do projeto. Esta preocupação resultou da relevância que as perspetivas iniciais sobre os aspetos acima referidos assumiram durante o projeto. A sua descrição e análise permitem uma melhor compreensão dos desafios com que os professores se foram deparando no desenvolvimento do mesmo.

No que respeita ao conteúdo desta secção, há dois aspetos a assinalar: o primeiro refere-se à opção de não incluir neste ponto alguns elementos que se relacionam diretamente com a atividade de planificar, integrando-os no capítulo em que descrevo o projeto colaborativo (capítulo 6). Fi-lo, sobretudo, para evitar uma certa repetição da descrição de factos. Refiro-me concretamente às práticas habituais de planificação de Manuel e de Maria José que decorrem do Conselho de Ano. Estas relacionam-se com dinâmicas de trabalho iguais, em que ambos estão envolvidos, por pertencerem à mesma escola e por lecionarem o mesmo ano de escolaridade. Também, para evitar a repetição de informação, optei por descrever no capítulo 6 os materiais que equipa usou durante a realização do projeto, referindo, em cada caso, apenas aqueles que cada um dos professores habitualmente recorre quando planifica o trabalho a realizar com os alunos. O segundo aspeto relaciona-se com a opção de criar um ponto específico relativo ao manual adotado, diferenciando-o de outros materiais usados durante as sessões de trabalho da equipa. Na verdade, quer nestes momentos de trabalho quer sala de aula, o manual adotado continuar a ser um material importante de apoio às práticas letivas de Manuel e de Maria José. Torna-se por isso importante perceber como é que estes professores lidam com este novo manual, principalmente num contexto de mudança de Programa e simultaneamente de participação no projeto.

A terceira secção descreve e analisa os aspetos que Manuel e Maria José valorizam e os desafios com que se deparam, quando se envolvem na conceção de sequências de tarefas no âmbito do projeto. Esta secção tem a particularidade de ser a única em que os pontos que a constituem não são exatamente os mesmos nos dois casos. Ao contrário do que acontece no caso de Maria José, a análise dos dados referentes a Manuel permitiu evidenciar aspetos relacionados com o desenvolvimento do sentido de número, que constituem para este professor preocupações ou desafios quando participa na conceção de sequências de tarefas. Por este motivo, optei por incluir, na estrutura do caso de Manuel,

um ponto que descreve e analisa os aspetos especificamente relacionados com o desenvolvimento do sentido de número quando este professor se envolve na conceção de sequências de tarefas.

Chamo ainda a atenção para os motivos que me levaram a designar esta secção por ‘A conceção de sequências de tarefas’. Tal como refiro no capítulo 6, designei por ‘conceção’ de sequências de tarefas uma parte do trabalho que envolve a sua ‘construção’. Mais concretamente, quando neste trabalho utilizo a expressão ‘conceção de sequência de tarefas’, estou-me a referir às fases 1 e 3 do esquema da Figura 6.3, sendo, efetivamente, as fases que mais diretamente se relacionam com opções sobre o conjunto de tarefas, enquanto sequência. Estas fases orientam a análise e descrição desta secção e correspondem, respetivamente: (i) à escolha dos tópicos e discussão dos objetivos da sequência e (ii) à reflexão sobre a ordenação das tarefas.

A quarta secção, que designei por ‘A seleção/construção e preparação de tarefas’, surge organizada em três subsecções. Na primeira, descrevo e analiso os aspetos que Manuel e Maria José valorizam quando selecionam/constroem e preparam tarefas durante o desenvolvimento do projeto. No segundo, apresento e analiso os desafios com que se deparam, e, no terceiro, destaco as preocupações com aspetos do sentido de número dos alunos evidenciadas pelos professores quando se envolvem neste tipo de trabalho.

Para analisar as características que Manuel valoriza nas tarefas (ver ponto 7.4.1.1), optei por transcrever um excerto da última entrevista em que lhe peço para identificar, de entre as tarefas que foram exploradas com os alunos na sala de aula durante a realização do projeto, aquela que considera ser uma ‘boa’ tarefa. Esta opção resultou do facto de nesta seleção e nas justificações que apresenta, incluir diversos aspetos que foi revelando valorizar desde o início da sua participação no projeto. Pelos mesmos motivos, segui procedimentos semelhantes para apoiar a descrição e análise das características das tarefas que Maria José valoriza (ver ponto 8.4.1.1). Mas, neste caso, senti a necessidade de recorrer a um excerto da primeira entrevista e a outro da última entrevista, dada a diferença de aspetos que mostrou valorizar nos dois momentos de realização do projeto. Assim, no caso de Manuel inicio este ponto com um excerto que designei por ‘Uma boa tarefa é...’,

e, no caso de Maria José faço-o com o excerto ‘Uma boa tarefa era...’ e termino-o com o excerto ‘Uma boa tarefa passou a ser...’.

A quinta, e última secção, da estrutura dos casos, encontra-se organizada tendo em conta três momentos de exploração das tarefas na sala de aula: a apresentação, a realização da tarefa pelos alunos e a sua discussão. Esta opção resultou essencialmente do facto de a equipa ter orientado a preparação das tarefas durante as sessões de trabalho, discutindo aspetos importantes a ter em conta em cada um deles, sugestão, que aliás, foi feita por mim. Tanto no caso de Maria José como de Manuel, para cada um dos momentos, identifiquei os aspetos que se destacam nas suas práticas de exploração de tarefas na sala de aula e os desafios com que se deparam. No entanto, por vezes, senti alguma dificuldade em analisar as aulas seguindo esta estrutura, por nem sempre ter sido fácil identificar as fronteiras que separam estes momentos (por exemplo, existem situações em que a apresentação da tarefa incluiu a parte da sua realização com toda a turma) e por alguns destes momentos surgirem mais do que uma vez na exploração de uma mesma tarefa (por exemplo, houve situações em que durante a realização das tarefas os professores sentiram a necessidade de avançar com a discussão de parte dela, retomando, em seguida, novamente sua realização).

Optei por, em cada um dos momentos anteriormente referidos, incluir episódios de sala de aula. A seleção destes episódios foi orientada, sobretudo, pela reflexão que os professores iam realizando acerca da exploração da respetiva tarefa e da clareza com que permitiam evidenciar os aspetos que os professores valorizam e os desafios com que se deparam quando exploram tarefas na sala de aula. Por este motivo, nem sempre correspondem aos episódios que apoiaram a reflexão sobre a exploração das tarefas.

Para terminar a descrição da estrutura dos casos irei agora referir elementos que me parecem importantes para compreender as opções que fui tomando ao longo da sua construção e que são comuns a algumas/várias secções:

- (i) Todas as secções, exceto a primeira, incluem um ponto que se refere à síntese da descrição e análise realizada em cada uma delas. Esta opção, relaciona-se com dois aspetos. Por um lado, dada a dimensão dos casos, permitem ao leitor aceder, com mais facilidade, a ideias importantes da análise realizada durante

cada uma das secções. Por outro lado, constituiu um exercício importante para mim própria, não só por permitir sistematizar essas ideias, como também por me conduzir a um esforço de ligação entre aspetos decorrentes da análise dos vários pontos de cada secção.

- (ii) Tal como já referi anteriormente (secção 5.5), os dados relativos à conceção de sequências de tarefas e à seleção/construção, preparação e exploração de tarefas, revelaram aspetos gerais que não se prendem unicamente com um trabalho orientado para o desenvolvimento do sentido de número dos alunos. Na maioria das situações, os elementos específicos que se relacionam com o sentido de número surgem associados ao discurso que desenvolvem para justificar as suas opiniões acerca desses aspetos mais gerais. Por este motivo, e para não aumentar a dimensão dos casos, sempre que possível, optei por referir-me às situações já descritas em pontos anteriores para ilustrar aspetos relativos desenvolvimento do sentido de número. Só em algumas situações, em que não encontrei nas evidências já apresentadas elementos acerca do sentido de número que verifiquei existirem na análise alargada dos dados, é que optei por acrescentar excertos e/ou figuras que permitissem ilustrá-los.
- (iii) É também comum nas três últimas secções, organizar a análise relativa aos pontos “Aspetos que valoriza’ e ‘Desafios com que se depara’, recorrendo a itens cujas designações, não só identificam o que os professores valorizam ou os desafios com que se deparam, como também evidenciam os motivos pelos quais tal acontece. Também os episódios de sala de aula incluídos na última secção apresentam um título, por forma a indicar à partida o que visa ilustrar. Considero que estas opções, para além da clarividência que permite oferecer sobre a análise efetuada, exigiram da minha parte um esforço de sintetização da análise efetuada em cada um desses itens e episódios.
- (iv) Como já foi referido anteriormente, neste estudo, a palavra desafio surge associada a situações que provocam tensões, dificuldades, ambivalências, dúvidas, constrangimentos e receios. Contudo, estes desafios não correspondem necessariamente a aspetos que os professores não querem que

aconteçam e que, portanto, não valorizam. Efetivamente, há desafios que surgem relacionados com situações que os professores valorizam e que de algum modo não conseguem ou têm dificuldade em conseguir concretizar. Perante situações destas, e para evitar a repetição da descrição e análise dos mesmos dados, optei por incluí-los nas subsecções ou pontos ‘Desafios que se colocam’, explicitando, em cada caso, sempre que se trata desta situação.

- (v) Ao analisar os dados que se mostraram importantes para a elaboração das últimas três secções, deparei-me com a necessidade de recorrer aos mesmos excertos das sessões de trabalho conjunto, para ilustrar algumas ideias descritas nos dois casos. Apesar de pontual, sempre que senti esta necessidade, optei por colocar os excertos no caso do professor cujo discurso se mostrou mais desenvolvido. Esta opção liga-se a uma outra – a de tentar, em cada caso, fazer sobressair a voz do respetivo professor. Relativamente a este aspeto senti algumas dificuldades, principalmente quando analisei os dados provenientes das sessões de trabalho conjunto. Em algumas situações, Manuel e Maria José falam em simultâneo, noutras, apesar de falar apenas um deles (mais frequentemente o Manuel) vai havendo pequenas intervenções de outros elementos (normalmente de Maria José e, por vezes, minhas) que revelam concordância com o que está a ser dito. Quer uma, quer a outra, constituem situações que se mostraram difíceis de analisar, a primeira porque não se compreende bem o que dizem, e a segunda porque não é desenvolvido um discurso sobre os assuntos que a equipa está a discutir.

Capítulo 6

O projeto colaborativo de desenvolvimento curricular

Este capítulo começa por apresentar os objetivos e por descrever, sucintamente, os aspetos principais associados à conceção inicial do projeto. Em seguida, apresenta o projeto colaborativo em duas secções distintas. A primeira, descreve o seu ‘arranque’ e, a segunda, corresponde ao seu desenvolvimento, tendo em conta três dimensões diferentes das sessões de trabalho da equipa e as aulas onde foram exploradas tarefas concebidas no âmbito do seu desenvolvimento. Segue-se a identificação de aspetos que estavam previstos na sua realização, a par de uma análise dos motivos e/ou constrangimentos que marcaram o seu desenvolvimento. Apresenta, ainda, um balanço acerca das suas mais-valias, centrado nas práticas dos professores e nas aprendizagens dos alunos durante o seu desenvolvimento, e termina com a explicitação e reflexão sobre as perceções dos papéis assumidos por cada um dos elementos da equipa e o modo como estes foram evoluindo, perspetivando uma relação de colaboração.

6.1 Conceção e objetivos iniciais do projeto

O projeto colaborativo concebido no âmbito deste estudo envolve a investigadora e dois professores do 1.º ciclo que lecionam o 3.º ano de escolaridade. O objetivo deste projeto é aprofundar modos de promover o desenvolvimento do sentido de número dos alunos através: (i) da seleção/construção de tarefas que tenham por base esse propósito e (ii) da reflexão sobre a sua exploração na sala de aula.

Ao pretender criar um contexto de trabalho que envolva os professores na seleção/construção de tarefas e na problematização das suas práticas de exploração dessas tarefas, este assume-se como um projeto, simultaneamente, de desenvolvimento curricular e de desenvolvimento profissional. Inclui, também, uma vertente de conceção de materiais de divulgação, relacionados com o desenvolvimento do sentido de número dos alunos, nomeadamente: sequências de tarefas com indicações para o professor, episódios de sala de aula e outros materiais construídos no âmbito da preparação de uma sessão de formação para os colegas da escola e/ou Agrupamento de escolas, a que pertencem os professores que participam neste estudo.

A conceção deste projeto inspira-se no ciclo de ensino de Simon (1995) (apresentado no capítulo 4 deste estudo), que se baseia em duas ideias fundamentais no que respeita ao trabalho do professor: (i) a constante ligação entre a planificação das aulas e a avaliação das aprendizagens dos alunos e (ii) a construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem. Integrando estas duas ideias, apresento na Figura 6.1 um esquema que pretende resumir o trabalho perspectivado para este projeto, tendo em conta os dois contextos principais em que ele se desenvolve – as sessões de trabalho e a sala de aula.

Nas sessões de trabalho da equipa perspectiva-se a seleção/construção de tarefas, tendo por base a construção de trajetórias de aprendizagem, tal como é esquematizada por Simon (1995), (assinalada por (a) na Figura). Ou seja, após a discussão e identificação dos objetivos de aprendizagem, são construídas sequências de tarefas, em função desses objetivos e das hipóteses que os professores colocam acerca do modo como os alunos pensam e aprendem. Neste sentido, a antecipação sobre o modo como os alunos irão

resolver as tarefas constitui um elemento importante para orientar a seleção/construção das tarefas e para preparar a sua exploração na sala de aula. Depois de cada um dos professores explorar uma tarefa na sala de aula (assinalado por (b)), na sessão de trabalho seguinte, a equipa avalia a aprendizagem dos alunos e reflete sobre o modo como a tarefa foi explorada na sala de aula (assinalado por (c)), apoiando-se, essencialmente, nas produções dos alunos e em episódios da aula previamente selecionados por mim e/ou pelos professores. Destas discussões resulta, eventualmente, uma reformulação da tarefa que foi proposta (indicado em (d)) e informa as decisões a tomar relativamente à tarefa a propor a seguir. A equipa pode recorrer a uma tarefa que faz parte da sequência de tarefas inicialmente construída com base na trajetória hipotética de aprendizagem, sentir a necessidade de alterar a tarefa que previra ser explorada, ou, de selecionar/construir uma nova tarefa. Estas duas últimas situações correspondem a uma reformulação da sequência de tarefas inicialmente prevista (indicado em (e)).

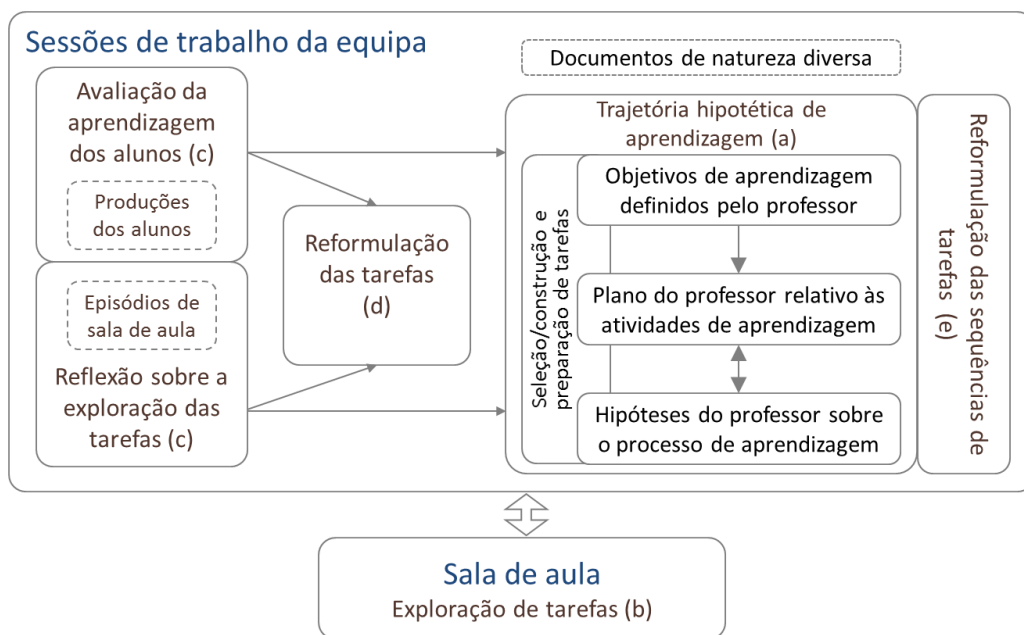


Figura 6.1 - Esquema que sintetiza o trabalho perspectivado para o projeto

Uma grande parte do trabalho planeado para este projeto centra-se, assim, na construção de sequências de tarefas e na sua reformulação, que resultará da reflexão que a equipa realiza acerca da exploração das tarefas na sala de aula e da análise do modo como os alunos pensam. Para apoiar este trabalho, perspectivava-se o uso de documentos de natureza diversa, uns propostos por mim e outros pelos próprios professores.

No que respeita à dinâmica de funcionamento do projeto (ver esquema ilustrativo da Figura 6.2), prevê-se a realização de uma sessão de trabalho todas as semanas e a observação e vídeogravação, realizada por mim, de 15 em 15 dias, da exploração de uma tarefa concebida no âmbito do projeto. Na semana em que eu não observo aulas (semanas 1 e 3), a equipa foca-se: (i) na discussão de textos de orientação curricular e de didática da Matemática, considerados pertinentes para o trabalho a desenvolver, propostos pelos professores ou por mim, e (ii) na seleção/construção e preparação de tarefas. Este trabalho inclui a seleção/construção dos enunciados das tarefas, a antecipação sobre o modo como os alunos as resolvem e a construção de indicações para a sua exploração na sala de aula.

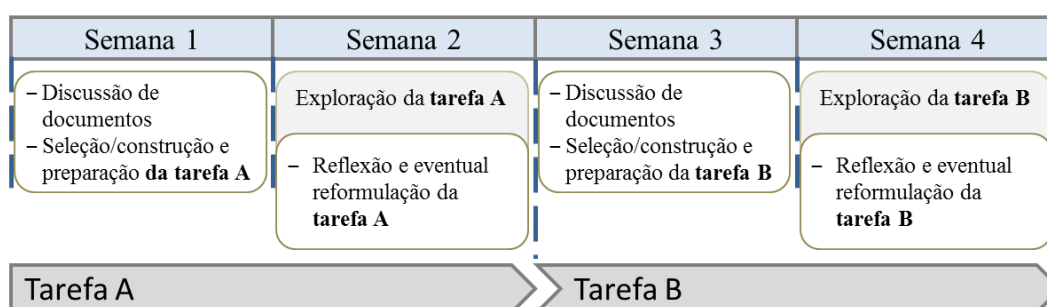


Figura 6.2 - Esquema que ilustra a dinâmica prevista para o projeto, simulada para um mês

Nas semanas em que eu observo as aulas (semanas 2 e 4), a equipa para além da exploração da tarefa realizada nessas aulas, apoiando-se nas produções dos alunos e na análise de episódios de sala de aula selecionados pelos professores, ou por mim, envolve-se na eventual reformulação da tarefa proposta e das indicações para a exploração das mesmas, tendo por base esta reflexão.

6.2 ‘Arranque’ do projeto

6.2.1 As indecisões

A primeira fase de ‘arranque’ do projeto corresponde aos dois primeiros encontros com Manuel e Maria José. Neste encontro, e ainda informalmente, referi-lhes que

pretendia constituir uma equipa de trabalho com eles, com o intuito de aprofundarmos modos de desenvolver o sentido de número dos alunos. Sumariamente, apresentei, também, os objetivos do estudo onde este projeto se insere, os instrumentos de recolha de dados que pretendia utilizar e o modo como pensava efetuar essa recolha.

As reações de Manuel e Maria José a esta proposta mostraram-se coincidentes, diferindo apenas no modo como foram explicitadas. Manuel tem a iniciativa de colocar questões com vista à clarificação de aspetos que constituíam preocupações de ambos e que pareciam ter sido já partilhados entre eles. Pontualmente, Maria José coloca alguma questão, mas, na maioria das vezes, acena com a cabeça num gesto de concordância relativamente ao discurso de Manuel. Estas questões são reveladoras de alguma hesitação em participarem no projeto. Manuel começa por referir que o considera interessante, parecendo reconhecer-lhe algumas mais-valias para quem nele participa. As questões que coloca não se prendem diretamente com o projeto, mas vão no sentido de uma melhor clarificação acerca dos objetivos do trabalho de investigação que me propunha realizar, sobressaindo a preocupação de conseguirem corresponder às minhas eventuais expectativas, apreensão que aliás ambos demonstram em vários momentos do desenvolvimento do projeto.

Manuel e Maria José pedem-me mais alguns dias para pensar e, no encontro seguinte, antes de me darem a resposta, começam por me colocar algumas questões, agora no sentido de perceberem qual a duração e frequência das sessões de trabalho (se eram todas as semanas, quantas vezes por semana e a que horas terminariam). Nesta conversa, fiquei com a ideia que ambos estariam com algum receio de se envolver na realização de um tipo de trabalho para o qual, eventualmente, não tivessem suficiente disponibilidade em termos de tempo, ou que fosse difícil de conjugar com a sua vida pessoal. Depois de ultrapassada esta indecisão, entre a possibilidade de participarem num projeto a que reconheciam mais-valias e o medo de não conseguirem corresponder às minhas expectativas enquanto investigadora e de não terem a disponibilidade necessária, Manuel e Maria José aceitam participar. São, então, inventariados os possíveis locais para a realização das sessões de trabalho e combinada a frequência das mesmas (uma vez por semana).

A segunda fase de ‘arranque’ do projeto corresponde à discussão e negociação do documento relativo à proposta de trabalho do projeto colaborativo (anexo 4), realizada na 1.^a sessão de trabalho, a 25 de maio de 2010. Esta proposta inclui, de forma sistematizada e organizada, alguns aspetos já apresentados informalmente na primeira fase de ‘arranque’ do projeto, tais como: uma breve descrição da investigação em que se insere o projeto, os seus objetivos, os modos de funcionamento e duração. Apresenta, também, a proposta de um conjunto de atividades a realizar nas sessões de trabalho e as responsabilidades de cada um dos elementos da equipa associadas ao desenvolvimento do projeto.

Esperava que Manuel e Maria José comentassem esta proposta, explicitassem as suas dúvidas e, eventualmente, apresentassem sugestões de alteração, aspetos que se vieram a concretizar. Ambos concordaram, na globalidade, com esta proposta, sugerindo apenas que a decisão sobre o público destinatário (colegas da escola ou colegas do agrupamento que lecionam o 1.º ciclo) de uma sessão de formação apoiada no trabalho realizado neste projeto fosse tomada posteriormente.

Para além da possibilidade de adiarem a decisão relativamente ao público da ação de divulgação proposta, evidencia-se uma preocupação, sobretudo de Manuel, no que respeita ao poder de decisão que lhes é conferido sobre outros aspetos ao longo do desenvolvimento do projeto. Manuel quer saber, por exemplo, se, uma vez que preparamos as tarefas em conjunto, lhes é dada a possibilidade de efetuarem eventuais alterações perante o que foi planificado, perguntando: “Nós depois temos a liberdade... não é necessário termos aquela rigidez de seguir tudo... muitas vezes a planificação tira-nos essa liberdade” (Manuel, S1, p. 1). Manuel parece, assim, querer certificar-se que, tanto ele como Maria José, se estão a envolver num projeto em que terão a liberdade de continuar a tomar as suas decisões na sala de aula perante uma planificação que, neste caso, será conjunta.

A partir destas questões, a equipa discute e negocia as responsabilidades de cada um na equipa e os papéis que seriam desempenhados. A este propósito fica definido que todos contribuiríamos com propostas de ideias e materiais para serem analisados e discutidos nas sessões conjuntas. Já a exploração das tarefas na sala de aula seria conduzida apenas por Manuel e por Maria José nas respetivas turmas. Na sala de aula, o

meu papel seria muito pouco interventivo, podendo eventualmente apoiar os momentos em que os alunos realizassem as tarefas. Em todo este processo, a ‘última’ decisão acerca das tarefas e do modo como seriam exploradas na sala de aula seriam sempre de Manuel e de Maria José. A expectativa de ambos era que eu coordenasse as reuniões e que, de algum modo, os ajudasse a refletir sobre a sua prática, papel que aceitei e assumi desde o início do projeto. Tal como será descrito posteriormente neste capítulo, também havia uma perspetiva inicial dos ganhos e benefícios que cada um de nós teria com a sua realização, que foi verbalizada e partilhada entre os elementos da equipa.

6.2.2 As expectativas

O que levou Manuel a aceitar participar neste projeto e que, naturalmente, se liga ao facto de o ter considerado um projeto “projeto interessante” (E1, p. 27), relaciona-se com dois aspetos. Um deles corresponde a uma razão mais imediata, afirmando que “nesta altura temos um grande desafio, que é implementar o novo Programa de Matemática” (Manuel, E1, p. 27). Considera o desenvolvimento deste projeto como algo que o irá ajudar a trabalhar com o PMEB (ME, 2007), com que nunca trabalhou e sobre o qual reconhece existirem algumas diferenças relativamente ao Programa anterior. O outro aspeto, que parece assumir uma razão primordial, prende-se com o facto de Manuel encarar a participação neste projeto como uma oportunidade de melhorar a sua prática, ajudando-o a refletir melhor sobre ela:

O que é que me levou a aceitar? Eu penso que, acima de tudo... pensei na minha vertente profissional. Será uma forma de refletir sobre a minha prática e perceber a forma como eu trabalho. Questioná-la e tentar melhorá-la, acima de tudo. (Manuel, E1, p. 26)

Na primeira sessão de trabalho da equipa, Manuel refere a importância de eu lhe transmitir a minha opinião sobre as aulas observadas, por considerar que poderei identificar aspetos para os quais não esteja eventualmente desperto. Manuel parece, assim, considerar que um elemento externo, com um determinado tipo de experiência, poderá contribuir para aprender mais, neste caso, sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Já agora, numa sessão em que somos observados é a atividade em si e a forma como é desenvolvida é que está a ser observada. Mas, eu acho que era importante também para nós... é óbvio que o que é esperado, da sua parte como formadora, não é dizer: *Olha, estiveste bem ou estiveste mal*. Mas como é óbvio nós necessitamos sempre desse feedback, quer queiramos quer não. Eu gostava de saber se isso é possível ou se temos que ser nós logo a seguir a refletir, a dizer o que correu bem o que correu mal? É que nós temos sempre a nossa perspetiva, nem sempre temos a noção. (Manuel, S1, p. 2)

Tal como Manuel, Maria José espera que o projeto constitua um espaço de apoio ao seu primeiro ano de trabalho com o PMEB (ME, 2007). Para além deste aspeto, Maria José vê a sua participação neste projeto como uma forma de fazer algo ‘novo’, diferente do que faz na sua prática diária. Encara-a como um “desafio” (E1, p. 35), no sentido de ser uma oportunidade de se envolver num trabalho diferente e de combater uma espécie de rotina a que considera ter-se acomodado.

Acho que [a participação neste projeto] me vai espreitar um bocado. Acho que me vai espicaçar e me vai também retirar do meu acomodar: *Arrebita, não te acomodes, para à frente é que é. Vê se despertas um bocado*. Penso que me vai criar mais genica! Genica no sentido, não é que eu não tenha genica, mas pronto não me acomodar um bocado: *Já sabes que isto vai ser assim*. Vamos criar novas situações, novas tarefas, nesse sentido, percebe? (Maria José, E1, p. 36)

6.3 Desenvolvimento do projeto

O projeto desenvolve-se em dois contextos – nas sessões de trabalho, onde são construídas tarefas sobre os números e as operações numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número, e nas aulas, onde são exploradas essas tarefas com o mesmo objetivo. Esta secção apresenta as características do trabalho realizado nestes dois contextos.

6.3.1 As sessões de trabalho

Nas 30 sessões de trabalho é possível identificar um padrão que permite caracterizá-las tendo em conta três dimensões: (i) a preparação e organização do trabalho a realizar ao longo do projeto, (ii) a construção de sequências de tarefas que potenciam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos e, (iii) a preparação e organização de ações de divulgação. A Tabela 6.1 apresenta os objetivos, os materiais de apoio e as datas de realização de todas sessões de trabalho em cada uma destas dimensões.

Apesar de o primeiro conjunto de sessões incluir, essencialmente, a discussão de aspetos relacionados com o tema Números e Operações, também ao longo das restantes sessões, a propósito da reflexão sobre tarefas e a sua exploração, surgiu a discussão sobre alguns deles e sobre aspetos mais gerais do ensino e da aprendizagem da Matemática. Foram alvo de uma discussão mais aprofundada, as seguintes temáticas: a aprendizagem das tabuadas, a aprendizagem dos algoritmos, o desenvolvimento do cálculo mental, os sentidos das operações, o entendimento de número racional, a distinção entre exercício e problema e modos de organizar os vários momentos de exploração das tarefas na sala de aula.

Relativamente à definição dos conteúdos das sessões, exceto a primeira sessão de trabalho em que sou eu quem os propõe, nas restantes, estes são decididos na sessão anterior com o contributo de todos os elementos da equipa. Os aspetos que sentíamos necessidade de partilhar e de discutir e os eventuais materiais necessários a esse trabalho eram elencados no final de cada sessão, organizando e traçando os objetivos da sessão seguinte.

Dos materiais que apoiaram o trabalho da equipa, destaca-se o PMEB (ME, 2007) como um documento que foi utilizado em praticamente todas as sessões de trabalho, quer pela necessidade da equipa se debruçar na sua análise mais aprofundada, quer para permitir clarificar algum aspeto. Nas sessões de preparação e organização do trabalho a realizar ao longo do projeto, a equipa apoiou-se em diversos documentos para discutir aspetos

relacionados com o ensino e a aprendizagem da Matemática, e, em particular, sobre o tema Números e Operações.

Tabela 6.1 - Objetivos e materiais de apoio das sessões de trabalho, por datas

Sessões	Data	Objetivos		Materiais de apoio
1. ^a	25/05/2010	<ul style="list-style-type: none">- Negociação do trabalho a desenvolver ao longo do projeto- Identificação de aspetos a atribuir maior destaque no trabalho com os números e as operações- Discussão sobre alguns aspetos relacionados com o ensino e aprendizagem da Matemática e sobre o tema Números e Operações- Conceção da sequência 1		<ul style="list-style-type: none">- Proposta de trabalho colaborativo- PMEB- Diversos documentos de apoio à discussão de aspetos relacionados com o ensino e a aprendizagem da Matemática e sobre o tema Números e Operações
2. ^a	06/07/2010			
3. ^a	15/07/2010			
4. ^a	19/07/2010			
5. ^a	24/09/2010			
6. ^a	01/10/2010	Construção da sequência 1	Seleção/construção das tarefas	<ul style="list-style-type: none">- PMEB- Manual adotado³- Diversas brochuras que incluem tarefas sobre os números e as operações, construídas na perspectiva de desenvolvimento do sentido de número dos alunos do 1.º ciclo (Brochuras A⁴, B⁵ e C⁶)- Propostas de trabalho incluídas no <i>site</i> do PFCM da equipa de Setúbal (Documento D⁷)- Vários manuais escolares do 3.º ano- Episódios vídeo gravados das aulas- Produções dos alunos- Notas de campo
7. ^a	12/10/2010		Preparação da exploração das tarefas	
8. ^a	15/10/2010		Reflexão sobre a exploração de tarefas	
9. ^a	27/10/2010		Identificação de eventuais aspetos a reformular nas tarefas	
10. ^a	03/11/2010			
11. ^a	17/11/2010	Construção da sequência 2	Conceção das sequências 3 e 4	
12. ^a	26/11/2010			
13. ^a	03/12/2010			
14. ^a	10/12/2010			
15. ^a	14/01/2011			
16. ^a	19/01/2011	Construção da sequência 3	Discussão da eventual necessidade de inserir nova tarefa na sequência	
17. ^a	26/01/2011			
18. ^a	02/02/2011			
19. ^a	09/02/2011			
20. ^a	16/02/2011			
21. ^a	23/02/2011	Construção da sequência 6	Conceção da(s) sequência(s) seguinte(s)	<ul style="list-style-type: none">- Episódios vídeo gravados das aulas- Produções dos alunos- Notas de campo
22. ^a	25/02/2011			
23. ^a	02/03/2011			
24. ^a	16/03/2011			
25. ^a	23/03/2011			
26. ^a	30/03/2011	Construção da sequência 7	Balanço da sequência explorada na sala de aula	
27. ^a	10/05/2011		Preparação da sessão de Encarregados de Educação	
28. ^a	25/05/2011			
29. ^a	06/07/2011			
30. ^a	02/09/2011		Preparação da comunicação a apresentar num simpósio realizado no âmbito do ProfMat2011	

³Landeiro, Gonçalves e Pereira (2010)

⁴Mendes, Brocardo, Delgado e Gonçalves (2009)

⁵Equipa do projecto DSN (2006)

⁶Equipa do projecto DSN (2007)

⁷Propostas de trabalho selecionadas/elaboradas pela equipa do PFCM da Escola Superior de Educação de Setúbal (retiradas do *site*: http://projectos.esse.ips.pt/pfcm/?page_id=17)

Para construir as sequências de tarefas, para além do PMEB (ME, 2007), a equipa recorreu a vários manuais escolares, entre os quais o manual adotado, a diversas brochuras que incluem tarefas sobre os números e as operações, perspectivadas para o desenvolvimento do sentido de número dos alunos do 1.º ciclo (brochuras A, B e C, referidas na tabela 6.1) e as propostas de trabalho concebidas no âmbito do PFCM pela equipa de Setúbal (documento D referido na Tabela 6.1). Nos pontos seguintes, descrevo o conteúdo das sessões, mediante as três dimensões de trabalho acima identificadas.

6.3.1.1 A preparação e organização do trabalho a realizar

As cinco primeiras sessões tiveram como objetivo principal preparar e organizar o trabalho que iria ser realizado ao longo do projeto. A 1.ª sessão, para além da discussão e negociação da proposta de trabalho do projeto colaborativo, incluiu a análise do novo Programa (ME, 2007), centrada em aspetos mais diretamente relacionados com o tema Números e Operações. Pretendia, que esta análise, por um lado, desencadeasse uma discussão em torno do significado de sentido de número e, por outro lado, tendo em conta o trabalho já realizado com as suas turmas, permitisse aos professores identificarem aspetos sobre o tema Números e Operações que considerassem fundamental “apostar”, no ano letivo seguinte. Desta discussão, sobressaiu a necessidade de se investir no desenvolvimento do cálculo mental, nas tabuadas que ainda não tinham sido trabalhadas (7, 8 e 9), nos vários sentidos das operações, na divisão enquanto operação e nos números racionais na sua representação de fração.

A identificação destes aspetos permitiu organizar as quatro sessões que se seguiram. Na 2.ª sessão analisámos tarefas potenciadoras do desenvolvimento do cálculo mental, tendo como base tarefas selecionadas por cada um dos elementos da equipa que, na perspectiva de cada um, contribuem para esse desenvolvimento. No final desta sessão, optámos por construir um conjunto de cadeias numéricas para propor aos alunos e, na 3.ª sessão, analisámos as cadeias numéricas pensadas por Manuel e Maria José e discutimos o modo como deveriam ser exploradas na sala de aula. Embora as cadeias numéricas construídas nestas duas sessões não possam ser consideradas uma única tarefa, dado que incluem vários conjuntos de cadeias numéricas que viriam a ser propostas aos alunos em

momentos diferentes da aprendizagem dos números e das operações, constituem o primeiro passo do envolvimento da equipa em torno da seleção/construção e preparação de tarefas. Efetivamente, são algumas destas cadeias numéricas, ou pequenas adaptações delas, que posteriormente dão origem à primeira tarefa concebida no âmbito do projeto (que não se encontra incluída em nenhuma das sequências de tarefas) e a algumas outras que finalizam as sequências de tarefas que viriam a ser construídas.

A 4.^a sessão centrou-se: (i) na análise das propostas de organização das indicações para o professor, a adotar pela equipa, concebidas por mim, (ii) na identificação dos sentidos das operações em problemas levados pelos vários elementos e (iii) na análise de um documento que inclui diferentes estratégias de resolução de um problema de divisão também levado por mim. Na 5.^a sessão analisámos e discutimos as indicações para o professor sobre as cadeias numéricas a serem exploradas na sala de aula, elaboradas por Manuel e Maria José e discutimos o modo como o PMEB (ME, 2007) perspetiva o ensino e a aprendizagem das tabuadas. Mediante a necessidade de conceber a primeira sequência de tarefas sobre a multiplicação de números naturais, a equipa opta por deixar para mais tarde a discussão de alguns aspetos relacionados com este programa que, embora sejam identificados pelos professores como assuntos que sentem a necessidade de discutir, não se mostram fundamentais para o trabalho a realizar neste momento. Refiro-me, concretamente, ao ensino e a aprendizagem dos números racionais na sua representação de fração e da operação divisão (nomeadamente *quando* e *como* seria trabalhado o algoritmo desta operação).

6.3.1.2 O processo e a dinâmica da construção das sequências de tarefas

A construção de sequências de tarefas constituiu o foco de trabalho de grande parte das sessões (da 6.^a sessão, realizada a 1/10/2010, à 28.^a sessão, realizada a 25/05/2011, exceto a 27.^a sessão). Foram construídas sete sequências que agrupam 32 tarefas selecionadas/construídas ao longo destas sessões. Neste processo, identifica-se uma regularidade nas ações que permite sintetizar o conteúdo destas sessões (discriminado na tabela do anexo 5) e caracterizá-lo em seis etapas. Para melhor se compreender as

características cíclicas deste processo e o modo como as várias etapas se sucedem e interligam, construí o esquema que apresento na Figura 6.3.

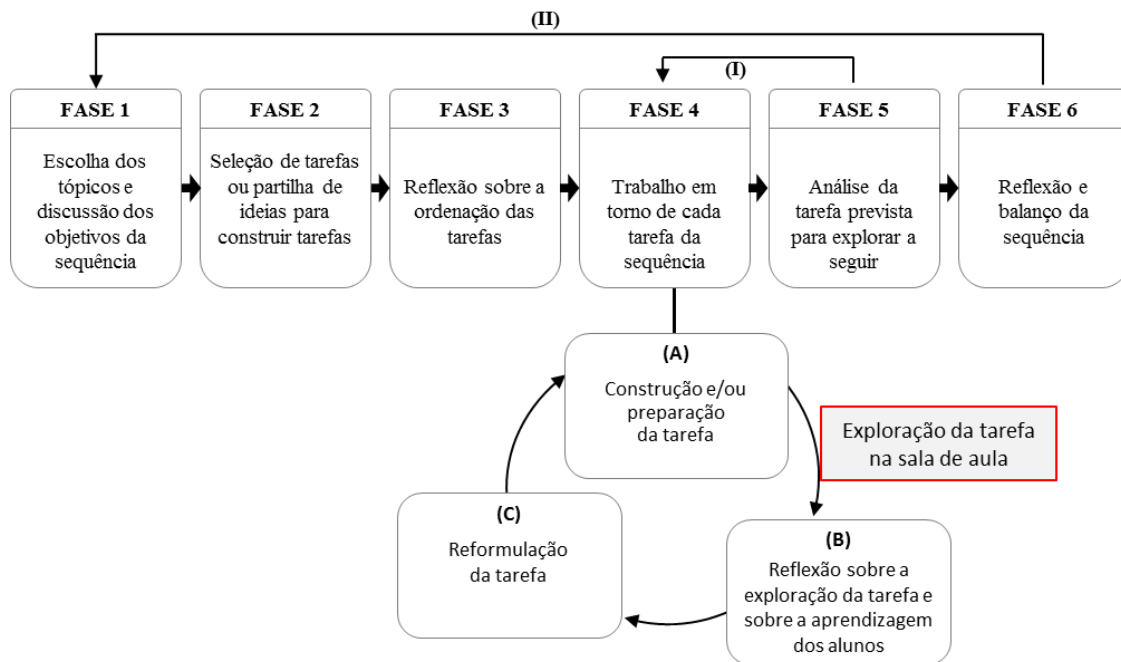


Figura 6.3 - Esquema representativo das fases de construção das sequências de tarefas

Neste esquema, a *fase 1* corresponde à escolha dos tópicos a serem trabalhados com os alunos e à identificação dos objetivos da sequência de tarefas. Estes são definidos tendo em conta os objetivos definidos no PMEB (ME, 2007) relativos aos tópicos matemáticos selecionados e à avaliação das aprendizagens realizadas pelos alunos na sequência anterior. A *fase 2* corresponde à procura de tarefas em diversos materiais didáticos e a uma primeira partilha de ideias sobre eventuais tarefas a construir, de acordo com os tópicos e os objetivos identificados na fase anterior. Após esta primeira tentativa de composição da sequência de tarefas, segue-se a *fase 3* que corresponde a uma reflexão sobre a ordenação das tarefas que, de algum modo, foram já sendo ordenadas. Assim, até este momento, a equipa dispõe de um conjunto de propostas de tarefas e/ou de ideias para a construção de algumas delas, havendo a necessidade de as adaptar ou criar, tendo em conta os tópicos e os objetivos definidos, os alunos a que se destinam e as particularidades do trabalho já realizado.

A *fase 4* corresponde ao percurso de cada tarefa da sequência, desde que é selecionada/construída até à sua eventual reformulação após ter sido explorada na sala de

aula. Nesta fase distinguem-se três momentos assinalados no esquema da Figura 6.3 por A, B e C, que designei como subfases. Na *subfase A*, a equipa envolve-se na eventual construção e na preparação de cada tarefa. Entende-se aqui por ‘construção’ todo o trabalho que envolve a adaptação de uma proposta, retirada de um material didático, ou a construção ‘de raiz’ de uma tarefa por parte da equipa, mesmo que esta tenha sido inspirada noutra. Habitualmente, a conceção das tarefas era realizada na sessão anterior à sua exploração na sala de aula, caso correspondesse a uma situação de adaptação, ou, uma ou duas sessões antes, caso a equipa tenha optado por construir uma tarefa nova. A preparação da exploração da tarefa na sala de aula ocorre na sessão anterior a essa exploração e inclui: a antecipação dos possíveis caminhos a seguir pelos alunos, a identificação dos materiais necessários à sua exploração e a discussão do trabalho a realizar em torno da tarefa na sala de aula, nomeadamente o modo como o professor o irá gerir e organizar. É de salientar que estes aspetos da preparação da tarefa vão também surgindo ao longo da sua seleção/construção, no entanto, a equipa quase sempre sentiu a necessidade de os completar e/ou recordar na sessão anterior à sua exploração. É também nesta subfase que, durante uma parte do projeto, a equipa se envolve na elaboração da ficha com sugestões para o professor que inclui ideias e decisões tomadas ao longo da seleção/construção e preparação da tarefa. Desta ficha, fazem parte os seguintes itens: (i) materiais, (ii) tópicos, (iii) objetivos específicos, (iv) descrição da tarefa, (v) sugestões para exploração com os alunos, e (vi) possíveis caminhos a seguir pelos alunos. Após a exploração da tarefa na sala de aula, segue-se a *subfase B* que corresponde à reflexão sobre a sua exploração na sala de aula e sobre a aprendizagem dos alunos. Para apoiar esta reflexão a equipa recorre às produções dos alunos e a episódios vídeo gravados das aulas que são selecionados por mim ou pelos professores. Desta reflexão surgem, eventualmente, aspetos que a equipa considera que devem ser alterados na tarefa ou na ficha para o professor, o que corresponde à *subfase C*, designada por reformulação.

Na *fase 5*, a equipa analisa a tarefa da sequência prevista para ser explorada a seguir. Esta análise tem em conta essencialmente os aspetos identificados nas subfases B e C, da qual poderá resultar a decisão de propor a tarefa tal como tinha sido pensada, uma sua reformulação, a sua exclusão ou a inclusão de uma nova tarefa. Em algumas situações,

as necessidades específicas das turmas e de se atender aos *timings* de leção dos tópicos sugeridos pelo Conselho de Ano do Agrupamento, conduziu à eliminação de tarefas que tinham sido previstas na *fase 2*. Numa próxima tarefa da sequência que a equipa decide propor (ligação representada por (I) na Figura 6.3), repetem-se as ações descritas na *fase 4*. A construção da sequência termina na *fase 6*, quando a equipa reflete sobre as potencialidades daquela sequência de tarefas, centrando-se no que os alunos aprenderam e nas suas dificuldades. Esta reflexão constitui um ponto de partida para a construção da próxima sequência de tarefas (ligação representada por (II) na Figura 6.3).

Para melhor ilustrar o trabalho em torno da construção de sequências de tarefas e, em particular, cada uma destas fases, descrevo, em seguida, a construção da sequência 2. Ao fazê-lo tentarei, também, evidenciar os desafios com que a equipa se foi deparando e alguns acontecimentos que influenciaram as tomadas de decisão em cada uma destas fases. A opção da escolha da descrição da construção desta sequência prende-se essencialmente com o facto de esta incluir, não só, a adaptação de tarefas, mas também, a sua construção de ‘raiz’, o que permite ilustrar as dificuldades com que a equipa se deparou neste tipo de trabalho.

Construindo a sequência 2...

Fase 1. A conceção da sequência 2 inicia-se durante o período em que os professores exploravam, com os seus alunos, as tarefas da sequência 1, tal como se pode observar na Tabela 6.1. A equipa definiu como objetivos para esta ‘nova’ sequência: (i) resolver problemas aos quais está associada a operação multiplicação em contextos diversos e envolvendo produtos por 7, (ii) compreender, construir e memorizar a tabuada do 7, e (iii) utilizar estratégias de cálculo mental para a operação multiplicação, recorrendo às suas propriedades.

Fase 2. Em seguida, analisa as tarefas que constam das brochuras A e C (referidas na tabela 6.1) e do manual adotado. Após esta análise, opta por seguir as ideias que orientaram a construção da sequência 1 (que envolve produtos em que um dos fatores é o número 6) e que cuja construção foi inspirada na sequência de tarefas proposta pela primeira brochura acima referida. Mais concretamente, perspetiva-se a construção de um conjunto de tarefas em que a primeira inclui problemas que envolve o cálculo de produtos

em que um dos fatores é o 7, a seguir propõe-se a construção da tabuada do 7, volta-se a propor uma tarefa que contém problemas que envolva o cálculo de produtos em que um dos fatores é o 7, agora, em que o outro fator é maior, e termina com cadeias numéricas. Esta decisão é tomada no final da 11.^a sessão de trabalho da equipa e perspectiva-se a sua organização para a sessão seguinte.

Eu: Querem basear-se nesta do 6?

Manuel: Sim, podemos seguir a mesma dinâmica da do 6. Correu bem.

Maria José: E vamos adaptando.

Eu: Mas temos que fazer essas adaptações. Talvez na próxima sessão.

(S11, p. 2)

Apesar de, no caso da sequência 2, a fase 1 e 2 se tenham mostrado relativamente fácil e rápidas para a equipa, uma vez que se optou por seguir as ideias da sequência 1, na construção de grande parte das sequência é evidente que Manuel e Maria José aguardam indicações minhas sobre a definição dos seus objetivos e sobre o modo como as tarefas se viriam a articular para permitir a sua concretização. Esta situação é mais evidente na construção das primeiras sequências de tarefas, principalmente quando se tratava de iniciar o trabalho com ‘novos’ tópicos matemáticos. Por exemplo, na 5.^a sessão em que a equipa se foca na primeira sequência de tarefas sobre multiplicação, no respetivo relatório registo que “Sinto que os professores estão um pouco à procura de orientações minhas em termos de sequência de trabalho, fazendo poucas propostas concretas de sequência” (S5, p. 8). Também na 16.^a sessão, quando a equipa se envolve na construção da sequência 4 sobre números racionais na representação de fração, observo que “Manuel e Maria José praticamente não avançaram com propostas para a sequência” (S16, p. 3).

Fase 3. Embora já haja uma ideia da sequenciação dos tipos de tarefa a realizar e dos seus objetivos, falta ainda conceber as tarefas propriamente ditas, no sentido de se efetuarem as adaptações referidas por Maria José no último excerto. Assim, no que se refere à sequência 2, nesta fase, fica definido que incluirá cinco tarefas, ordenadas como mostra a Figura 6.4.

Construção da sequência 2		
Tarefa 2.1	<i>A construir ...</i>	Pensar numa situação problemática com produtos em que um dos fatores é 7, cujos objetivos sejam semelhantes aos definidos na tarefa 1.1
Tarefa 2.2 Vamos construir a tabuada do 7	<i>A adaptar ...</i>	Adaptar a tarefa 1.2 – Vamos construir a tabuada do 6 (anexo 6), mudando o 6 para 7
Tarefa 2.3	<i>A construir ...</i>	Pensar numa situação problemática com produtos em que um dos fatores é 7, cujos objetivos sejam semelhantes aos definidos na tarefa 1.4
Tarefa 2.4 Cadeias numéricas II	<i>A adaptar ...</i>	Adaptar a tarefa 1.5 – Cadeias Numéricas I (anexo 6), de modo a que um dos fatores seja 7
Tarefa 2.5 Relacionar para calcular I	<i>A adaptar ...</i>	Adaptar a tarefa Relacionar para calcular ⁸ , de modo a que um dos fatores seja 7

Figura 6.4 - Decisões relativas à sequência 2, na fase 3

Fase 4. Na sessão seguinte (12.^a sessão), Manuel e Maria José chamam a atenção para a necessidade da equipa começar a pensar na primeira tarefa da sequência 2, pelo facto de ser necessário trabalhar com os alunos a tabuada do 7 antes de realizarem a ficha de avaliação em dezembro. Este aspeto conduz ao adiamento da tarefa 5.1 – Organizar menus (anexo 6), que inicialmente tinha sido perspectivada para ser a última tarefa a ser explorada na sequência 1:

Manuel: Nós temos que dar a tabuada do 7 antes do natal por causa da ficha de avaliação.

Eu: Então temos que pensar rapidamente numa tarefa.

Maria José: Devíamos começar para a semana. Já não dá para a dos Menus.

(...)

Eu: Como vamos fazer? Temos que pensar numa tarefa. Podemos pensar em caixas... Mas a unidade, neste caso, é 7.

Maria José: Pois é! Tem de ser coisas com 7.

Eu: E tem que ser coisas para empilhar.

Manuel: É difícil!

Eu: Quantas bolas têm as embalagens de bolas de *ping-pong*?

Manuel: 4. É difícil.

Maria José: Se não há, nós podemos construir. Por exemplo, caixas de bombons.

Manuel: Estás no ponto! (risos).

Maria José: Estou, estou. Mas não as sei construir! (risos).

(S12, p. 3)

⁸ Tarefa retirada de Mendes, Brocardo, Delgado e Gonçalves (2009).

A decisão de, neste momento, não se explorar a tarefa 5.1 – Organizar menus (anexo 6), corresponde à *fase 5* da construção da sequência 1. O motivo que está na sua base corresponde ao que, na maioria das vezes, orientou decisões de adiar ou de não propor algumas das tarefas previstas na *fase 2*. Este motivo corresponde à necessidade sentida por Manuel e/ou Maria José em avançar com o ensino de alguns tópicos tendo em conta a planificação anual elaborada em reunião do Conselho de Ano.

Subfase A. É de salientar que a brochura A (referida na Tabela 6.1), na qual tinha sido fortemente inspirada a sequência 1, não inclui contextos que envolvam a quantidade 7. Este aspeto faz com que a equipa tente construir uma tarefa, em que o contexto apoie o uso da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e que, simultaneamente, conduza ao cálculo de produtos em que um dos fatores seja o 7. Tal como mostra o excerto anterior, encontrar situações ‘reais’ que envolvam pacotes ou caixas com sete elementos para se poderem empilhar, não se mostra uma tarefa fácil para os elementos da equipa, restando a hipótese de sermos nós a imaginar uma embalagem de um produto que possa ser vendido em grupos de sete. A esta dificuldade acresce uma outra, a necessidade de construção de imagens que representem essas caixas, tarefa que me é atribuída por considerarem que possuo mais experiência neste tipo de trabalho. Dado que não teremos mais nenhuma sessão antes da exploração da tarefa, combinamos também que enviarei o enunciado da tarefa por correio eletrónico. Entretanto, ainda nesta sessão, a equipa envolve-se na construção de um esboço desta tarefa, procurando inserir imagens que incluam caixas com sete elementos, cuja disposição surge em duas pilhas (para suscitar o uso da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição) e em que se pergunta quantos objetos têm as caixas (ver Figura 6.5).

Eu: Então vamos ver como é que vamos fazer para fazer sair a propriedade distributiva.

Manuel: Fazemos grupos de caixas.

Eu: Então, podemos pensar assim numa situação como esta (efetuo o desenho da Figura 6.5)

Manuel: Sim, mas com números mais pequenos.

Maria José: Sim, para começar.

(S12, p. 4)

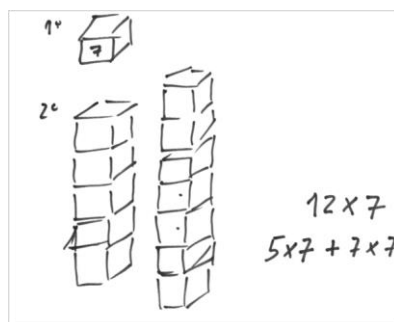


Figura 6.5 - Esboço da imagem a ser incluída na tarefa 2.1

A sugestão de Manuel, que é reiterada por Maria José, em iniciar a tarefa “com números mais pequenos”, conduz à formulação de duas questões: a primeira, em que a estratégia poderá passar pelo cálculo do produto 7×7 e, a segunda, pelo cálculo do produto 14×7 . As imagens que vêm a ser incluídas na tarefa (ver Figura 6.6) são construídas tendo em conta a possibilidade de suscitarem cada um destes produtos. Também alguns dos possíveis caminhos a seguir pelos alunos na realização dos cálculos vão surgindo no momento de construção da tarefa. Por exemplo, no que respeita à primeira questão, prevê-se que os alunos possam determinar o produto 7×7 com recurso à imagem, pensando em $3 \times 7 + 4 \times 7$. Na segunda questão, caso recorressem à imagem para efetuar este cálculo, poderiam observar que o número de elementos era o dobro dos que estavam na questão anterior ou recorrer, mais uma vez, à propriedade distributiva, fazendo o cálculo $6 \times 7 + 8 \times 7$. Dado que, neste momento, ainda não conhecem o resultado de 8×7 , para o calcular, poderiam efetuar o dobro de 4×7 ou decompor o oito de modo a obter produtos conhecidos (como, por exemplo, $4 \times 7 + 4 \times 7$). Naturalmente, que estes não são os únicos caminhos possíveis a seguir pelos alunos na resolução desta tarefa, sendo os restantes elencados por Manuel e Maria José, posteriormente, e que constam na ficha das indicações para o professor.

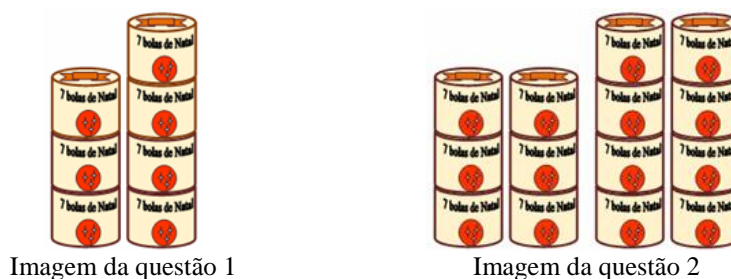


Figura 6.6 - Imagens incluídas na tarefa 2.1

A partir de um esboço da tarefa, ainda nesta sessão, a equipa discute o modo como esta irá ser explorada na sala de aula e toma decisões acerca dos materiais que vão apoiar essa exploração, o que corresponde à fase de preparação da tarefa. Mais concretamente, opta por propô-la numa folha A3 e por construir antecipadamente cartões com as imagens ampliadas que fazem parte da tarefa. A primeira opção tem como objetivo facilitar o momento de discussão da tarefa, no sentido de evitar que os alunos demorem muito tempo no quadro a reproduzir os seus registos, evitando uma certa dispersão dos colegas. Uma vez que a imagem assume um papel importante no modo como os alunos poderão efetuar os cálculos associados aos problemas, a ideia de afixarem no quadro as imagens ampliadas permite, tanto aos professores como aos alunos, recorrer a elas para clarificar ou explicar algum raciocínio. A primeira opção resultou da reflexão, em sessões anteriores, sobre a dinâmica dos momentos de discussão das tarefas e a segunda derivou da reflexão sobre a exploração na sala de aula da tarefa 1.4 – Quantos ovos? (anexo 6), em que se reconheceu a importância de possibilitar a visualização das imagens pela turma, permitindo tanto aos professores como aos alunos apoiarem-se nelas para explicar ou clarificar algum raciocínio.

Para além, da preparação dos materiais a usar na sala de aula que apoiam a exploração da tarefa, a equipa toma decisões sobre a modalidade de trabalho, prevê o tempo da sua exploração e discute o modo como iria organizar os vários momentos da aula. Dado que esta sessão ultrapassara largamente o tempo previsto para a sua realização, Manuel e Maria José ficam de antecipar outros possíveis caminhos a seguir pelos alunos, registá-los na ficha de indicações para o professor e, posteriormente, enviá-los por correio eletrónico para todos os elementos da equipa.

Subfase B. A primeira tarefa da sequência 2 é explorada por Manuel e por Maria José no dia 03/12/2010. No mesmo dia à tarde realiza-se a 13.^a sessão da equipa. Um dos objetivos desta sessão é refletir sobre a exploração desta tarefa na sala de aula. Tal como noutras sessões, em que pretendíamos realizar este tipo de trabalho, Manuel e Maria José trazem consigo as produções dos alunos e eu levo as notas de campo que efetuei durante a observação das aulas. Para apoiar a reflexão sobre a exploração das tarefas, a equipa recorre também a episódios das aulas que são selecionados pelos professores ou por mim.

Contudo, quando não existe pelo menos um dia de diferença entre a aula vídeo gravada e a sessão de reflexão que ocorre posteriormente, tal como acontece neste caso em particular, ao não existir tempo suficiente para qualquer um de nós visionar os vídeos e seleccionar episódios da aula para serem discutidos, sou eu que seleciono os episódios apoiando-me nas minhas notas de campo das aulas. Tendo em conta a repetição de situações como estas, começo a registar, durante a observação das próprias aulas, os tempos dos episódios que poderão ser interessantes de discutir durante as sessões. Assim, estes registos passam a incluir anotações do período de tempo dos episódios a visionar e a comentários e/ou questões sobre os mesmos.

Na sessão de trabalho realizada após a exploração da tarefa 2.1 – Quantas bolas de Natal? (anexo 6), é Maria José quem inicia a reflexão sobre a exploração desta tarefa, a que se segue Manuel. Ambos dão a sua opinião sobre o modo como esta aula correu, começando por fazer uma apreciação sobre eventuais dificuldades dos alunos. Tendo como suporte as produções dos alunos, identificam as estratégias mais utilizadas e salientam as que foram diferentes, tal como mostra o seguinte excerto:

Eu: Maria José, quando quiser pode começar.

Maria José: Acho que [os alunos] se empenharam e acho que resultou. Apesar de não terem ido [por] aquelas hipóteses todas, pronto os caminhos. A maior parte fez 7×7 . Houve a Margarida que fez $5 \times 7 + 2 \times 7$, isto em relação ao primeiro problema. (...) Depois da Margarida dizer também houve um que fez $3 \times 7 + 4 \times 7$. Viu, na imagem, 3 e 4 latas. Acho que a imagem é muito apelativa e eles necessitam das imagens. Tanto que quando se passou para o segundo problema... Pronto, muitos contaram as latas todas. Contaram uma a uma e deu 14 e fizeram 14×7 . Mas houve dois, que foi o Rúben que falou no dobro, que 7 era metade de 14 e 14 era o dobro de 7 e então o 98 era o dobro e 49 metade. (...) Depois tive o grupo da Celeste e do Henrique que fizeram logo 49×2 .

Manuel: Sim, 2×49 .

Maria José: Pois, ele pegou logo no total e viu logo que era o dobro. Depois explicou, o Henrique explicou muito bem. Ele é muito engraçado e explicou: *Quando um fator passa para o dobro e o outro se mantém, o resultado também passa para o dobro*. E ele chegou à conclusão e com a palavra fator que eu achei, pronto, muito correto.

Manuel: Ainda estava fresquinha da outra tarefa (risos)

(...)

Eu: Então, agora vamos ouvir o Manel?

Manuel: É assim, eles não sentiram muita dificuldade. A dificuldade que sentiram, mas isso, eu também tive a preocupação de explicar no início, tinha a ver com a própria organização do registo deles. Vê-se que alguns conseguem ter assim um registo muito organizadinho, outros nem por isso. (...) Quase ninguém utilizou a

adição, utilizaram sempre a multiplicação. (...) A maior parte fez $3 \times 7 + 4 \times 7$. Outros foram logo e viram 7×7 . Mas depois percebeu: *Mas eu não sei a tabuada do 7*. Depois aparecem aqui uns raciocínios engraçados. Por exemplo, neste [aponta para a produção de um par de alunos], eles fizeram 6×7 é 42. E depois, $42 + 7$. (...) De uma forma geral, todos eles fizeram facilmente este [refere-se ao primeiro problema da tarefa]. No segundo, muitos foram pelo algoritmo. Outros, aqueles que já têm mais à-vontade, foram pela decomposição do 14 (...).

Eu: É engraçado, eu estou aqui a comparar as produções de uns e de outros, há aqui uma diferença que é interessante reparar. A maior parte dos alunos da Mizé, olharam e viram o total de caixas e fizeram 7×7 . (...) Aqui [aponto para as produções dos alunos da turma de Manuel] há muitos que recorreram a $3 \times 7 + 4 \times 7$. A imagem parece ter sido importante para estes alunos. (...) [Manuel] acha que houve alguma coisa que levou os alunos a olharem para a disposição das latas?

(S13, p. 2)

Após a descrição do que acontecera em cada uma das aulas, intercalada com momentos de reflexão sobre aspetos particulares que ocorreram em cada uma delas ou sobre as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução da tarefa, segue-se um momento em que eu intervenho, fazendo alguns pedidos de clarificação, comentários ou questões. Em particular, na situação acima transcrita, a minha intervenção tem como intenção suscitar a reflexão sobre eventuais motivos que podem estar na base da diferença de estratégias utilizadas pelos alunos numa e noutra turma.

Para além de ter o propósito de suscitar a reflexão de aspetos sobre os quais considero importante a equipa debruçar-se, que se relacionam diretamente com os acontecimentos das aulas ou com afirmações que, entretanto, são feitas durante a sua descrição/reflexão, numa fase inicial do projeto, acabo por assumir algum protagonismo na organização das sessões. Como mostra o excerto acima, sugiro que seja a Maria José a iniciar a reflexão sobre a exploração da tarefa, dando em seguida a palavra ao Manuel. Efetivamente, no que respeita ao momento de reflexão das tarefas, vai sendo criado um padrão de funcionamento. Tal como aconteceu na reflexão sobre a exploração na sala de aula da tarefa 2.1, é o professor cuja aula é vídeo gravada que a inicia, a que se segue a reflexão do outro professor. A seguir, a discussão sobre a exploração da tarefa estende-se a todos os elementos da equipa. Um aspeto forte deste momento é a análise das produções dos alunos, com o intuito de conhecer e compreender as estratégias usadas na resolução da tarefa. Para além destes aspetos a equipa reflete sobre outros que considera importantes no

momento de exploração da tarefa. Esta reflexão contribui para as decisões tomadas na subfase seguinte.

Subfase C. Perante a reflexão realizada sobre a tarefa 2.1 – Quantas bolas de Natal? (anexo 6), a equipa debruça-se sobre aspetos que alteraria, quer na tarefa quer na ficha de indicações para o professor, tendo em vista uma eventual reformulação destes dois documentos. Neste caso, em particular, não surge a necessidade de efetuar qualquer alteração.

Eu: Aqui nas sugestões para a exploração da tarefa, nós nunca falámos muito sobre isto e acaba por ficar implícito na nossa conversa. Houve uma tarefa com dois problemas. Os alunos resolveram o primeiro e o segundo e a discussão foi feita do primeiro e do segundo. Há sempre a possibilidade de se resolver este (aponto para o primeiro problema da tarefa) e fazer a discussão e depois resolver este (aponto para o primeiro problema da tarefa) e fazer a discussão. Se calhar era importante começar a explicitar estas opções (...). Fariam novamente da mesma maneira?

Manuel: Sim, penso que resultou bem.

Maria José: Sim, neste caso acho que se deve manter.

Eu: Penso que podemos começar a explicitar isso.

(S13, p. 1)

Fase 5. Ainda na 13.^a sessão segue-se a decisão sobre a próxima tarefa a explorar na sala de aula. Como se pode observar na Figura 6.4, a equipa tinha previsto a realização da tarefa 2.2 – Vamos construir a tabuada do 7 (anexo 6), decisão que mantém, fazendo as alterações à tarefa 1.2 – Vamos construir a tabuada do 6 (anexo 6), já discutidas numa sessão anterior. O seguinte excerto desta sessão ilustra o modo como a equipa toma decisões acerca das tarefas a propor aos alunos. A justificação de avançarmos para a tarefa seguinte tem em conta a avaliação do que os alunos sabem, neste caso, acerca dos produtos em que um dos fatores é o 7:

Eu: Há então a ideia agora de propormos a construção da tabuada do 7. Aham que é de fazer mais alguma tarefa com outro tipo de contexto, ou com mais latas com outra disposição para fazermos surgir outros produtos, ou não? Ou podemos passar para a construção da tabuada do 7? Como é que vocês sentem os vossos alunos?

Manuel: Eu acho que é melhor passar...

Maria José: Eu também acho, porque ao fim ao cabo, se formos a ver, há muitos produtos que eles já sabem.

Eu: Sim, e há muitos a utilizar já a propriedade distributiva para efetuarem alguns produtos.

Manuel: Sim, sim.

(...)

Eu: Portanto eu vou, na próxima 6.^a feira, assistir à aula do Manuel. (...) Como é que fazemos? Fazemos aquelas alterações que tínhamos combinado na tabuada do 6? (...)

Manuel: Sim, eu acho que em vez de ser com aquele esquema, fazemos na vertical.

Maria José: E propomos com os primeiros [registos explícitos] como na tabuada do 6?

Manuel: Sim, eu acho que isso se pode manter.

Eu: Então, um fica com a alteração disto [ficha de indicação para os alunos] e o outro com a tabuada?

Manuel: Sim.

Maria José: Sim, depois nós organizamo-nos.

(S13, p. 2)

Relativamente às restantes tarefas da sequência 2, a equipa concorda em efetuar todas as que tinha previsto na *fase 3*. Nas sessões seguintes desenvolvem-se os procedimentos das *fases 4 e 5*, de forma intercalada.

Fase 6. Antes da construção da sequência 3, a equipa reflete sobre a sequência 2, centrando-se nos seus efeitos sobre as aprendizagens dos alunos. Esta reflexão ocorre na 15.^a sessão, logo após a exploração da tarefa 2.3 – Quantos mini *donuts*? (anexo 6). A necessidade de começar a perspetivar a sequência seguinte, leva a equipa a refletir sobre o desenvolvimento da sequência, mesmo que esta não tenha ainda terminado. Como ilustra o seguinte excerto, esta reflexão é suscitada por mim, mas não se mostra fácil nem imediata para Manuel e Maria José. De qualquer modo, Maria José não apresenta sugestões de alteração e Manuel tenta pensar se ‘respeitámos’ a lógica seguida na sequência 1, em que a construção da tabuada do 6 surgiu após uma tarefa que já envolvia o cálculo de produtos, em que um dos fatores é o 6. Lembra-se de imediato que, de facto, tal foi concretizado.

Eu: Agora penso que era importante olharmos um bocadinho para trás e tentar perceber... agora em termos de sequência, pensar: se trocavam alguma coisa de ordem, se mudavam alguns números, se... qual foi a tarefa que eventualmente notaram um salto maior, se começaram a notar diferenças...

(silêncio)

Eu: (...) A ideia é pensarem no que é que sentiram desta sequência, se é uma sequência que manteriam ou se, tendo em conta a experiência de sala de aula, se alterariam algum aspeto.

Maria José: Não sei, eu penso que manteria.

Manuel: Eu, por exemplo, acho... temos aí a tabuada do 6. Eu acho que essa lógica... Ela aqui surge depois de uma situação problemática em que é trabalhado o 6. Nós, por exemplo, não fizemos isso para esta. Ah! Fizemos, as bolas de natal...

(...)

Maria José: Agora, se calhar, fará sentido fazer uma [sequência] também com números maiores, mas com o 8.

(S15, p. 3)

A equipa é da opinião que se deverá prosseguir com o trabalho do mesmo ‘género’ em torno da multiplicação, em que um dos fatores é agora o número 8. Na 16.^a sessão é concluída a construção da sequência 2, cujas tarefas constam da Tabela 6.2.

Tabela 6.2 - Tarefas da sequência 2.

Número da tarefa	Nome das tarefas ⁹	Objetivos da sequência 2
2.1	Quantas bolas de Natal?	Resolver problemas que envolvam a multiplicação em contextos diversos e produtos por 7;
2.2	Vamos construir a tabuada do 7	
2.3	Quantos mini <i>donuts</i> ?	Compreender, construir e memorizar a tabuada do 7;
2.4	Cadeias numéricas II	Utilizar estratégias de cálculo mental para a operação multiplicação utilizando as suas propriedades.
2.5	Relacionar para calcular I	

6.3.1.3 A preparação e a organização de ações de divulgação

A equipa de trabalho envolveu-se na preparação e organização de ações de divulgação, que correspondem às sessões sombreadas a cinzento na Tabela 6.1. A primeira destas ações teve como público-alvo os Encarregados de Educação dos alunos das turmas que participaram no projeto. A sua realização surge do interesse manifestado por alguns deles na reunião realizada no final do 1.º período letivo, no início de janeiro de 2011. Esta sessão foi realizada em maio de 2011 e contou com a presença de cerca de 20 Encarregados de Educação das duas turmas.

A segunda ação de divulgação do projeto foi realizada em julho de 2011 na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal, integrada na conferência debate realizada no âmbito de Seminário Final do PFCM 2011 – Programa de Matemática de Ensino Básico: Professores e Alunos em Ação. Esta conferência, designada por *O Programa de Matemática para os nossos filhos: Que desafios? Que interrogações?*, teve como público-alvo Encarregados de Educação de alunos do 1.º ciclo do Distrito de Setúbal.

⁹ As tarefas referidas nesta coluna encontram-se no Anexo 6.

As apresentações realizadas nestas duas sessões corresponderam a momentos de divulgação do projeto focado no trabalho realizado no tema Números e Operações, recorrendo a exemplos de tarefas e a uma análise de estratégias utilizadas pelos alunos na sua resolução. Nestas ações, a equipa apostou em momentos em que os próprios Encarregados de Educação se envolvessem na realização de algumas delas. Esta opção teve como objetivo concretizar algumas ideias que estão subjacentes ao PMEB (ME, 2007) sobre o trabalho em torno dos números e das operações e confrontar os seus modos de pensar com essas ‘novas’ perspetivas. Incluiu também uma reflexão sobre algumas características dos procedimentos utilizados pelos alunos nas tarefas.

A terceira ação de divulgação do projeto foi realizada em setembro de 2011 no ProfMat2011 e correspondeu à apresentação de uma comunicação intitulada A seleção/construção e exploração de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos do 3.º ano de escolaridade. Um excerto do seu resumo afirma o seguinte:

(...) Nesta comunicação, iremos apresentar algumas reflexões sobre o desenvolvimento do sentido de número dos alunos e sobre os desafios e preocupações com que a equipa se deparou na seleção/construção e condução de tarefas e de sequências de tarefas que visaram esse desenvolvimento. Estas reflexões serão contextualizadas pelas produções dos alunos e por episódios vividos ao longo do nosso projeto, dando particular destaque aos ocorridos nas aulas. (Programa do Profmat2011)¹⁰

Tendo em conta o propósito desta ação de divulgação, a sua preparação e organização envolveu a equipa numa espécie de balanço do trabalho realizado, permitindo uma sistematização de aspetos que considerámos importantes ao longo do desenvolvimento do projeto. Concretamente, centrou-se numa reflexão sobre o desenvolvimento do sentido de número dos alunos e sobre os principais desafios e preocupações com que a equipa se deparou na seleção/construção e exploração de tarefas e de sequências de tarefas, que tinham como propósito esse desenvolvimento.

¹⁰ Delgado, C., Pereira, M., & Alvarenga, M. (2012). A selecção/construção e condução de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos do 3.º ano de escolaridade - resumo. *Profmat2011 Programa*. Lisboa, Portugal.

6.3.2 As aulas

As aulas que entendo fazerem parte deste projeto são todas aquelas em que Manuel e Maria José se envolveram na exploração de tarefas construídas pela equipa, tendo sido observadas, ou não, por mim. Esta opção prende-se com o facto de todas elas terem sido alvo de discussão nas sessões de trabalho, quer no momento da sua seleção/construção, quer após a sua exploração na sala de aula. A Tabela 6.3 apresenta todas as aulas realizadas nestas condições, com indicação das datas no caso das tarefas cuja exploração foi observada.

Existe uma sequência de tarefas referenciada na tabela anterior, cujas tarefas não foram exploradas na sala de aula durante a realização do projeto (sequência 4). Apesar do processo de construção desta sequência não ter sido totalmente concluído, a equipa envolveu-se na sua conceção gerando discussões e reflexões. Por este motivo, considero que as tarefas desta sequência fazem parte do trabalho do projeto. O anexo 6 inclui todas as tarefas referidas na tabela 6.3, exceto as da sequência 4.

O período de exploração de tarefas na sala de aula, realizadas no âmbito do projeto, teve a duração de cerca de oito meses, incluindo as interrupções letivas (de 15 de outubro de 2010 a 4 de maio de 2011). Neste período, foram observadas 13 aulas de cada um dos professores, no total de 26 aulas, em que cada um explorou tarefas concebidas no âmbito do projeto. Destas aulas, houve tarefas cuja exploração foi observada nas duas turmas (6 tarefas), tarefas cuja exploração foi observada em apenas uma das turmas (14 tarefas) e tarefas cuja exploração não foi observada embora tenham sido concebidas no âmbito do projeto (8 tarefas). Cada uma destas situações corresponderam a decisões tomadas pela equipa, tendo em conta o tempo disponível e os aspetos que, em cada momento, considerou importante dar resposta e que serão explicitados na secção seguinte.

Tabela 6.3 - Tarefas exploradas na sala de aula durante o projeto.

		N.º da tarefa	Nome da tarefa	Data de exploração das tarefas das aulas observadas
SEQUÊNCIAS	1	0	Cadeias numéricas	Manuel 15/10/2010 (AOM1) Maria José 15/10/2010 (AOJ1)
		1.1	Vamos colocar azulejos I	Manuel 02/11/2010 (AOM2) Maria José 03/11/2010 (AOMJ2)
		1.2	Vamos construir a tabuada do 6	Manuel 08/11/2010 (AOM3) Maria José 08/11/2010 (AOMJ3)
		1.3	Tarefa da página 52 do manual adotado	Aulas não observadas
		1.4	Quantos ovos?	Manuel 17/11/2010 (AOM4) Maria José 18/11/2010 (AOMJ4)
		1.5	Cadeias numéricas I	Manuel 26/11/2010 (AOM5) Maria José 26/11/2010 (AOMJ5)
	2	2.1	Quantas bolas de Natal?	Manuel (Aula não observada) Maria José 03/12/2010 (AOMJ6)
		2.2	Vamos construir a tabuada do 7	Manuel 10/12/2010 (AOM6) Maria José (Aula não observada)
		2.3	Quantos mini <i>donuts</i> ?	Manuel 13/01/2011 (AOM7) Maria José 14/01/2011 (AOMJ7)
		2.4	Cadeias numéricas II	Aulas não observadas
		2.5	Relacionar para calcular I	Manuel 19/01/2011 (AOM8) Maria José (Aula não observada)
	3	3.1	Vamos construir a tabuada do 8	Manuel (Aula não observada) Maria José 20/01/2011 (AOMJ8)
		3.2	Vamos colocar azulejos II	Manuel (Aula não observada) Maria José 28/01/2011 (AOMJ9)
		3.3	Embalagens de garrafas de água	Manuel 03/02/2011 (AOM9) Maria José (Aula não observada)
		3.4	Relacionar para calcular II	Manuel (Aula não observada) Maria José 09/02/2011 (AOMJ10)
	4	4.1	Tarefa que visam trabalhar os números racionais na sua representação de fração	Tarefas não exploradas na sala de aula durante o projeto
		4.2		
		4.3		
		4.4	Tarefas sem nome	
	5	5.1	Organizar menus	Manuel 16/02/2011 (AOM10) Maria José (Aula não observada)
		5.2	Vamos construir a tabuada do 9	Aulas não observadas
	6	6.1	Vamos colecionar cromos	Manuel (Aula não observada) Maria José 23/02/2011 (AOMJ11)
		6.2	Tarefa da página 115 do manual adotado	Aulas não observadas
		6.3	Tarefa da página 144 do manual adotado	
		6.4	Máquinas de bebidas	
		6.5	Cadeias numéricas III	
	7	7.1	O homem mais alto do mundo	Manuel 15/03/2011 (AOM11) Maria José (Aula não observada)
		7.2	Posso comprar a salamandra?	Manuel (Aula não observada) Maria José 23/03/2011 (AOMJ12)
		7.3	Uma pilha de garrafas	Manuel 25/03/2011 (AOM12) Maria José (Aula não observada)
		7.4	Gasolina	Manuel (Aula não observada) Maria José 30/03/2011 (AOMJ13)
		7.5	Quadrado da centésima	Manuel 04/05/2011 (AOM13) Maria José (Aula não observada)

6.4 Do projeto previsto ao projeto desenvolvido

O desenvolvimento do projeto foi sofrendo algumas alterações resultantes, quer de balanços e reflexões sobre o trabalho que a equipa ia realizando, quer de constrangimentos que iam surgindo. Essas alterações relacionam-se com a sua duração, os locais e momentos de realização das sessões conjuntas, as práticas de planificação ‘instituídas’, a dinâmica e conceção inicial do projeto e os materiais e ações de divulgação previstos. Estes aspetos orientam a organização desta secção.

6.4.1 A duração

Inicialmente, tinha previsto que o desenvolvimento do projeto ocorresse durante seis meses (desde setembro de 2010 a fevereiro de 2011, inclusive). Todavia, alguns motivos que se prendem com a investigação e constrangimentos que surgiram no terreno implicaram um alargamento da sua duração, antecipando e prolongando o período inicialmente previsto.

Efetivamente, o início do projeto é antecipado para maio de 2010. Esta opção relaciona-se com o meu reconhecimento de que a realização de projetos de natureza colaborativa exige o estabelecimento de relações de confiança, para o qual é fundamental o tempo de contacto entre os vários elementos (Boavida, 2006; Boavida & Ponte, 2002). Na verdade, as primeiras cinco sessões que ocorreram permitiram preparar e organizar o trabalho a realizar ao longo do projeto e contribuíram para que Manuel e Maria José me conhecessem melhor e fossem estabelecendo comigo uma relação com as características acima referidas.

Com esta antecipação, previa que a exploração de tarefas na sala de aula por parte dos professores fosse iniciada na segunda quinzena de setembro do mesmo ano. A obrigatoriedade de reunir as autorizações de todos os Encarregados de Educação das duas turmas para poder vídeo gravar as aulas e a consequente necessidade de obtenção de autorização para a realização do projeto por parte da Direção do Agrupamento de Escolas a

que Manuel e Maria José pertencem, fez com que o início da observação de aulas fosse adiado em cerca de um mês. Durante este período, a equipa continuou o seu trabalho, envolvendo-se na construção da primeira sequência de tarefas que iria propor aos alunos.

Naturalmente que este atraso teria implicações na data que tinha previsto para terminar o projeto, tendo pensado, naquele momento, em adiar a sua finalização também em cerca de um mês, pelo que terminaria em março de 2011. A vontade de toda a equipa continuar a trabalhar em torno da construção de sequências de tarefas e de se envolver em ações de divulgação do projeto, faz com que este termine apenas em setembro de 2011, com a preparação e organização de uma comunicação que é apresentada no ProfMat2011. Contudo, o trabalho em torno da construção de sequências de tarefas termina no final do mês de maio de 2011 e a última aula observada é realizada no final do mês de março do mesmo ano (data que corresponde ao tempo limite que constava no pedido de autorização à Direção do Agrupamento para que as aulas pudessem ser observadas e vídeo gravadas – ver anexo 3).

6.4.2 Os locais e momentos de realização das sessões

Como já foi referido anteriormente, no arranque do projeto um dos aspetos discutidos pela equipa foi a frequência de realização das sessões de trabalho. A minha proposta incluía a realização de uma sessão de trabalho por semana ou, eventualmente, mais, caso a equipa considerasse necessário. Em momentos em que não havia aulas, esta situação chegou a ocorrer, mas como alternativa às semanas em que não conseguíamos realizar nenhuma sessão devido a reuniões que tinham sido agendadas a Manuel e Maria José nestes períodos. Mas efetivamente, durante grande parte do ano letivo, Manuel e Maria José tinham apenas duas tardes livres em comum. Apesar de haver um grande esforço de ambos em participarem nesta reunião semanal, houve situações em que, por motivos pessoais, algum deles não podia estar presente, aumentando o espaçamento temporal entre duas reuniões consecutivas.

Outro dos aspetos discutidos na fase inicial de ‘arranque’ do projeto é o local que melhor se adequava à realização das sessões. Depois de colocadas várias hipóteses, dentro

e fora da escola de Manuel e de Maria José, ambos concluem que não se conseguirá ter sempre o mesmo espaço disponível. Para dar resposta a este problema apostam numa boa organização e negociação com outros professores da Escola para, em cada semana, irem encontrando soluções adequadas.

A maioria das sessões de trabalho realiza-se na biblioteca da escola. Um espaço agradável, com boas condições de trabalho e onde a equipa raramente é interrompida. Contudo, houve algumas vezes em que estavam previstas neste local atividades organizadas por outros professores da escola. Nestas situações, a equipa procura ocupar uma sala de aula livre, espaço que embora não tão adequado à realização das sessões por ser propenso a um maior número de interrupções por parte dos alunos, constitui sempre uma alternativa à biblioteca. Ainda que muito pontualmente, há situações em que a equipa tem de mudar de local a meio da sessão, realizando uma parte numa sala de aula e outra na biblioteca.

Apesar de as situações nem sempre se mostrarem fáceis, em termos de compatibilidade de horários e de espaços livres, Manuel e Maria José assumem aqui um papel muito importante. Tentam encontrar espaços físicos livres para efetuarmos as nossas sessões de trabalho, e, apesar de terem de atender a compromissos profissionais e pessoais, conseguem sempre formas de compensar as suas indisponibilidades em determinados momentos.

6.4.3 As práticas de planificação ‘instituídas’

As práticas de planificação ‘instituídas’ e a ordem das sequências de tarefas. Quando iniciámos o desenvolvimento do projeto, Manuel e Maria José apresentavam atividades de planificação muito semelhantes. Ambos realizam vários tipos de planificação – planificação anual, mensal e semanal. As planificações anual e mensais são habitualmente discutidas e construídas em Conselho de Ano, numa reunião que se efetua mensalmente e onde participam todos os professores do agrupamento que lecionam o mesmo ano de escolaridade (no total de 10 professores). No início do ano tomam decisões sobre a distribuição dos conteúdos a trabalhar com os alunos e, mensalmente, vão aferindo

e ajustando a distribuição desses conteúdos para cada mês. Tendo em conta o que está planificado para cada mês, todas as semanas, cada um organiza as atividades que irá realizar naquela semana.

Relativamente a estes tipos de planificação, ao longo do projeto, mantêm-se as mesmas práticas, havendo por vezes a necessidade de articular o trabalho realizado no âmbito do projeto com o que estava estipulado pelo Conselho de Ano. Esta necessidade de ajuste é visível na descrição anteriormente realizada sobre o processo e dinâmica da construção de sequências de tarefas e torna-se mais forte à medida que o projeto se vai desenvolvendo.

Numa fase inicial do projeto, Manuel e Maria José não se mostram preocupados com o facto de as sequências de tarefas que vão sendo construídas não acompanharem completamente a sequência de abordagem dos tópicos, definida pelo Conselho de Ano. Todavia, no 2.º período, ambos revelam alguma tensão relativamente ao trabalho que estamos a realizar e às decisões que são tomadas neste Conselho. Na base desta tensão, parece estar o facto de todas as turmas do mesmo ano de escolaridade realizarem a mesma prova de avaliação no final de cada período, havendo a necessidade de atender às decisões do Conselho de Ano no que respeita aos tópicos e à ordem pela qual são selecionados.

Um dos focos deste tipo preocupação relaciona-se com o ensino do algoritmo da divisão. A equipa vai construindo tarefas que incluem problemas de divisão (nos seus sentidos de partilha e de medida) e cadeias numéricas que permitem desenvolver estratégias de cálculo mental associadas a esta operação. Na 21.ª sessão, Manuel e Maria José referem a necessidade de, ainda no corrente ano letivo, ensinarem este algoritmo aos seus alunos. Manuel toma a iniciativa de avançar com esta proposta:

Manuel: Nós sentimos a necessidade de trabalhar o algoritmo, por vários motivos. Nós tivemos reunião de Conselho de Ano na quinta-feira e estamo-nos a atrasar.

Eu: Em quê?

Maria José: Verificámos que quase todos os colegas já avançaram para...

Manuel: Os decimais, os colegas já deram...

Eu: E as frações?

Manuel: Não, as frações não deram. A divisão também...

Eu: Mas estão a referir-se ao algoritmo da divisão?

Manuel: Sim. Repare e é aquilo que nós temos falado desde o início. Este grupo, o Conselho de Ano, tem vindo a trabalhar de uma maneira, não é de um momento para o outro que conseguem trabalhar assim.

Eu: E vocês têm que dar todos o mesmo, é isso?

Maria José: Convém porque depois temos as fichas finais...

Manuel: Pois. E aqui compara-se muito. A questão é que os pais conversam uns com os outros e sabem que alguns já deram o algoritmo da divisão.

Maria José: que são precisos para darmos os perímetros...

(...)

Eu: Nós decidimos aqui começar pelas frações, mas tendo em conta esse constrangimento podemos trocar e começar pelos decimais.

(S21, pp. 4, 5)

Para além da ficha de avaliação de final de ano ser comum às várias turmas do 3.º ano de escolaridade que fazem parte do Agrupamento, a perceção que os Encarregados de Educação dos seus alunos vão construindo do trabalho que está a ser realizado adquire alguma relevância. Manuel considera que existe a possibilidade destes se mostrarem preocupados pelo facto de os alunos da sua turma e da de Maria José, serem os únicos do Agrupamento que não irão aprender o algoritmo da divisão durante este ano letivo.

Também a ordem pela qual estava prevista a abordagem dos tópicos nas várias turmas do 3.º ano de escolaridade, que integram o mesmo Agrupamento, constitui um motivo de alguma preocupação. Com o intuito de tentar corresponder a essas decisões tomadas em Conselho de Ano, a equipa decide alterar a ordem das sequências de tarefas. Opta por começar pela sequência que permite trabalhar os números racionais na sua representação decimal, cujos contextos estão associados à medida de grandezas e, em seguida, a que envolve o trabalho com frações.

Estas decisões são tomadas na 21.ª sessão e durante a sua discussão Manuel e Maria José parecem compreender e aceitar as opções do Conselho de Ano, em termos dos tópicos que decide lecionar e a ordem pela qual o faz. Inclusive, Manuel termina esta discussão, afirmando: “Eu acho que nós temos mesmo de nos adaptar e, a realidade, é esta!” (Manuel, S21, p. 5). A justificação que encontram para as opções que são tomadas pelos colegas que compõem este Conselho, estão muito próximas de uma das principais tensões que eles próprios evidenciaram ao longo do projeto – o de ter de trabalhar com um ‘novo’ programa a meio de um ciclo de escolaridade. Talvez por este motivo, ambos parecem considerar que terá de ser feito um esforço de adaptação às orientações do Conselho de Ano.

6.4.4 A conceção e a dinâmica

Mantendo ideias essenciais da sua conceção e adaptando ao trabalho com as turmas. Desde cedo, que a dinâmica do projeto pensada por mim e aceite à partida, por Manuel e Maria José mostra-se desajustada por dois motivos, que se interligam. Um deles relaciona-se com o facto de este projeto valorizar as práticas de sala de aula e a reflexão sobre essas práticas, e, o outro prende-se com as necessidades reais do trabalho a realizar com os alunos. Ora, existindo à partida a intenção de refletir sobre a exploração de uma tarefa e interligar essa reflexão com a seleção/construção e preparação da tarefa seguinte, os episódios de sala de aula mostrar-se-iam fundamentais. Se só observasse uma tarefa de 15 em 15 dias, não observaria cerca de metade das tarefas concebidas no âmbito do projeto, aspeto que diminuía o número de vezes em que a equipa basearia a reflexão em episódios das aulas. Ou, então, a exploração de uma sequência de tarefas demoraria cerca de dois meses, opção que não se mostrava adequada tendo em conta a necessidade de abordar os vários tópicos matemáticos previstos no tema Números e Operações no 3.º ano de escolaridade. Para evitar qualquer uma destas situações, a partir do momento em que se inicia a exploração das tarefas na sala de aula concebidas no âmbito do projeto, a equipa mantém a realização de uma sessão de trabalho semanal, mas opta por propor uma destas tarefas que será observada e vídeo gravada por mim, todas as semanas. Esta opção faz com que em todas as sessões existam episódios de sala de aula das duas turmas para uma mesma tarefa, sobre os quais a equipa reflete. Por falta de tempo nas sessões de trabalho, a valorização destes momentos sobrepõe-se à análise de textos e, com algum esforço, consegue-se efetuar a reformulação dos enunciados das tarefas e das respetivas fichas de indicações para o professor.

Ainda assim, a necessidade de, simultaneamente, neste período, a equipa ir preparando a sequência 2, envolvendo-se nas fases 1 e 2 correspondentes à sua construção, e a de avançarmos mais rapidamente na abordagem dos tópicos matemáticos, conduz a equipa, novamente, a confrontar-se com a falta de tempo para realizar este trabalho. Para tentar manter os episódios de sala de aula como um elemento importante de apoio à reflexão sobre a exploração de praticamente todas as tarefas concebidas ao longo do

projeto, e de poderem ser exploradas duas tarefas de cada sequência na mesma semana, passo a observar apenas a aula de Maria José ou de Manuel correspondente à exploração de cada uma dessas tarefas, alternadamente.

Assim, tal como referi anteriormente no ponto 6.3.1.2, a partir da exploração da sequência 2, os momentos de reflexão das tarefas exploradas na sala de aula seguem uma dinâmica diferente: (i) o professor cuja aula foi observada e vídeo gravada inicia a sua reflexão, (ii) segue-se a reflexão do outro professor, (iii) a discussão/reflexão sobre a exploração da tarefa é alargada a toda a equipa a partir da análise de episódios de sala de aula e/ou das minhas notas de campo e das produções dos alunos. Com estas alterações da dinâmica de trabalho prevista, há um conjunto de ideias que faziam parte da conceção inicial do projeto que vai perdendo força, nomeadamente: o registo da reformulação das tarefas, a escrita das indicações para o professor e a análise de textos teóricos.

É importante salientar que a equipa continua a refletir sobre aspetos importantes das tarefas e a identificar eventuais alterações que nelas faria. Contudo, não investe na sua alteração em termos de documento final. Também no que respeita às indicações para o professor, a partir da sequência 3, tanto Manuel como Maria José deixam de conseguir registar neste documento os aspetos que constituem os seus vários itens. Isto não significa que o seu conteúdo não seja abordado e discutido. O momento de preparação das tarefas continua a existir até ao final da exploração da última sequência de tarefas, a única diferença é que estes aspetos deixam de ser registados de forma sistemática.

Também a leitura e discussão de alguns textos sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática, em particular, sobre o tema Números e Operações, era algo que eu tinha previsto como um elemento importante de apoio ao trabalho deste projeto. No entanto, os textos discutidos nas sessões surgem apenas em situações de necessidade de clarificar algo e, em todas elas, foram levados por mim. Este facto, apesar de me deixar um pouco incomodada ao início, por mais uma vez poder sentir que estaria a dirigir demasiado o desenvolvimento do projeto, parece-me natural por três motivos. Em primeiro lugar, não parece existir por parte de Manuel e de Maria José o hábito de leitura de textos teóricos sobre aspetos relacionados com o ensino e a aprendizagem da Matemática, o que diminui as possibilidades de serem eles a proporem este tipo de trabalho. Em segundo lugar, eu

própria pareço ter sido encarada por Manuel e por Maria José como uma espécie de recurso, que lhes podia valer na clarificação de algum aspeto ou na resposta a alguma questão, dúvida ou inquietação. Por fim, parece-me que o fator tempo assume uma importância extrema, ao funcionar como um inibidor deste tipo de iniciativas.

Estas três dimensões do trabalho previsto no projeto têm em comum o facto de não serem consideradas de necessidade imediata. A falta de tempo conduz a valorizar o trabalho de aspetos mais práticos e essenciais, num momento em que o tempo disponível é necessário para seleccionar/construir tarefas, preparar a exploração dessas tarefas para a sala de aula, refletir sobre essa exploração e, eventualmente, melhorá-las e, repetindo o processo a um ritmo exigente.

Construindo trajetórias hipotéticas de aprendizagem e/ou sequências de tarefas? A equipa orientou a atividade de planificação do trabalho a realizar com os alunos, seguindo as etapas sugeridas por Simon (1995). Tentou partir da definição dos objetivos de aprendizagem para seleccionar e construir tarefas de modo sequencial, tendo em conta as hipóteses sobre a aprendizagem dos alunos. Mas, quando pensamos numa perspetiva de construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem, a definição de objetivos de uma sequência de tarefas exige do professor o conhecimento das ‘grandes’ ideias matemáticas associado à aprendizagem dos tópicos matemáticos e o conhecimento do “caminho típico que as crianças seguem na compreensão e desenvolvimento de capacidades sobre os tópicos matemáticos” (Clements & Sarama, 2009, p. 2).

Apesar de a equipa se ter apoiado em alguns materiais que, na sua génese, possuem a ideia de construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número, considero que foi um processo que nem sempre foi conseguido em todos os momentos de desenvolvimento do projeto. Efetivamente, numa fase inicial do projeto, tanto Manuel como Maria José possuem conhecimentos sobre o modo como os alunos aprendem os tópicos matemáticos que é informado pelas suas experiências anteriores e habituais de ensino do tema Números e Operações. Ora a abordagem deste tema numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número é algo novo para ambos, que necessita de tempo para ser compreendida e usada nas suas opções e decisões, quando seleccionam ou constroem tarefas.

Na construção de sequências de tarefas existe a preocupação com a definição dos seus objetivos, com a articulação sequencial desses objetivos e de ir ajustando as tarefas ao modo como os alunos vão reagindo e pensando na resolução das tarefas anteriores. Contudo, as hipóteses que os professores colocam acerca da aprendizagem dos alunos numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número e como se pode potenciá-lo são ideias que vão sendo integradas e desenvolvidas por ambos ao longo do projeto. Por este motivo, considero que nem todas as sequências de tarefas construídas no âmbito do projeto atendem a todos os elementos que caracterizam uma trajetória hipotética de aprendizagem.

6.4.5 A conceção de materiais e a realização de ações de divulgação

A proposta inicial do projeto de trabalho colaborativo assumia, também, uma vertente de conceção de materiais e de ações de divulgação relacionadas com o desenvolvimento do sentido de número dos alunos, nomeadamente: sequências de tarefas com respetivas indicações de exploração para o professor, episódios de sala de aula e a realização de uma sessão de formação para os colegas da escola de Manuel e Maria José e/ou do Agrupamento de escolas a que pertencem.

No final deste projeto nenhuma destas ideias se concretizou completamente. Como já foi referido no ponto anterior, por motivos de disponibilidade de tempo, a equipa não consegue dar resposta ao registo das indicações para o professor para a exploração de todas as tarefas destas sequências e da reescrita das tarefas, tendo em conta eventuais alterações resultantes da reflexão sobre a sua exploração na sala de aula. Pelo mesmo motivo, a equipa também não consegue basear a reflexão sobre a exploração das tarefas em episódios de sala de aula em *scripto*, material que tinha previsto construir para, eventualmente, apoiar a reflexão sobre a prática noutros contextos. Tal como exemplifiquei na construção da sequência 2, a necessidade de se efetuar a reflexão sobre a exploração das tarefas para a equipa poder tomar decisões sobre a tarefa a propor a seguir, por vezes, não possibilita o visionamento dos vídeos antecipadamente e muito menos a sua transcrição. Assim, existe um conjunto de episódios de sala de aula que foram alvo de reflexão da equipa mas que,

por não terem sido transcritos, não constituem um dos materiais de divulgação construídos no âmbito do projeto.

Também a realização de uma sessão de formação para os colegas da escola de Manuel e Maria José e/ou do Agrupamento de escolas a que pertencem, prevista na proposta de projeto colaborativo, não é realizada. Esta opção tem a ver com dois aspetos que se interligam. A equipa vê-se confrontada com a necessidade de efetuar uma sessão sobre o desenvolvimento do projeto para os Encarregados de Educação das suas turmas, pedido inesperado e não previsto inicialmente. Tendo em conta a importância que atribui a uma iniciativa desta natureza, envolve-se na sua preparação e realização. Na sequência desta ação surgem solicitações exteriores a que a equipa decide dar resposta – a participação numa conferência debate cujo público-alvo seriam os Encarregados de Educação do Distrito de Setúbal. Por sugestão minha segue-se ainda a participação da equipa numa comunicação no ProfMat2011. Mais uma vez, por uma questão de disponibilidade de tempo, a equipa decide não realizar a ação de divulgação inicialmente prevista para os professores da escola e/ou do Agrupamento de escolas.

A participação em qualquer uma das ações acima referidas constituiu momentos de algum receio e ansiedade para Manuel e para Maria José. A sessão para os Encarregados de Educação das suas turmas era a primeira situação em que teriam a responsabilidade de apresentar o trabalho que estavam a realizar, refletir sobre ele e eventualmente responder a questões dos Encarregados de Educação. Para além de uma certa exposição pessoal e profissional que uma situação como esta envolve, este era um público muito especial, perante quem sentiam uma grande responsabilidade em transmitir com clareza e assertividade o trabalho que estariam a realizar com os seus educandos e de serem capazes de dar resposta às questões que eventualmente lhes seriam colocadas. Nesta sessão o novo Programa (ME, 2007) constituiria um tema previsivelmente abordado pelos Encarregados de Educação e a comparação entre procedimentos de cálculo que eles aprenderam e os que observavam nos seus educandos, constituiria o foco das questões. Tanto Manuel como Maria José demonstram alguma preocupação com a preparação destas sessões, com o tempo que teriam disponível para lhe dedicar, com a antecedência com que devia ser

realizada esta preparação, mas sobretudo, com a eventualidade de nestas sessões lhes colocarem questões para as quais não tinham resposta.

Por exemplo, Manuel para se sentir mais seguro, nas sessões de trabalho, tentava antecipar algumas dessas questões. Na preparação da sessão para os Encarregados de Educação das turmas envolvidas no projeto, Manuel afirma: “Relativamente ao algoritmo da divisão irão perguntar: “Como é que se faz com dois algarismos? E com três? E com números decimais?” (Manuel, S25, p. 2). Contudo, é na preparação da comunicação do ProfMat2011 que Manuel parece revelar mais ansiedade. Numa conversa informal sobre este assunto, confessa que o público desta sessão possui um nível de conhecimentos na área da Matemática superior aos outros públicos, pelo que, sente uma maior insegurança relativamente às questões e/ou comentários que poderão surgir. A minha participação na sessão parece constituir uma forma de diminuir esta ansiedade, pedindo-me que seja eu a responder caso surjam este tipo de questões e/ou comentários. Apesar das preocupações relativamente à realização destas sessões de divulgação do projeto, perante a possibilidade de realização de qualquer uma delas, curiosamente, responde com a mesma expressão “Vamos a isso!” (Manuel, S22, p. 7; S25, p. 1).

Também Maria José aceita envolver-se na realização destas ações, manifestando, no entanto, alguns receios que se relacionam essencialmente com dois aspetos: com a falta de à-vontade em falar em público e, tal como Manuel, com a eventualidade de não saber responder a alguma questão. A propósito da realização da comunicação do ProfMat2011, afirma: “Eu só tenho um problema. É expor-me perante as outras pessoas” (Maria José, S25, p. 1). Durante a preparação da sessão de divulgação para os Encarregados de Educação, mais uma vez, fala da eventualidade de serem colocadas questões para as quais poderá não ter uma resposta e da sua falta de à-vontade: “Eu tenho um medo de me engasgar! Que eles me questionem sobre coisas que eu não sei e depois confrontada...” (Maria José, S27, p.1).

No final da realização destas sessões, a equipa informalmente conversa um pouco sobre o modo como tinha corrido. Foi para mim evidente a satisfação que ambos sentiram depois da sua realização, considerando que correu bem e que as pessoas teriam gostado. Recordo a seguinte frase de Maria José quando terminamos a comunicação realizada no

ProfMat2011: “Fomos os melhores”. Manuel, sorrindo, afirma “Sim, tínhamos tudo muito bem organizado”. Para além de um certo orgulho do trabalho efetuado, os momentos que se seguiram à realização destas sessões incluíam também alguma reflexão sobre o que tinha acontecido, sobretudo sobre as questões que tinham sido colocadas e as respostas que tinham sido dadas a essas questões. Com alguma ironia Maria José assumia o seu estado de ansiedade e nervosismo no início destas ações e mostrava-se surpreendida com o facto de estes estados de espírito se irem esbatendo ao longo da sua realização.

É de salientar que o aumento da duração do projeto, a procura empenhada de encontrar soluções para os constrangimentos de tempo e de espaço disponíveis, a alteração de dinâmicas de trabalho e da conceção do projeto e a tomada de opção por outras ações de divulgação diferentes das que estavam previstas, se relacionam com uma grande vontade da equipa em levar a cabo um projeto que se centrasse no acompanhamento constante e sequencial do trabalho realizado pelos alunos no que respeita ao tema Números e Operações. Nesta perspetiva, de um modo consciente, a equipa deixa de investir em alguns aspetos previstos, apostando no objetivo central do projeto – a construção de sequência de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos.

6.5 Balanço dos professores sobre as suas práticas e a aprendizagem dos alunos durante o projeto

6.5.1 As práticas

Na última entrevista, Manuel reafirma as expectativas que tinha neste projeto. Realça o facto de o ter apoiado no trabalho com o novo Programa (ME, 2007) e de ter contribuído para a melhoria da sua prática de sala de aula. Salienta, ainda, a importância da dinâmica de trabalho que lhe está associada, que reconhece ser diferente do tipo de trabalho que comumente desenvolvia:

O balanço que eu faço é um balanço positivo, foi de encontro das minhas expectativas de início. Por ser um novo Programa, por estar envolvido num projeto que eu nunca tinha estado, não é? Com uma dinâmica de trabalho que também não era a minha dinâmica de trabalho do dia-a-dia, e portanto tinha a expectativa de aprender muito com isso! (...) Partilhar, ouvir, iria ajudar-me na minha prática diária. (Manuel, E2, p. 24)

Neste balanço acaba por verbalizar em concreto o que é que o projeto significou para si em cada uma destas dimensões. Relativamente ao novo Programa (ME, 2007), salienta a importância de ter tido oportunidade de o compreender melhor, num momento que se mostrou especialmente útil para a sua atividade profissional – a primeira vez que teria de trabalhar com este Programa. Como facilitadora dessa compreensão, salienta a ligação que existiu entre a interpretação do Programa, a construção das tarefas e a reflexão sobre as suas potencialidades.

No momento em que temos um novo Programa, foi importante refletir sobre ele, e este projeto que foi aqui desenvolvido, acho que foi no momento certo para questionar, para perceber. Porque, necessariamente, fomos obrigados a olhar de uma forma diferente. Pensar no fruto das atividades que íamos construindo. (Manuel, E2, p. 26)

Refere também a importância de ter contactado com outras tarefas (que designa por “propostas”) e de se ter envolvido numa dinâmica de trabalho que incluía a reflexão sobre essas tarefas, tanto no momento da sua construção como após a sua exploração com os alunos:

O balanço que eu faço é um balanço positivo (...). O facto de nos trazer novas propostas também, o facto de refletimos sobre elas, o refletimos sobre a tarefa propriamente dita, a construção da tarefa e refletimos depois da tarefa. (Manuel, E2, p. 24)

Contudo, parece ser a componente reflexiva do projeto que Manuel mais valoriza, justificando esse valor por dois motivos. Um primeiro relaciona-se com a ideia que foi construindo ao longo do projeto acerca do que é refletir sobre a prática. Efetivamente, Manuel acrescenta algo ao que parece ser a sua perspetiva inicial do que poderá significar refletir sobre as aulas, considerando que para além da identificação do que correu “bem” ou “mal”, a reflexão poderá ajudar a pensar em eventuais aspetos que deviam ser modificados:

Não é só o que correu bem e o que é que correu mal, mas de certa forma o tentar perceber o que é que correu bem, o que é que não correu bem, o que é que podíamos mudar e isso, de certa forma obrigou-nos, ou neste caso, obrigou-me a... a pensar. (Manuel, E2, p. 25)

Um segundo aspeto relaciona-se com os mecanismos que na perspetiva de Manuel se mostraram importantes para ajudar e apoiar a reflexão sobre a prática. Valoriza, sobretudo, os momentos de reflexão que ocorreram nas sessões de trabalho que tiveram a particularidade de partirem do visionamento de episódios das aulas. Na sua opinião, este aspeto permitiu-lhe confrontar-se consigo próprio e conhecer melhor o modo como gere as situações da sala de aula:

Se calhar vou mencionar um [aspeto] que poderá não ter muito valor. Mas eu acho que foi importante, nós, e eu falo por mim, rever-me, refletir sobre a minha aula, olhar para mim, olhar para a forma como eu trabalho, a forma como... eu lido com os alunos. (...) nós não estamos habituados a rever-nos ou a olhar para nós dessa forma, e isso, eu acho que foi uma experiência muito interessante! E só consegui, só conseguimos, não é? Aqui neste projeto. (Manuel, E2, p. 27)

Para além de um melhor conhecimento de si próprio, Manuel refere-se também a uma maior consciencialização sobre o modo como decorreram as aulas. A este propósito, relembra várias situações em que, após a aula, tinha uma determinada perceção sobre o que acontecera e, na sessão de discussão e reflexão sobre essa aula, teria mudado essa perceção. Para tal, salienta a importância de analisar as produções dos alunos e de voltar a ver e a ouvir o que eles dizem, através do visionamento de episódios de sala de aula:

E o refletir sobre... Nós estamos habituados a chegar a casa e pensar: *Olha isso não correu bem, amanhã tenho que reforçar mais isso ou mais aquilo*. E, aqui no momento, acabamos por ter uma perspetiva diferente. Às vezes, e eu recordo-me de uma aula em que eu saí com a sensação que aquilo não tinha corrido nada bem, depois de ver a aula e perceber o feedback que os alunos tinham transmitido de pensar: *Afinal isso não correu assim tão mal!* O facto de podermos ver e podermos refletir sobre a nossa postura, eu acho que isso foi importante. (...) foi um aspeto que me marcou. (Manuel, E2, p. 27)

Manuel salienta, ainda, a importância de uma reflexão conjunta. Considera que o facto de formarmos uma equipa de trabalho e de refletirmos em conjunto sobre algumas situações permite a partilha de opiniões e de experiências:

O facto de... de partilharmos, não é? De discutirmos e de refletirmos em conjunto, podermos ouvir outras opiniões, podermos construir tarefas onde íamos partilhando as nossas experiências e... reformulando, construindo, eu acho que isso foi muito importante! (Manuel, E2, p. 26)

Manuel vê, assim, na reflexão um meio através do qual poderá ‘aprender’ – aprender mais sobre si enquanto professor e aprender mais sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática, perspetivando-a como uma forma de melhorar a sua prática. Passa a considerar como elemento fundamental de uma aula, a análise do “*feedback* dos alunos” que poderá obter através das suas produções e/ou dos episódios de sala de aula.

Na última entrevista, quando lhe peço para sugerir eventuais alterações ao modo como organizámos o trabalho no projeto, Manuel refere que, dados alguns constrangimentos de disponibilidade de tempo e de compatibilidade de horários, “não havia muito a alterar” (Manuel, E2, p. 26). Salienta a importância da construção de sequências de tarefas e, mais uma vez, valoriza a reflexão sobre a construção das tarefas e sobre a sua exploração na sala de aula:

A dinâmica aqui, eu acho que foi importante! (...) na sessão seguinte refletir sobre a aula que tinha sido filmada (...) Primeiro construímos a tarefa e aplicávamos, construíamos e aplicávamos. (...) Construímos ali uma grande sequência de tarefas e depois íamos aplicando, refletindo. (Manuel, E2, p. 26)

Manuel parece, assim, encarar o trabalho realizado ao longo do projeto como uma espécie de ciclo – construção, aplicação e reflexão. Embora saliente importância da reflexão no momento em que a equipa analisa a exploração das tarefas na sala de aula, é interessante observar que Manuel encara-a também como um aspeto importante da fase de construção das tarefas.

Também Maria José apresenta um balanço positivo do desenvolvimento do projeto, caracterizando-o como uma “experiência enriquecedora” (Maria José, E2, p. 42). Considera importante ter-se envolvido na construção de tarefas e ter aprendido novas formas de trabalhar a Matemática com os seus alunos.

Ao fim deste tempo acho que colaborei e que dei o meu melhor. Que fiz aquilo que eu podia e que aprendi... que aprendi! Que foi uma experiência enriquecedora! Que saí um pouco mais rica, porque fui levada a criar novas situações com os meus

alunos e trabalhar de uma outra maneira com eles! Sinto-me mais rica porque aprendi. Foi uma mais-valia! (Maria José, E2, p. 42)

Em consonância com os receios que evidenciou no início do projeto relativamente ao facto de trabalhar com um ‘novo’ programa, afirma que se não fosse a possibilidade de participar neste projeto, muito provavelmente, teria ‘seguido’ o manual para orientar a sua prática letiva. Salienta a possibilidade de se ter envolvido na construção de sequências de tarefas e de ter tido a oportunidade de discutir diferentes modos de abordagem dos conteúdos, enquanto foi pondo em prática o novo Programa (ME, 2007). Identifica as tabuadas e os números racionais na sua representação decimal como exemplos de tópicos que abordaria de modo diferente, caso não estivesse envolvida neste projeto.

Mas ajudou, o projeto ajudou porque... Se não tivesse o projeto, claro que eu tinha que ir trabalhando o programa, obrigatoriamente! Atualizar-me e ir ver (...) De facto o projeto ajudou a ver maneiras diferentes que eu posso trabalhar. Portanto, as sequências de trabalho... ajudou-me a ver que várias maneiras de poder trabalhar os mesmos conteúdos. (...) O construir as tabuadas, achei interessante. Verifiquei como é possível construir-se a tabuada com eles, e não estar ali, como eu fazia com as florinhas, com os frutinhas, 1 x 2... um conjunto, pronto! E ajudou-me a trabalhar todo o resto, nos números decimais (...). Se calhar, se não fosse aqui no projeto, eu não iria por esse caminho. Seguiria unicamente o manual! (...) Talvez fosse procurar... porque vamos sempre à procura de outras coisas. Mas seguiria mais a linha do manual. E, assim, através do projeto, conseguimos ir para além... para além... para outros horizontes. (Maria José, E2, p. 36)

Referindo-se à sua dinâmica do projeto salienta três elementos que, na sua perspetiva, foram fundamentais: a preparação, a observação e a análise/reflexão das aulas. Destes três elementos, salienta a importância da análise/reflexão das aulas como forma de identificar não só o que ‘fez mal’, mas também, o que ‘fez bem’. Na sua perspetiva, a análise do que ‘fez mal’ deu-lhe a hipótese de melhorar e modificar a sua prática. A identificação do que ‘fez bem’ permitiu-lhe ter uma maior consciência desses aspetos e a sua partilha poderá ter sido útil para os restantes elementos da equipa.

Eu penso que a dinâmica que foi montada neste projeto, foi uma boa dinâmica. Porque tinha que haver preparação da aula, é inevitável! As aulas tinham que ser preparadas, tinham que ser observadas e tinham que ser analisadas... tinham que ser refletidas. Portanto foram três coisas que nós fizemos e que nunca poderíamos deixar de as fazer! (...) Se não houvesse a reflexão, eu se calhar quando tive a fazer uma coisa mal continuaria a fazê-la mal! Se calhar! Ou bem, ou bem! E não sabia

porquê! Por exemplo, se calhar eu aplicava uma situação na aula que até era boa mas, se eu não partilhava ficava para mim e porque não... o Manuel ou a Catarina ou alguém, ou o contrário! (Maria José, E2, p. 40)

Durante este momento de balanço, Maria José tenta perceber se, eventualmente existiria outro modo de organizar as sessões de trabalho por forma a existir mais tempo disponível para a preparação e reflexão sobre as aulas. A única solução que encontra é a possibilidade da realização de duas sessões de trabalho durante cada semana, uma para preparar e outra para refletir sobre a aula, hipótese que, de imediato, considera inviável por uma questão de disponibilidade de tempo.

Eu acho que é importante haver esta dinâmica, e penso que foi uma dinâmica que resultou. (...) o tempo também não era muito! O que se poderia fazer? Sei lá, numa sessão... não haver reflexão e passava-se para outra, mas aí já teria que haver em dois dias, se calhar. Um dia para preparação o outro dia para reflexão, não dava! Penso que nós conseguimos. (Maria José, E2, p. 40)

6.5.2 Os alunos, a aprendizagem e a relação com a Matemática

No ano letivo em que se desenvolve o projeto, Manuel e Maria José são professores titulares de turmas do 3.º ano de escolaridade, cada uma constituída por 24 alunos, com a mesma composição em termos de género (13 rapazes e 11 raparigas) e com idades compreendidas entre os sete e os oito anos e entre os oito e os nove anos, respetivamente. Ambos são professores destas turmas desde o 1.º ano de escolaridade e, no final do projeto, ao caracterizá-las no que respeita à sua relação com a área da Matemática, afirmam que “antes de iniciarem o projeto, a maioria dos alunos já demonstrava algum interesse e gosto pela Matemática, resolvendo com alguma facilidade as propostas de trabalho que lhes eram apresentadas” (Documento – Caracterização das turmas). Referem, ainda, que com a participação no projeto verificaram “um aumento substancial do interesse dos alunos pela área da Matemática, justificado pelo cariz e diversidade das tarefas propostas, bem como, pela dinâmica introduzida por este projeto” (documento – Caracterização das turmas). Também, ao longo do desenvolvimento do projeto, tanto Manuel como Maria José foram evidenciando perspetivas acerca da relação com a Matemática e sobre a aprendizagem dos seus alunos nesta área.

Numa das últimas sessões de trabalho, a propósito do que dissera na reunião de Encarregados de Educação realizada no final do 2.º período, Manuel mostra fazer um balanço positivo acerca das aprendizagens efetuadas pelos alunos, afirmando que eles “estão mais seguros na Matemática” (Manuel, S27, p. 11). Apesar de não explicitar o que entende por esta ideia, Manuel revela confiança na qualidade das aprendizagens que os seus alunos realizaram nesta área. Salienta-se, por exemplo, a confiança que evidenciou, numa das últimas sessões do projeto, no trabalho que desenvolvemos com os alunos ao considerar que este vai ao encontro com o que é pedido nas provas de aferição. Com um ar de satisfação, Manuel pergunta-me: “Não sei se reparou, mas essa questão era uma das da prova de aferição” (Manuel, S28, p. 3), referindo-se à questão que está associada à tarefa 7.1 – O homem mais alto do mundo (anexo 6), proposta no âmbito da sequência de tarefas sobre os números na representação decimal. A este propósito questiono-os sobre a opinião que têm acerca da prova:

Eu: O que é que acharam da prova?

Maria José: Não achei a prova difícil. Apelava muito...

Manuel: Quem trabalha a Matemática como nós, vai ter muita facilidade.

Maria José: Apelava muito ao raciocínio, muito.

Manuel: Muito, muito.

(S28, p. 3)

Para além de os alunos terem trabalhado, no âmbito do projeto, tarefas com questões idênticas, neste excerto, Manuel mostra confiança nos resultados que os seus alunos poderão vir a ter numa prova deste tipo, ou seja, numa prova que na sua perspetiva valoriza o “raciocínio”.

Quando na última entrevista Maria José reflete sobre o que aprendeu com a sua participação no projeto, vai referindo aspetos que dizem respeito à aprendizagem dos alunos. Na sua perspetiva, o facto de ter trabalhado a Matemática de forma diferente do que estava habituada, permitiu-lhe observar nos alunos uma maior evolução.

Foi um projeto que me enriqueceu a mim e penso que também aos meus alunos. Notei uma evolução neles, que talvez sem o projeto... eu não trabalhava desta maneira, não tinha esta dinâmica de trabalho, não tinha esta estrutura de trabalho... talvez não visse também resultados neles. (Maria José, E2, p. 42)

Na preparação de uma comunicação para o ProfMat2011, na 30.^a sessão de trabalho, que a equipa tenta explicitar, de modo sistemático, o balanço sobre as aprendizagens dos alunos durante a realização do projeto. Nesta reflexão, a equipa considera que progressivamente, os alunos: (i) têm recorrido às propriedades das operações e à relação entre elas para efetuarem cálculos, (ii) reconhecem que não existe uma única forma de resolver um problema, utilizando estratégias diferentes para o resolver e, (iii) nem sempre recorrem ao algoritmo da multiplicação para efetuar determinados cálculos, utilizando-o, por vezes, para se certificarem do resultado.

Considera, ainda, que os contextos das tarefas (nomeadamente, os números envolvidos, a situação apresentada e as imagens associadas) foram importantes nas estratégias utilizadas pelos alunos e que pôde observar-se uma maior liberdade e confiança dos alunos na utilização e apresentação de diferentes estratégias de resolução dos problemas. Na perspetiva da equipa, contribuíram para estes aspetos, não só as características das tarefas, como também uma maior valorização dos momentos de discussão das mesmas.

Algumas destas conclusões vão surgindo em contraponto com a forma como Manuel e Maria José interpretam a aprendizagem dos números e das operações destes alunos, até à sua participação no projeto (ver Figura 6.7). Referem que o modo como os alunos habitualmente lidavam com a resolução de problemas numéricos se caracterizava, numa primeira fase, pela tentativa de identificação da operação, a que se seguia, o recurso ao algoritmo para efetuarem os cálculos. Afirmam ainda que, no final da resolução dos problemas, raramente existiam momentos de discussão, sendo habitualmente valorizada a sua correção.

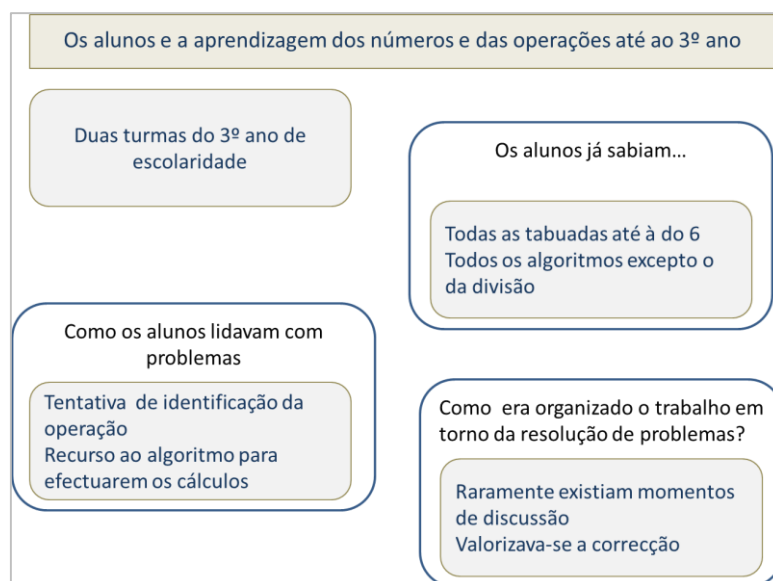


Figura 6.7 - Slide concebido pela equipa do projeto para a apresentação efetuada no ProfMat2011 sobre as aprendizagens dos números e das operações antes da participação no projeto

6.6 A relação de colaboração: como começou e como evoluiu

6.6.1 Características da relação de colaboração

São vários os autores que se preocupam em compreender os aspetos que potenciam a colaboração, apontando a natureza da relação entre os vários elementos que nela participam como um elemento fundamental (Boavida & Ponte, 2002; Boavida, 2005; Boavida, 2006; Martinho, 2007; Saraiva & Ponte, 2003). Um dos aspetos importantes na construção de uma relação deste tipo é a criação e manutenção do espírito de negociação (Boavida & Ponte, 2002). Esta negociação é fundamental nas diversas fases do desenvolvimento do trabalho da equipa – desde a definição dos objetivos, passando pelos modos de funcionamento da equipa, das dinâmicas de trabalho e dos papéis assumidos por cada um dos seus elementos. Também os conceitos e significados atribuídos a determinados aspetos, podem, e devem, ser alvo de negociação, sendo fundamental que, globalmente, todos os elementos da equipa os partilhem (Boavida & Ponte, 2002). Para além deste processo de negociação ser necessário em momentos chave de definição de

determinados aspetos, é igualmente necessário desencadear-se um processo de renegociação sempre que tal seja necessário. A descrição que realizei acerca do projeto desenvolvido, em contraponto com o que tinha sido inicialmente previsto, permite destacar diversos elementos que constituíram pontos importantes de negociação e renegociação. Efetivamente, a procura partilhada de soluções para o desenvolvimento do projeto conduziu a alterações no que respeita à sua duração, aos locais e momentos de realização das sessões, à alteração de ordenação das sequências de tarefas, à dinâmica e conceção do projeto e à decisão sobre os materiais a construir e as ações a realizar.

O estabelecimento de uma relação desta natureza requer, ainda, continuidade e tempo para os elementos da equipa se conhecerem, para perderem eventuais inibições e para se sentirem mais seguros nas suas intervenções (Boavida, 2006). Foi também a pensar nestas questões que o tempo de duração do projeto foi alterado, nomeadamente através da antecipação da realização de cinco sessões de trabalho, antes de se iniciar o ano letivo. Tal como referi, estas sessões tinham como função preparar o trabalho que iria ser desenvolvido posteriormente, mas também, constituíram uma forma de conhecer melhor Manuel e Maria José, antes, por exemplo, de iniciar a observação das suas aulas, aspeto que normalmente é causador de alguns constrangimentos dos professores.

Para o desenvolvimento de uma relação de colaboração é também fundamental que exista uma certa mutualidade e equilíbrio na participação de todos os elementos (Boavida & Ponte, 2002). Mutualidade, no sentido em que cada elemento da equipa beneficia com a sua participação e oferece os seus contributos para o trabalho conjunto, já negociado e aceite por todos. Equilíbrio, por ser importante que os elementos não sintam situações de desconforto quanto ao investimento que cada um faz no projeto. O balanço realizado por Manuel e Maria José sobre a sua participação no projeto, que embora não seja exatamente o mesmo nem sentido do mesmo modo, testemunha o reconhecimento desses benefícios da sua participação no projeto. Também eu, como elemento da equipa, identifico vantagens nesta participação. Para além de constituir um aspeto central do desenvolvimento desta investigação, a participação no projeto permitiu-me desenvolver o meu conhecimento sobre as características das tarefas que potenciam o desenvolvimento do sentido de número de alunos do 3.º ano de escolaridade. Na verdade, tal como advertem Boavida e Ponte

(2002), mutualidade e equilíbrio não se traduzem em igualdade, implicando, sim, “que todos os participantes têm um papel reconhecido no projeto e beneficiam, de modo inequívoco, com a sua realização” (p. 47).

As características da colaboração supramencionadas fazem com que emergjam, ainda assim, questões relacionadas com os papéis assumidos por cada um dos elementos, particularmente importantes quando pensamos em equipas constituídas por investigadores e professores (Boavida & Ponte, 2002). Apesar de considerar que a relação de colaboração desenvolvida entre os vários elementos da equipa foi evoluindo ao longo do projeto, os papéis assumidos por cada um dos elementos, na minha perspetiva, nem sempre foram totalmente claros e mostraram estar intimamente relacionados, não só com o modo como o trabalho da equipa foi decorrendo, como também, com as expectativas iniciais que cada um de nós tinha da sua realização. Penso, por isso, que a forma como a relação de colaboração foi perspetivada e sentida por cada um dos elementos da equipa assume contornos diferentes, pelo que, irei descrever e analisar separadamente as perceções desta relação por parte de cada um dos seus elementos.

6.6.2 Perceções sobre os papéis dos elementos da equipa no projeto

Manuel e Maria José no trabalho colaborativo: uma relação de paridade.

Tanto Manuel como Maria José, quando fazem o balanço da realização do projeto colaborativo, recorrem frequentemente à primeira pessoa do plural, falando em ‘nós’. Ao fazê-lo, cada um está a incluir o outro, como se formassem um grupo. Um grupo de dois professores da mesma escola, que estão a participar num projeto em conjunto comigo. Ambos parecem, assim, encarar o outro como um par que, por se encontrar na mesma situação, assumem o mesmo papel dentro da equipa do projeto. Este ‘nós’ parece também ser o reflexo de uma relação profissional de proximidade que construíram desde que Manuel foi trabalhar para aquela escola.

Na primeira entrevista, Manuel refere precisamente essa proximidade, afirmando que tem trabalhado em conjunto com a Maria José. Apesar de reconhecer a importância destes momentos, chama a atenção para a diminuição da sua frequência devido à

difficuldade de compatibilização dos seus horários, resultante do aumento de envolvimento de ambos em outras atividades na escola:

Na preparação das aulas, numa fase inicial, não tanto neste grupo [nesta turma], trabalhávamos sempre em conjunto porque sentíamos a necessidade de conversar sobre algum aspeto das aulas e de alguns alunos. Neste ano juntamo-nos de vez enquanto, falamos sobre as dificuldades que os alunos estão a sentir num ou noutro aspeto. Agora, sentar formalmente e falar que vamos planificar esta semana ou atividade, acabamos por não fazer tanto como deveria ser feito. A própria conjuntura e o horário que temos das atividades acabam por não nos levar a criar estes momentos de planificação. (Manuel, E1, p. 10)

Neste excerto, Manuel descreve, também, o tipo de trabalho que desenvolvia em conjunto com a Maria José, referindo que dantes preparavam as aulas juntos e conversavam sobre elas e sobre os alunos. No ano anterior em que iniciámos o projeto, passaram a encontrar-se de forma mais esporádica, essencialmente para discutirem eventuais dificuldades dos alunos na aprendizagem de alguns tópicos. Quando, na última entrevista, se refere concretamente ao trabalho desenvolvido no projeto, salienta uma mudança na dinâmica de trabalho que mantinha com a Maria José. Em termos de organização refere que, durante o projeto, mesmo fora dos momentos das sessões de trabalho, teve a necessidade de se reunir com maior regularidade com Maria José do que vinha sendo habitual antes do projeto:

Necessariamente, não só, quando a professora Catarina estava cá, como também, eu e a Mizé, tivemos de nos organizar de forma diferente. Antes organizávamos, conversámos, fazíamos assim uma planificação quase a longo prazo, “olha esta e esta semana vamos trabalhar isto, isto e isto. Eu tenho uma ideia gira para isso...”, e acabava por ficar por aí. (Manuel, E2, p. 7)

Na última entrevista, Maria José também se refere às dinâmicas de trabalho com Manuel que ocorreram durante o desenvolvimento do projeto. A propósito das dificuldades que sentiu em trabalhar com um ‘novo’ programa e em particular com o manual adotado no ano em que decorreu o projeto, Maria José refere que por várias vezes solicitou o apoio de Manuel para a ajudar a interpretar estes documentos, mostrando, assim, a proximidade e grande à-vontade na relação que estabelecera com ele:

Ao fim de 30 anos de trabalhar... criam-se vícios! E quando se é confrontado, agora com uma mudança...: *Olha agora vamos mudar! Vais por aqui!* E eu tive

dificuldade! Eu tive que, muitas vezes, ir a correr ter com o Manuel: *Manuel ajuda-me lá!* Porque havia até determinadas situações problemáticas, ou de apresentações de trabalhos que eu lia a 1.^a e lia a 2.^a e dizia: *Espera aí, parece que eu não estou a ver muito bem como é que é!* E pedia-lhe ajuda por causa... a questão de perceber, de raciocínio, de... O que se pretendia com aquilo! Da interpretação, como é que era aquilo. E muitas vezes eu recorria a ele! Porque tem menos tempo e é mais novo... e consegue as coisas melhor, está mais habituado, e tem outra facilidade que eu não tenho! As pessoas não são todas iguais! A pessoa tem que reconhecer, não é?! E eu recorria muitas vezes a ele! E eu tive uma certa dificuldade em trabalhar este manual. (Maria José, E2, p. 28)

É também interessante observar o modo como Maria José vê Manuel. Por ser mais jovem, com uma formação mais recente, assume um papel importante no apoio ao trabalho desenvolvido nos ‘bastidores’ do projeto. Para além de poder ter uma formação mais atual, Maria José vê no Manuel alguém que tem mais facilidade em lidar com alguns aspetos relacionados com a Matemática e o seu ensino, principalmente se for algo ‘novo’. Esta é aliás uma ideia que vai transmitindo em algumas sessões de trabalho, quando a propósito de uma afirmação, questão ou comentário de Manuel sobre algum assunto relacionado diretamente com a Matemática ou com o seu ensino, afirma “Esta cabecinha está muito desenferrujada!” (Maria José, S2, p. 6) ou “Estas cabecinhas frescas!” (Maria José, S15, p. 2). Maria José, para além de encarar Manuel como um par, por estar envolvido no mesmo tipo de trabalho, encara-o também como alguém em quem confia quando tem dúvidas relacionadas com estes aspetos, mostrando à-vontade para pedir o seu apoio sempre que sente necessidade.

Perceções de Manuel sobre o meu papel na equipa. As expectativas de Manuel em relação à sua participação no projeto colaborativo estão muito associadas à ideia de aprender – aprender mais sobre o novo Programa (ME, 2007) e a refletir melhor sobre a sua prática de modo a melhorá-la. Estas expectativas parecem relacionar-se, por um lado, com as ideias subjacentes ao projeto colaborativo – um projeto de desenvolvimento curricular muito centrado na prática e na reflexão sobre a prática. E, por outro, ao conhecimento que possuía sobre a minha atividade profissional quando nos conhecemos (alguém que está ligado à formação inicial e contínua de professores na área da Matemática), e que, portanto, possuiria um conhecimento mais aprofundado sobre o novo Programa (ME, 2007) e sobre o ensino e a aprendizagem desta disciplina.

Penso que estes dois aspetos levaram a que Manuel me encarasse como uma formadora, o que se foi tornando evidente na forma como se refere às sessões de trabalho, quando afirma “nesta formação”, quando perante outras pessoas me apresenta como formadora e quando se dirige diretamente a mim, na maioria das vezes, por “professora Catarina”. Ao longo do projeto, existiram vários momentos em que tentei contrariar esta perspetiva, reagindo ao modo como Manuel se me dirigia, pedindo-lhe que me tratasse apenas por Catarina:

Manuel: E depois, houve uma altura em que a Professora Catarina...

Eu: Catarina!

Manuel: Catarina, lá estou eu!

(S10, p. 8)

Em muitos desses momentos, tentei clarificar o meu papel na equipa e, quase sempre, Manuel reagia com um sorriso ou com uma brincadeira do género: “Então, pronto, Catarina. Ou será melhor investigadora?” (Manuel, S1, p. 2), tentando transmitir-me a ideia de que seria difícil ver-me de outro modo.

Embora a partir de certa altura do desenvolvimento do projeto, Manuel me tenha começado a tratar por Catarina de uma forma mais consistente, até ao final manteve-se a ideia de formadora, continuando a referir-se às sessões da equipa como “sessões de formação”. No entanto, progressivamente, começa a ver-me como alguém que, em conjunto com ele e com a Maria José, iria discutir e refletir sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática, em que ele e Maria José teriam um papel ativo na construção das tarefas e na tomada de decisões sobre o trabalho a realizar na sala de aula. Ideias que aliás lhe transmiti na fase da proposta do projeto e que fui tendo a necessidade de repetir nas primeiras sessões de trabalho.

Quando no final do ano letivo Manuel faz o balanço da sua participação no projeto, acaba por confessar que, inicialmente, perspetivou a sua participação com uma fraca intervenção ao nível da seleção/construção das tarefas. O seu papel fundamental seria ‘testar’ um conjunto de tarefas sugeridas por mim, a que se seguiria uma reflexão conjunta sobre o trabalho de sala de aula. Contrariando esta expectativa, afirma que houve uma espécie de “parceria” e de “trabalho em equipa”, que envolveu tanto os momentos de

preparação das aulas como os de reflexão sobre o que acontecera, em que um dos elementos é ‘formadora’ de professores:

Em relação às expectativas iniciais, não tinha tanto essa ideia de trabalho em parceria. Era mais...era um trabalho que vinha quase feito. Um conjunto de tarefas que eram feitas e nós éramos quase como aquelas pessoas que iríamos testar no terreno e ver o que é que ... E isso [o trabalho em parceria] eu acho que foi muito gratificante! E é o trabalhar em equipa, o poder estar aqui com alguém que está dentro da formação de professores, e podermos discutir e partilhar algumas ideias, (...) eu acho que foi muito, muito bom! (Manuel, E2, p. 25)

Ao referir este aspeto, Manuel salienta a importância da negociação do trabalho a realizar e da sua organização ao longo do projeto, aspeto que é realçado por Boavida e Ponte (2002). Efetivamente, entende o trabalho realizado pela equipa como sendo um produto do trabalho de todos e em que ele e a Maria José tomaram decisões e fizeram opções.

Ainda assim, neste olhar retrospectivo sobre o desenvolvimento do projeto, Manuel confessa um certo desconforto inicial com a minha presença na sala de aula, muito provavelmente também alimentado pela ideia da avaliação que uma formadora vai fazendo dos seus formandos. Com o tempo, este desconforto foi dando lugar a um sentimento positivo, encarando a minha presença como um apoio ao seu trabalho e ao dos alunos:

O facto de termos alguém dentro da nossa sala de aula, no início, eu senti alguma dificuldade. Mas penso que com o tempo acabei por perceber que era mais um elemento que estava ali para ajudar, até os próprios alunos. E, portanto, não tenho assim nada de negativo a apontar. Acho que foi, muito pelo contrário, uma grande ajuda nesta fase. (Manuel, E2, p. 25)

Em suma, considero que Manuel foi perspectivando uma nova ‘relação de formação’, apesar de eu não conseguir identificar o momento exato no desenvolvimento do projeto dessa ‘mudança’. Pelo seu discurso, eu pareço manter o papel de formadora, mas uma formadora que não estava ali para ensinar, para verificar se tinham aprendido ou para avaliar as suas práticas de sala de aula, mas alguém que os ajudava a interpretar o novo Programa (ME, 2007), a seleccionar ou construir tarefas e a refletir sobre a sua prática.

Perceções de Maria José sobre o meu papel na equipa. Tal como foi anteriormente mencionado, um dos motivos que leva Maria José a aceitar participar neste

projeto é o facto de ter a possibilidade de se sentir mais apoiada no trabalho com um ‘novo’ programa. Neste sentido, encara-me como alguém que poderá ajudar a interpretá-lo, considerando que eu terei um conhecimento mais completo e aprofundado acerca dele.

E, assim, é uma mais-valia, com uma pessoa que sabe e que nos vai ajudar. E quando nós tivermos, vamos ter de certeza absoluta, dificuldades em interpretar o novo programa, que vamos ter, pronto, vamos ter essa mais-valia de poder pedir ajuda. (Maria José, E1, p. 36)

Clarificar ideias ou tirar dúvidas sobre algum aspeto, é algo que Maria José espera que eu faça durante o projeto. Efetivamente, durante as sessões de trabalho Maria José, por diversas vezes, pergunta: “Deixa-me cá ver se é assim (...). Era só para confirmar” (Maria José, S4, p.1); “Posso tirar uma dúvida?” (Maria José, S2, p. 2); “Eu estive aqui a ver e não sei se estou a pensar bem” (Maria José, S3, p. 1). Aliás na 1.^a sessão de trabalho, ao discutirmos a proposta de trabalho colaborativo, uma das poucas questões que Maria José coloca é precisamente a seguinte: “O que eu quero dizer é: se eu tiver uma dúvida, pronto, eu tenho uma dúvida e não sei como é que eu vou aplicar esta situação, não sei como é que a vou resolver. Posso colocar a dúvida?” (Maria José, S1, p.1).

Tratando-me por Catarina nas sessões e por Dra. Catarina perante os alunos ou outros colegas, Maria José parece fazer questão de realçar o facto de eu possuir uma formação científica e didática superior à dela e de Manuel, perante pessoas que não pertencem à equipa de trabalho. Quando lhe peço para me tratar sempre por Catarina, Maria José responde com um sorriso, dizendo “Então, e não é Doutora? Se é, é!”. Ao contrário de Manuel, durante as sessões de trabalho Maria José mantém o mesmo registo no modo como se dirige a mim e uma atuação globalmente muito semelhante.

Na última entrevista, quando faz um balanço da sua participação no projeto, Maria José salienta precisamente um crescente à-vontade, principalmente, nas aulas observadas. Confessa que, inicialmente, se sentiu constrangida quando eu filmava as suas aulas e quando ela própria e o resto da equipa visionavam alguns dos seus episódios. Constrangimentos que, assume, tentava disfarçar e que se relacionam com o medo de errar e de não agir de acordo com as minhas expectativas:

Houve momentos de facto, nas reuniões e, particularmente aqueles, de nós nos vermos... O facto de nós nos vermos ali [nas aulas]. Foi daquelas coisas que me marcaram e eu não fazia ideia, não gostava nada de ver-me! Quando se vê as filmagens. E é estranho termos ali alguém que está a filmar o que nós estamos a fazer! Isto ao fim de não sei quantos anos, foi a primeira vez que aconteceu! (...) E isso foi uma das coisas que eu ao princípio... as primeiras vezes foi-me difícil! Eu tentava fingir que não era nada, mas cá dentro sabe Deus! Mas depois para o fim, já estou como aos alunos, para o fim também já não ligava. (...) Foi das coisas que de facto, ali a câmara de filmar, o estar a filmar as aulas... uma pessoa fica um bocado constrangida porque nunca se sabe se as situações correm bem, se correm mal, se faz bem. O ter medo de errar e o não querer errar! Portanto tudo isso, de facto, foram situações que... eu levo comigo. (Maria José, E2, p. 46)

Pelo seu discurso, este medo e ansiedade relativamente às aulas filmadas por mim, parece que se foi esbatendo e, de algum modo, considera que a minha presença foi sendo menos notada, também, pelos seus alunos. Salienta até o facto de estes, depois de ter terminado o momento de observação das aulas, perguntarem com alguma frequência por mim, mostrando alguma vontade que continuasse a estar presente nas aulas. Este é um aspeto que Maria José afirma tê-la surpreendido, dado que eu era um elemento exterior à turma:

Olhe por exemplo, há uma coisa que eu acho interessante, eu não sei se é o facto de eles terem aceite muito bem o facto de estar um elemento exterior na sala. De continuarem a perguntar pela Catarina. (...) todos: *Porque é que a professora Catarina não vem?* Eu já lhes expliquei que vinha, que vinha mais tarde... Que vinha no final do ano, vinha cá dar-lhes um beijinho... vinha cá despedir-se deles. E sendo um elemento que não fazia parte, não é? (Maria José, E2, p. 46)

Na última entrevista, com alguma emoção, transmitida pelo tom doce da sua voz e o brilho no seu olhar, Maria José salienta o bom ambiente de trabalho que existiu entre os elementos da equipa:

Para além de todo o trabalho e como já lhe disse, fomos um grupo e somos um grupo que trabalhamos bem! Que não houve atritos e que não houve... Acho que a relação humana, e como eu prezo muito a relação humana, dar-mo-nos bem e trabalharmos bem, isso é importante! O não sermos incorretos. Acho que isso foi muito bom! Sabermos sempre até onde é que podíamos ir e não nos excedermos, e estarmos sempre ponderados... Mas, é que nós somos três pessoas! (Maria José, E2, pp. 46, 47)

É interessante que Maria José parece recorrer à palavra grupo como uma forma de caracterizar o modo como trabalhámos, dando a ideia de coesão. Acaba este excerto salientando que “somos três pessoas”, no sentido de termos uma individualidade própria. Maria José parece transmitir um sentimento de agrado quanto a um trabalho que considera de grupo, realizado com grande respeito pelas opiniões uns dos outros e pelas diferenças individuais de cada um. Um ambiente com estas características é sublinhado por diversos autores quando se referem ao estabelecimento de uma relação de colaboração (Hargreaves, 1998; Saraiva & Ponte, 2003).

Em suma, Maria José vê-me como alguém a quem pode recorrer para tirar dúvidas e que a pode ajudar no trabalho que está a realizar, por, na sua perspetiva, possuir um conhecimento mais aprofundado. Esta perceção parece funcionar no início do projeto como um elemento constrangedor, desencadeando sensações de medo de errar ou de gorar expectativas, que parecem ir sendo atenuadas ao longo do projeto pelo ‘bom’ ambiente vivido no trabalho da equipa. Apesar de não recorrer à palavra formadora para se dirigir a mim, alguém que ensina e tira dúvidas são dois elementos que caracterizam a sua perceção sobre meu papel na equipa no início do projeto e são semelhantes às perceções de Manuel nesta fase de desenvolvimento do projeto. Também, o modo como encara o meu papel no final do projeto parece ser muito próximo da forma como Manuel me vê, quando este se refere à dimensão de ‘apoio’ no trabalho. Considero, no entanto, que a vertente de tirar dúvidas e fornecer esclarecimentos é, no início do projeto, e mantém-se ao longo da realização do mesmo, mais forte na perceção de Maria José.

A minha perceção sobre o meu papel na equipa: algumas dúvidas e ambivalências. Um dos aspetos fundamentais na construção de uma relação de colaboração é a “*organização do trabalho e uma definição transparente de papéis e responsabilidades*”¹¹ (Boavida, 2006, p. 75). Efetivamente, é importante que cada elemento que pertence à equipa colaborativa conheça e compreenda bem o trabalho que será realizado e que entenda o seu papel e o dos restantes elementos. Ao falar-se da necessidade de haver uma definição clara de papéis, assume-se à partida que estes não têm

¹¹ Em itálico no original.

de ser necessariamente os mesmos (Boavida, 2006). Na verdade, numa equipa formada por diversas pessoas, podem existir diferenças a vários níveis. Desde as próprias características pessoais, que se traduzem em diferentes formas de ser, de estar e de sentir, à própria idade, experiências, conhecimentos e formações. Para Boavida (2006) esta diversidade pode ser “usada construtivamente” (p. 76) pelos benefícios de complementaridade que pode trazer ao trabalho de equipa.

Logo na 1.^a sessão em que discutimos a proposta do trabalho colaborativo, o papel que cada um dos elementos assumiria na equipa constituiu um assunto de discussão. Aliás, mesmo antes de ser eu a clarificar este aspeto, é Manuel que coloca questões no sentido de perceber que funções serão desempenhadas por mim. Concretamente, Manuel pretende saber se eu tenho um papel interventivo ou se, simplesmente, irei observar o que está acontecer tendo em vista a realização da investigação que me propus realizar:

Manuel: Mas aqui o papel da investigadora é sugerir também, ou está sempre à espera... está sempre a ver como nós trabalhamos ou sugere também?

Eu: Não, eu também participo...

Manuel: E essa participação é?

Maria José: É mais no antes...

Eu: Essa participação é... tentar primeiro ouvir-vos e ir dando também a minha opinião, os meus contributos. (...) Portanto, ir dando a minha opinião e também ir questionando... Eu percebo a questão do Manuel. Nós não estamos aqui numa sessão de formação, em que eu chego aqui e falo sobre determinados aspetos e depois vocês tentam pôr em prática e depois refletimos. Não! (...) Eu posso trazer coisas para pensarmos e vocês também porque temos todos o mesmo objetivo que é construir tarefas que permitam desenvolver o sentido de número... Mas, a última decisão será sempre a vossa.

(S1, pp. 1, 2)

Ao responder à questão de Manuel, para além de lhe transmitir a ideia de que, de facto, terei um papel ativo nas sessões de trabalho, fazendo propostas, questões e sugestões, pretendo também deixar bem claro que as sessões de trabalho não constituirão ações de formação. Esta preocupação surge logo na primeira sessão porque, momentos antes, Manuel tinha acabado de utilizar a expressão “Nesta formação...”. A minha ideia era advertir que todos teríamos de contribuir com sugestões, propostas e levantar questões, que não havia um plano de formação concebido com a perspetiva de alterar as suas práticas e que eles, enquanto professores das turmas, teriam um forte poder de decisão relativamente ao trabalho a realizar tanto nas sessões como com os alunos.

Apesar desta minha preocupação inicial, penso que as mensagens que transmiti através das minhas ações nas sessões de trabalho que se seguiram, não estiveram completamente de acordo com este discurso. Tal como referi anteriormente, as primeiras sessões constituíram, sobretudo, momentos de organização e preparação do trabalho a realizar ao longo do projeto. Neste sentido, foram discutidos aspetos relacionados com o ensino e a aprendizagem dos números e das operações seguindo as perspetivas do PMEB (ME, 2007) que, como evidencio nos dois próximos capítulos, trazem algumas novidades para Manuel e Maria José, no que respeita à abordagem deste tema. Apercebendo-me deste aspeto, acabo por levar alguns documentos de apoio e de suscitar a discussão sobre alguns assuntos sobre os quais suspeitei que os professores não teriam tido oportunidade para se debruçar. Refiro-me a aspetos relacionados com o desenvolvimento do cálculo mental, com a aprendizagem das tabuadas, com a aprendizagem dos algoritmos e com os sentidos das operações. Apesar de na 2.^a e na 3.^a sessão eu sentir algum desconforto pelo facto de ter uma grande intervenção, é na 4.^a sessão que esse sentimento aumenta, originando até alguma ambivalência. Nas observações do relatório desta sessão, pode ler-se:

Observações: Continua a ouvir-se muito a minha voz! Há nesta sessão uma intervenção minha muito associada ao esclarecimento de dúvidas. Tenho também a tendência de chamar a atenção de alguns cuidados a ter nalgumas situações (ver a discussão sobre os sentidos das operações, por exemplo). Isto faz com que haja momentos em que parece que estamos num momento de formação, onde eu assumo o papel de formadora. Por um lado, sinto que os participantes esperam aprender, tendo dificuldade em não referir determinados aspetos, dar determinadas sugestões. Por outro lado, se não trouxer determinados aspetos sinto que os assuntos não são aprofundados e que não estarei a partilhar o conhecimento que tenho sobre estes aspetos com os professores. (S4, p. 5)

A afirmação “Continua a ouvir-se muito a minha voz” traduz a minha preocupação em não assumir um papel de participação tão forte nas sessões de trabalho, situação que ia sentindo durante a sua realização e que confirmava quando, posteriormente, ouvia as gravações para efetuar os respetivos relatórios. A minha atuação parece contrariar as ideias que tinha transmitido a Manuel e a Maria José, quando lhes propus participarem neste projeto e quando discutimos a sua proposta na 1.^a sessão. Dou-me conta que, por várias vezes, tomo a iniciativa de explicar, mostro-lhes exemplos e coloco-lhes questões para perceber se tinham ou não entendido os aspetos que estávamos a abordar. A ideia de

formadora que tanto rejeitara parecia ganhar força através das minhas ações. Além disso, surgem dois outros conflitos: um relacionado com as minhas questões de investigação e outro com o quebrar de uma outra característica importante da construção de uma relação de colaboração – as características do *diálogo* (Boavida & Ponte, 2002).

Efetivamente, para melhor compreender as perspetivas e opções de Manuel e Maria José sobre a seleção/construção de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos, eu deveria dar-lhes mais ‘voz’ e evitar explicitar tanto a minha opinião. Dar-lhes mais ‘voz’, no sentido de promover o diálogo entre os vários elementos da equipa seria “um instrumento de confronto de ideias e de construção de novas compreensões” (Boavida & Ponte, 2002). Mas, nesta primeira fase, a relação que eu sentia estar a estabelecer com os professores caracteriza-se por algum desequilíbrio em termos de participação, o que, para Boavida e Ponte (2002), se torna problemático atribuir-lhe um carácter colaborativo.

Contudo, não me conseguia esquecer das expectativas que Manuel e Maria José manifestaram na primeira entrevista sobre a sua participação neste projeto. Ambos queriam aprender mais sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática e, sobretudo, ter uma ajuda para interpretar o PMEB (ME, 2007). Eu seria alguém que, pelas características da minha experiência profissional, poderia desempenhar esse papel. Simultaneamente, observava as manifestações de satisfação de Manuel e Maria José por estarem a aprender, mostrando grande interesse pelo que eu estava a dizer e fazendo afirmações que revelavam reconhecer que aqueles momentos estavam a ser fundamentais para compreenderem aspetos que eram referidos no novo Programa (ME, 2007), sobre os quais nunca tinham pensado. Por exemplo na 2.^a sessão de trabalho, tendo como pano de fundo uma discussão que conduz à distinção entre o que é uma tarefa que simplesmente visa efetuar cálculos mentalmente e uma que permite desenvolver estratégias de cálculo mental, Manuel e Maria José revelam este sentimento:

Manuel: No final deste trabalho eu penso que vamos ficar *experts*.

Maria José: Mas oh Manel, mas aqui é mesmo para aprender. Num bocadinho a quantidade de coisas que aprendemos. (...) Muitas vezes nós pensamos que estamos a fazer uma coisa e na realidade estamos a fazer outra.

(S2, p. 6)

Encontrar um equilíbrio no tempo das intervenções dos vários elementos da equipa parecia um objetivo a perseguir. Por momentos, pensei que esta situação se viria a dissipar quando as sessões de trabalho se centrassem na seleção/construção de tarefas, dado que iria envolver os professores num trabalho mais ‘prático’ e mais próximo da sua atividade diária enquanto professores. Contudo, quando a equipa inicia a conceção da primeira sequência de tarefas (5.^a e 6.^a sessões), a situação mantém-se. Tanto Manuel como Maria José nunca tinham realizado este tipo de trabalho. Sinto, por várias vezes, que ambos esperam indicações ou sugestões minhas para podermos avançar, contribuindo, mais uma vez, para uma forte intervenção minha nas sessões de trabalho. Esta situação poderia reforçar a manutenção ou criação de uma perspetiva de relação de formação por parte dos professores. No relatório que efetuo após a 7.^a sessão, sinto a necessidade de fazer um balanço sobre o trabalho realizado até aquele momento, em que elejo esta situação como um problema, para o qual necessito de encontrar respostas. Nele pode ler-se o seguinte:

Problemas sentidos: Mantém-se a perspetiva de relação de formação.

- Tentativas de resolução:
- Estou a tentar falar menos nas sessões.
- Tento dar-lhes sempre primeiro a palavra.
- Coloco as questões como se tivesse uma dúvida.
- Estou a tentar transformar uma pergunta dos professores num assunto de reflexão – tenho tido cuidado com isto.
- A distribuição do trabalho para ser feito fora das sessões inclui-me sempre. Fiquei de pensar também nos possíveis caminhos de uma das tarefas da sequência (caixas de ovos).

(Relatório das sessões realizadas até dia 12/10/2010, p. 3)

As tentativas de resolução deste problema, elencadas neste relatório, estavam a ser postas em prática desde a 5.^a sessão. Apesar de nem sempre ser capaz de, em cada momento, resistir a comentar algum aspeto, inibindo uma eventual intervenção de Maria José ou de Manuel, tento durante a 5.^a, 6.^a e 7.^a sessões, utilizar algumas estratégias que aumentem o grau de intervenção dos professores e que, simultaneamente, me aproximem mais do trabalho a realizar perspetivado no âmbito do projeto. Por exemplo, tento: (i) desfocar o discurso de mim própria, incentivando-os a falar primeiro (ii) recorrer ao tom de dúvida para suscitar a discussão em torno de aspetos que me parecem importantes, (iii) evitar responder, de forma imediata, a questões colocadas diretamente por Manuel ou por

Maria José, transformando essas questões em assuntos de reflexão e, (iv) incluir-me sempre nos momentos em que há necessidade de distribuir trabalho para dar resposta ao processo de seleção/construção de tarefas.

Ao tentar colocar em prática estas ações pretendo diminuir o meu protagonismo nas sessões de trabalho e, simultaneamente, aproximar-me do trabalho a ser realizado no âmbito do projeto. Penso que uma maior atenção a estes aspetos e as características das sessões que se seguiram, envolvendo já momentos de reflexão sobre a exploração das tarefas na sala de aula, contribuem para me tirar do centro das sessões de trabalho. Embora considere que, até ao final do projeto, desempenho um papel fundamental na organização das sessões e no suscitar da reflexão sobre aspetos importantes relacionados com o ensino e a aprendizagem da Matemática, Manuel e Maria José encontram e ocupam o seu espaço nas sessões de trabalho de acordo com as suas características pessoais e profissionais, diferentes do meu. Para Boavida e Ponte (2002), a igualdade de protagonismo pode ser inviável, “em especial nos projetos em que existem membros com diferentes papéis dada a sua formação específica – e procurar impô-la à força pode ser não só artificial como contraproducente” (pp. 47, 48).

Um outro aspeto que constitui um elemento forte de ambivalência prende-se com as características do meu discurso nos momentos de reflexão sobre as tarefas. Mais concretamente, sinto, por várias vezes, algum receio em ‘criticar’ as aulas que tinha observado, principalmente quando houve situações menos conseguidas. Um exemplo ilustrativo desta situação ocorre na 10.^a sessão, em que a equipa se debruça sobre a exploração de uma tarefa na sala de aula. Penso que Manuel terá identificado o meu cuidado em colocar-lhe algumas questões, ou em fazer comentários sobre algo que não tivesse sido tão bem conseguido na sua aula. Efetivamente, até àquele momento eu tinha tecido algumas considerações, sendo todas elas positivas. Decide, por isso, dizer-me que gostaria que eu lhe dissesse o que fez mal, embora reconheça que é um papel difícil de desempenhar:

Manuel: Isto agora foge, se calhar, um pouco daquilo que estamos aqui a fazer. Eu sei que não é uma avaliação do meu trabalho. Estamos aqui a discutir. Mas, acho que era importante, sendo a Catarina Formadora, algum aspeto que ache que seja importante dizer: *Olhem, eu acho que isto aqui não está correto!* Eu acho que também podemos aprender um pouco com essa opinião.

Eu: Sim, está bem. Mas, refletir sobre uma aula não é só procurar o que está mal...

Manuel: Sim, sim, senão nós saíamos daqui...

Maria José: Eu ia pedir a reforma (risos)

Manuel: Mas, normalmente dizer o que está bem é fácil, mas dizer o que está mal é uma coisa que as pessoas normalmente têm dificuldade. Normalmente há sempre mais um pouco de cuidado em dizer.

(S10, pp. 13, 14)

Mais uma vez confrontava-me com as expectativas, principalmente de Manuel, em que eu o ajudasse a identificar o que não tinha corrido bem nas suas aulas. Simultaneamente, temia que ao fazê-lo pudesse gerar algum desconforto ou baixa de autoestima resultante dessa crítica. Acresce a esta situação a importância das características do diálogo que se deve estabelecer entre os elementos de uma equipa que perspetiva a construção de uma relação de colaboração. Para Boavida (2006) é importante existir “um diálogo franco e aberto” (p. 76), marcado pelo respeito das perspetivas do outro e pelo à-vontade de cada um verbalizar as suas ideias e de fazer propostas. Estas características do diálogo estão intimamente relacionadas com a ideia de confiança que é estabelecida no seio do grupo e que constitui, para Hargreaves (1998), um fator particularmente importante na criação e manutenção de uma relação de colaboração. Para este autor, é fundamental que os elementos da equipa sintam segurança e à-vontade para dizer o que pensam, para questionarem e falarem abertamente sobre as suas opiniões e preocupações.

Apesar de compreender a importância deste aspeto, houve momentos que optei por não aprofundar alguns assuntos evitando a crítica. Fi-lo sempre que senti que os professores precisavam, acima de tudo, de confiança para avançarem no trabalho que estavam a realizar, ou como forma de dosear os momentos de crítica sobre aspetos menos conseguidos com os que constituíam uma crítica positiva. ‘Deixar cair’ aspetos que podiam gerar discussões sobre assuntos importantes e de, eventualmente contribuir para aprofundar a sua reflexão, foi uma atitude consciente e ponderada da minha parte. Referindo-se aos dilemas que senti enquanto elemento de uma equipa de um projeto de investigação colaborativa, Boavida (2006) refere também a necessidade que por vezes senti em “*apostar na proximidade versus ‘deixar para trás’ a investigação*¹²” (p. 78).

¹² Em itálico no original.

Tendo em conta as características do trabalho colaborativo que tenho vindo a problematizar e discutir ao longo deste capítulo, considero que em cada sessão, mais numas do que noutras, podem ser encontrados aspetos que não se encaixam nesse conjunto de características. Penso que, acima de tudo, a equipa constituída por mim, por Manuel e Maria José foi caminhando para um trabalho em conjunto que, de modo crescente, se aproximou de uma relação de colaboração com as características que referi no capítulo 5 (secção 5.2.2). Penso também que este tipo de relação não é algo que se decreta ou institua, mas, fundamentalmente, depende do ambiente de confiança que se vai construindo e de uma contínua negociação acerca do trabalho a desenvolver, exigindo, simultaneamente uma clarificação dos papéis a desempenhar por cada um dos participantes.

Capítulo 7

Manuel

A primeira secção deste capítulo visa traçar um retrato do professor Manuel com base no seu percurso e motivos inerentes às suas escolhas profissionais, na sua relação com a Matemática e nas suas vivências no que respeita à participação do projeto colaborativo. Foca-se, em seguida, nas suas perspetivas sobre três aspetos que se mostraram fundamentais na compreensão do trabalho desenvolvido no projeto: (i) o ‘novo’ Programa de Matemática (ME, 2007), (ii) o significado de sentido de número e como percebe o seu desenvolvimento e (iii) a atividade de planificar. Sobre este último aspeto, para além de uma caracterização das suas práticas habituais, descrevo e analiso o valor que Manuel atribui a esta atividade e apresento os materiais a que recorre para a desenvolver. As três secções seguintes visam descrever e analisar as práticas de Manuel na conceção de sequências de tarefas sobre os números e as operações, na seleção/construção e preparação destas tarefas e na sua exploração na sala de aula, tendo como pano de fundo o desenvolvimento do sentido de número. As duas primeiras centram-se nos aspetos que Manuel valoriza e nos desafios com que se depara quando se envolve na conceção de sequências de tarefas e na seleção/construção e preparação das tarefas que as constituem. A

terceira e última secção, encontra-se organizada de acordo com os vários momentos inerentes à exploração das tarefas observadas nas aulas de Manuel e descreve e analisa os aspetos que valoriza e os desafios com que se confronta em cada um desses momentos. Em todas elas são, ainda, destacados os aspetos específicos relacionados com o desenvolvimento do sentido de número.

7.1 Traçando um retrato de Manuel

Quando iniciámos o projeto colaborativo Manuel tinha 35 anos, tendo terminado o curso de Licenciatura de professores do Ensino Básico na Variante de Matemática e Ciências, na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal, em 1997. Apesar de este curso lhe dar a possibilidade de ser professor do 2.º ciclo nas disciplinas de Matemática e Ciências da Natureza, nos seus 12 anos de serviço, lecionou sempre em escolas do 1.º ciclo. No primeiro ano trabalhou só 15 dias em substituição de um docente, foi professor de Apoio Educativo durante o segundo ano de profissão, nos anos seguintes lecionou em diferentes escolas do distrito de Setúbal e há seis anos que pertence ao quadro do agrupamento de escolas onde trabalha quando iniciámos o projeto.

Um dos aspetos que esteve na base da sua opção pelo 1.º ciclo foi a possibilidade de se vincular, logo desde 1999, ao centro da área educativa de Setúbal em escolas deste nível de ensino, o que lhe permitiu criar alguma estabilidade em termos profissionais. Mas, ser professor, e em particular professor do 1.º ciclo, resultou essencialmente da sua experiência enquanto aluno deste nível de ensino. Ao referir os motivos da escolha da sua profissão, relembra o seu professor do 1.º ciclo e o modo como este o marcou:

Eu venho de uma família humilde em que a escola não era muito valorizada e, no entanto, entre os 6 filhos, eu fui o único que tive a oportunidade de estudar. Tive um 1º ciclo que me marcou muito. Foi este professor que me fez perceber realmente o que era a escola, o quão importante era estudar e, partindo desta influência, fui projetando o meu futuro sempre com a ideia de um dia ser professor de 1.º ciclo. E depois, mais tarde, pelo gosto que eu tenho pela Matemática (...), acabei por tirar a variante de Matemática e Ciências da Natureza. (...)

Essencialmente foi essa influência marcadamente pelo meu professor do 1.º ciclo, que me levou a ser professor. (E1, p. 2)

O seu professor do 1.º ciclo não só influenciou a escolha da profissão, como também o modo como Manuel sente e vive a profissão de professor, nomeadamente no que se refere à importância que atribui ao seu papel na formação global dos alunos. Tal como aconteceu com ele, afirma esperar “poder também marcá-los (...) para o resto das suas vidas, não só a nível académico mas também a nível da pessoa e dos seus valores” (E1, p. 3).

Tendo em conta as idades dos alunos, Manuel considera que o professor do 1.º ciclo tem algumas especificidades relativamente a professores dos restantes ciclos de ensino. Para além de se preocupar com o desenvolvimento de competências e de valores, para o qual uma postura de exigência é importante, deve criar simultaneamente uma relação afetiva e de proximidade com os alunos. Apesar de considerar que o professor deste nível de ensino tem um papel fundamental na formação dos alunos e no seu percurso futuro, sente que a imagem do professor tem sido continuamente desvalorizada socialmente, aspeto que aponta como o que mais lhe desagrada na profissão.

Quando na primeira entrevista lhe é pedido para selecionar momentos da sua vida profissional que considerou mais significativos, Manuel refere-se ao seu primeiro ano de profissão, em que lecionou apenas 15 dias numa escola do 1.º ciclo. Ser pela primeira vez responsável por uma turma e ter que lidar sozinho com os problemas da prática de sala de aula, é algo que relembra como uma experiência forte do seu percurso profissional. Este momento fê-lo pensar sobre a adequação da sua formação inicial, considerando que apesar de ter tido a oportunidade de estagiar em turmas deste nível de ensino, sentiu que esta formação lhe tinha oferecido uma preparação essencialmente teórica para enfrentar os problemas da prática, afirmando que “Uma coisa é a realidade que é transmitida e aquela que nós temos conhecimento dentro da formação e, a outra, é aquilo que nós encontramos” (E1, p. 2).

Como experiência marcante salienta, também, o segundo ano de profissão em que foi professor de Apoio Educativo, o que lhe permitiu observar várias situações de sala de aula e o modo como diferentes professores lidavam com elas. Desta experiência retirou um

maior conhecimento sobre diferentes realidades de sala de aula e sobre “várias formas de estar, várias formas de lidar e várias formas de transmitir os conhecimentos aos alunos” (E1, p. 3).

No início deste projeto, Manuel mostra-se satisfeito por, desde há 6 anos, lecionar na mesma escola. Para além da estabilidade pessoal, em termos profissionais realça a importância da continuidade pedagógica. Pela primeira vez, teve a oportunidade de acompanhar uma turma desde o 1.º ano até ao 4.º ano e de estar, neste momento, novamente com um grupo de alunos que acompanhará ao longo de todo o 1.º ciclo. Na sua perspetiva, esta estabilidade permitiu-lhe ainda desenvolver um bom conhecimento sobre o agrupamento, a escola e os alunos.

Ao longo do seu percurso escolar Manuel foi desenvolvendo o gosto pela Matemática, tendo inclusive optado por ingressar no curso de Licenciatura de professores do Ensino Básico na Variante de Matemática e Ciências. Ao tentar descortinar os motivos do gosto que desenvolveu por esta área, fala de uma espécie de gosto intrínseco, de uma influência positiva dos professores que teve e do facto de as atividades matemáticas constituírem para si um desafio:

Acho que foi algo que cresceu comigo, como podia ter crescido a questão das letras. Sempre gostei bastante da área das Ciências e especificamente da área da Matemática, pelos desafios que me colocavam. Também, se calhar, ao longo da minha vida, não só no 1.º ciclo, o facto de ter tido professores que me levaram a pensar e a gostar da Matemática. Penso que foi um conjunto de situações que me levou a crescer a gostar da Matemática. (E1, p. 6)

Este gosto pela Matemática parece ser também indissociável da facilidade que sempre sentiu nesta área. Como se evidencia mais à frente, no desenrolar do projeto mostrou segurança nos conceitos matemáticos, no modo como falava deles e no tipo de questões que colocava nas sessões de trabalho da equipa. Reconhece, no entanto, que à Matemática está associada uma carga social negativa. Considera que há uma opinião generalizada de que é uma área difícil e essa ideia começa a ser construída pelos alunos logo no 1.º ciclo, pelo que, na sua perspetiva, o professor deste nível de ensino deve, acima de tudo, preocupar-se em desenvolver o gosto pela Matemática nos seus alunos:

Um bom professor, acima de tudo, é aquele que consegue transmitir o gosto. Acho que tem que ser por aí, tem que se começar por aí. Ensinar os alunos, se é que se pode ensinar, a gostarem da Matemática. Alguém que consegue levar o aluno a perceber a relação que a Matemática tem com o mundo que o rodeia, de que forma é que os números e que tudo aquilo que se tem trabalhado na sala de aula se pode adequar ao seu dia-a-dia. (E1, p. 5)

Manuel vê nas ligações da Matemática com a realidade e com o dia-a-dia uma forma de motivar os alunos e de os ajudar a desenvolver o gosto por esta área, aspetos que valoriza quando seleciona e/ou constrói tarefas, tal como será evidenciado na secção 7.4.

O questionamento parece constituir para Manuel um elemento fundamental para tomar opções. Ao longo do projeto, para além de problematizar alguns aspetos que diziam respeito mais diretamente à sua prática de sala de aula, por várias vezes colocou questões sobre o novo Programa (ME, 2007), quer para clarificar, quer para problematizar alguns assuntos. Em muitas situações questiona-me diretamente, mostrando preocupação acerca da minha opinião, quer sobre ‘a melhor’ forma de abordar determinado conteúdo, quer sobre o modo como tinha corrido a sua aula. Em algumas ocasiões, na sequência de alguma pergunta que eu colocara durante o trabalho da equipa, depois de dar a sua opinião, devolvia-me a questão dizendo, por exemplo: “E a Catarina, o que é que acha?” (S4, p. 4).

Revelou semelhante preocupação no que respeita à minha opinião sobre as opções que se iam tomando. Por exemplo, mediante a decisão dele e de Maria José não abordarem o algoritmo da divisão, seguindo a perspetiva defendida pelo novo Programa (ME, 2007), Manuel afirma “Lançámos aqui um novo problema...!” (S27, p. 13), perguntando, em seguida, “O que é que a professora acha?” (S27, p. 13). Nesta situação, não se trata de querer saber qual a minha perspetiva sobre o modo como se deve ensinar o algoritmo, porque, esta, Manuel já conhece e sabe que é consentânea com a do Programa. O que pretende saber é, se de facto aprovo esta decisão mediante os argumentos que foram apresentados. Inclusive, na última entrevista, quando lhe peço para fazer um balanço sobre a sua participação no projeto, Manuel devolve-me a pergunta, tentando perceber qual é a minha apreciação acerca do trabalho que foi realizado:

O que é que, de certa forma, o que é que este projeto também lhe trouxe? Tem algumas reflexões ou algumas ideias sobre a forma como nós trabalhámos? Se

calhar, havia coisas que lhe apetecia... havíamos de ter feito dessa ou daquela maneira. (E2, pp. 27, 28)

Interpreto estas questões tendo por base duas preocupações que, na minha perspetiva, estão interligadas. Para além de querer saber a minha perceção sobre o trabalho que ele e Maria José realizaram ao longo do projeto, tenta perceber até que ponto este trabalho foi ao encontro das minhas expectativas e necessidades enquanto investigadora. Esta cogitação é alimentada pela preocupação que Manuel foi evidenciando ao longo do projeto sobre a investigação que eu estava a realizar, nomeadamente em termos de resultados. Em várias situações, fez observações que pareciam tentar adivinhar as conclusões a que eu iria chegar no meu estudo. Em tom de brincadeira, ia afirmando: “Estes professores só querem usar o algoritmo” (S23, p. 8); “Nós estamos a denegrir aqui a imagem dos professores! Quando for analisar as gravações vai dizer que eu só falo em algoritmo” (S22, p. 7); “Oh Mizé, nós vamos levar tanto nas orelhas, os professores do 1.º ciclo...” (S27, p. 10).

Embora transmitidas com sentido de humor, elemento que caracteriza muitas das suas intervenções nas sessões de trabalho, o conteúdo destas afirmações parece revelar, também, uma certa preocupação com o modo como ele e as suas opções, enquanto profissional, serão analisadas por mim. Paralelamente, preocupa-se com a possibilidade de, através desta análise, ser transmitida uma imagem do professor do 1.º ciclo pouco favorável.

O receio de transmitir uma imagem negativa de si e da sua classe profissional revela, acima de tudo, um grande sentido de responsabilidade em relação à sua profissão. Manuel é um professor dedicado, empenhado e que gosta de se envolver em desafios. Essa responsabilidade fá-lo tomar opções de uma forma pensada e refletida, tal como demonstrou nos momentos em que ponderou a sua participação neste projeto e no seu envolvimento nas ações previstas de divulgação do projeto (ver capítulo 6). Assim, traçar um retrato de Manuel enquanto professor e participante deste projeto, leva-me a salientar quatro aspetos que, na minha perspetiva, o caracterizam: interesse em aprender, empenho nas atividades em que se envolve, necessidade de questionar para compreender e sentido de responsabilidade nas opções que toma.

7.2 Perspetivas

7.2.1 O ‘novo’ Programa de Matemática

O ‘novo’ Programa, em geral: surpreendeu pela positiva. O início do projeto coincidiu com o primeiro ano da generalização do PMEB (ME, 2007). É um Programa com que Manuel nunca trabalhou e sobre o qual afirma que o “surpreendeu pela positiva” (E1, p. 20). Na primeira entrevista, ao falar dele, recorre muitas vezes à comparação com o Programa anterior, focando essencialmente os aspetos que mudaram.

Manuel começa por se centrar nos temas e conteúdos. Na sua opinião, o novo Programa (ME, 2007) dá maior destaque à Organização e tratamento de dados. Apesar de o Programa anterior sugerir o trabalho em torno destes aspetos, considera que não era feito “desta forma formal” (p. 20), parecendo referir-se ao facto de, no novo Programa (ME, 2007), ter passado a ter um estatuto de tema, com um conjunto de sugestões para ser trabalhado com os alunos. Refere, também, uma maior atenção dada ao cálculo mental e ao desenvolvimento de estratégias de cálculo mental, que contrapõe à valorização dada ao cálculo algorítmico no Programa anterior (ME, 1990).

A questão da organização e tratamento de dados. Acho que era importante. Já vinha sendo trabalhado ao longo do 1º ciclo, mas não desta forma formal. A questão da valorização das estratégias de cálculo mental. Valorizar mais a questão do cálculo mental daquilo que foi valorizado durante muitos anos: o algoritmo. O importante era que o aluno soubesse utilizar o algoritmo e fazer. (E1, p. 20)

Em seguida, foca a importância que o novo Programa (ME, 2007) atribui à utilização de diversos materiais e recursos, como ábacos e calculadoras. No que respeita à calculadora, considera que este Programa nos ajuda a “perceber de que forma podemos utilizá-la” (E1, p. 20). Menciona, ainda, que existe uma maior valorização das competências transversais, realçando a resolução de problemas e a comunicação matemática, que designa simplesmente por “comunicação”. Os aspetos que Manuel salienta sobre estas competências transversais surgem, de algum modo, interligados,

considerando que o novo Programa (ME, 2007) valoriza os diferentes processos dos alunos na resolução de problemas e a reflexão sobre esses processos:

A valorização das questões das competências... aquelas competências transversais: a resolução de problemas, a comunicação (...) é importante, os alunos refletirem sobre a Matemática, não é só chegar: *Tenho o problema, vou dar uma resposta, não!* É pensar sobre isso, pensar sobre o problema, de que forma é que chegamos, que também há uma outra forma de o fazer. Há várias formas que podem ser eficazes. (E1, p. 21)

Termina a sua análise sobre o novo Programa (ME, 2007), referindo que este oferece ao professor uma maior liberdade de atuação, que justifica pelo facto de ser possível “definir os percursos, não tendo aquela rigidez que tinha o Programa anterior” (E1, p. 21). É interessante observar que apesar de iniciar a sua análise sobre o Programa pelos temas e conteúdos, não se centra apenas neles. Embora de forma sucinta, percorre vários elementos que o constituem, referindo-se aos materiais e recursos, às competências transversais e ao modo como pode ser gerido pelo professor.

O tema Números e Operações: o seu foco é o cálculo mental. Quando na primeira entrevista peço a Manuel para se referir concretamente às mudanças no tema Números e Operações que se podem observar no novo Programa (ME, 2007), salienta novamente a questão do cálculo mental. Depois de uma pausa para pensar, enuncia outros aspetos que considera serem diferentes relativamente ao Programa anterior. Elege o modo como está perspectivada a introdução dos números e o trabalho com as frações. Sem aprofundar o que é que mudou concretamente nestes aspetos, refere apenas que, no que respeita às frações, aposta-se num trabalho simultâneo com o número na sua representação decimal. Acrescenta, em seguida, a preocupação com o desenvolvimento do pensamento algébrico, com as propriedades das operações e com as conexões:

Cálculo mental! Mais... A nível de números e operações estou a tentar lembrar-me... A introdução dos números, frações,... trabalhar a fração associada ao número decimal. (E1, p. 21)

Mais!?... Ainda não é trabalhado muito a nível do 1º ciclo, que é a questão da álgebra, do pensamento algébrico. (...) Agora lembrei-me! O valorizar das propriedades das operações e as conexões. Tudo isso... (E1, p. 22)

Quando iniciámos o projeto, referindo-se à proposta de trabalho em torno dos números e das operações do novo Programa (ME, 2007), Manuel afirma “não tenho nada que me desagrade à partida” (E1, p. 23). Sobre estas mudanças tem uma opinião positiva e, ao justificar algumas delas, acaba por transmitir a sua perspetiva sobre aspetos que se devem valorizar no ensino da Matemática.

Realça como particularmente positivo o trabalho que é proposto em torno das frações, afirmando que “no 1.º ciclo [este tópico] era trabalhado de uma forma muito superficial, com pouco significado para o aluno” (E1, p. 23). Também quando refere que o novo Programa (ME, 2007) aposta no cálculo mental, acaba por dar a opinião sobre o modo como tem sido realizado o trabalho em torno das operações no 1.º ciclo. Afirma que “ao longo dos tempos o cálculo mental não era tão valorizado, o importante era que o aluno soubesse a prática dos algoritmos, da adição, da multiplicação...” (E1, p. 22). Apesar de considerar que o cálculo algorítmico é importante, afirma ser fundamental desenvolver o cálculo mental neste nível de ensino:

(...) [o algoritmo] É importante sim senhor! Mas, é importante também que o aluno interiorize, que tenha estratégias de cálculo e as desenvolva. Nada melhor do que nessa fase inicial que é o 1.º ciclo. (E1, p. 20)

Refere que a ideia de que se deve investir no desenvolvimento do cálculo mental antes de se iniciar o cálculo algorítmico lhe foi transmitida no PFCM, que frequentou em 2007/2008, afirmando que: “tomei consciência da necessidade de trabalhar o cálculo mental na formação e percebi que as coisas iriam mudar. Seria, quase tudo, cálculo mental” (S23, p. 8). Também em algumas sessões de trabalho da equipa, no âmbito de discussões sobre diversos assuntos, mostra considerar que o desenvolvimento do cálculo mental constitui o elemento que melhor caracteriza o novo Programa (ME, 2007), afirmando: “Eu sei que o centro deste Programa é o cálculo mental” (S4, p. 2). Ao prepararmos a sessão para os Encarregados de Educação dos alunos das duas turmas, Manuel volta a manifestar esta visão:

Acho que era importante os pais perceberem a grande diferença entre o Programa que eles [os alunos desta turma] iniciaram e o Programa que está a ser trabalhado. Eu acho que deveria começar por aí, pelas grandes diferenças. O facto de se valorizar muito o cálculo mental. (S27, p. 1)

As perspetivas sobre o novo Programa (ME, 2007) apresentadas por Manuel na última entrevista coincidem, na globalidade, com as que mostrou ter na primeira. Há, no entanto, um aspeto que Manuel salienta e que afirma ter compreendido melhor com o desenrolar do projeto – o facto de nos dois primeiros anos de escolaridade não se ensinar nenhum algoritmo. É algo que, inicialmente, lhe causou alguma estranheza mas que considera fazer sentido:

Não estava à espera, por exemplo, da aprendizagem dos algoritmos tão tarde! Neste momento, entendo e percebo muito bem isso, acho que faz todo o sentido! No início causou-me alguma... estranheza (...) Depois com a leitura do Programa, com a implementação do Programa na sala de aula, acho que não... não é assim tão estranho. (E2, p. 17)

7.2.2 O sentido de número e o seu desenvolvimento

Quando no início do projeto peço a Manuel que tente caracterizar um aluno com ‘bom’ sentido de número, é evidente alguma dificuldade em fazer esta caracterização. Contudo, no seu discurso está presente a ideia de uma compreensão global do número e do estabelecimento de relações entre os números e as operações. Fala também de uma espécie de capacidade de aplicar esses conhecimentos em situações do dia-a-dia, aspeto que parece surgir associado à atribuição de significado aos números e às operações:

É acima de tudo um aluno que compreende globalmente o número e a relação que o número, ou os números, têm com as operações... e percebe de que forma é que isso futuramente lhe possa ser útil... ou de que forma eles se podem adaptar a esse conhecimento global do número e de que forma eles a possam aplicar no seu dia-a-dia. Algo que tenha... que tenha significado para eles. (E1, p. 26)

Relativamente ao modo como perspetiva o desenvolvimento do sentido de número dos alunos, na primeira entrevista, refere a necessidade destes realizarem atividades que sejam ‘significativas’. Esta ideia parece estar ligada à proposta de tarefas que apresentem duas características essenciais – constituírem um desafio e estarem associadas a situações a que os alunos atribuam sentido:

(...) desenvolver atividades que sejam significativas para eles, significativas no aspeto de serem desafios e que sejam também atividades que, de certa forma, eles

se deparam no seu dia-a-dia, que tenham lógica e que tenha sentido e que façam sentido para eles. (E1, p. 26)

É interessante verificar que para Manuel a ideia de ‘atividade significativa’ depende essencialmente do ‘sentido’ que os alunos lhe possam atribuir, estando esta atribuição muito associada a situações que façam parte do seu dia-a-dia.

Na última entrevista, apesar de continuar a mostrar alguma dificuldade em descrever o que é sentido de número, Manuel mostra segurança e facilidade em identificar entre os seus alunos os que considera terem um ‘bom’ sentido de número, afirmando:

Eu penso que, por exemplo, a Ana, o Francisco e o Rui têm um bom sentido de número. (...) são miúdos que conseguem raciocinar por eles. Acabam por olhar para ali e eu vejo de uma maneira, e eles conseguem olhar para o problema ou para a tarefa ou para aquilo que é pedido de uma forma muito própria, e quase sempre as estratégias que utilizam funcionam. (E2, p. 22)

(...) São boas estratégias. Eu penso que é isso. Conseguem estabelecer relações, conseguem fazer esquemas, conseguem arranjar ali uma estratégia. (E2, p. 23)

A justificação que apresenta para a identificação destes alunos inclui a ideia de utilização de estratégias ‘eficazes’ na resolução das tarefas, recorrendo a relações e usando, por vezes, representações que consideram adequadas, como por exemplo esquemas. Sugere também a ideia de que o sentido de número é algo pessoal, na aceção em que cada um terá um olhar diferente para as situações. Continuando a pensar nos alunos que considera terem um ‘bom’ sentido de número, Manuel refere o caso de António. Na sua perspetiva, por ser um aluno muito interessado e trabalhador, terá desenvolvido mais facilmente este aspeto:

O António por ser um aluno muito trabalhador e muito atento, acabou por desenvolver isso ... tem vindo a desenvolver, mas pelo trabalho e pelo esforço. Os outros, porque penso que têm realmente um bom sentido de número. (E2, p. 22)

Esta afirmação levou-me a questioná-lo sobre a eventualidade de Manuel considerar que ter sentido de número é intrínseco, ou seja, algo que é característico da pessoa. O diálogo que estabeleci com Manuel traduz a ideia que, de facto, considera que existem alunos que naturalmente têm o sentido de número mais desenvolvido à partida e que tal se relaciona com uma espécie de facilidade/tendência natural para a Matemática, em particular para os números, assim como também existem alunos com mais propensão

para a Língua Portuguesa. Contudo, quer uns quer outros podem desenvolver o ‘seu’ sentido de número:

Eu: Será que posso subentender que, na sua perspectiva, há pessoas que naturalmente têm um sentido de número mais desenvolvido?

Manuel: Sim!

Eu: Que tem a ver com a pessoa? Estes três alunos têm ali qualquer coisa que lhes facilita...

Manuel: Sim, que precisa de ser aperfeiçoado, trabalhado... Sim! Devo estar aqui a dizer algum disparate!

Eu: Não! (risos)

Manuel: Por exemplo, o caso do Rui que, na área da Língua Portuguesa é um aluno que tem algumas dificuldades, mas nota-se claramente que na Matemática é um aluno... neste aspeto, dos números e operações, que não tem dificuldade!

Eu: Hum, hum.

Manuel: Não tem dificuldade! Acredito que sim! Acredito que alguns meninos... desenvolvessem, não é, o sentido de número. Mas há uns que partem mais à frente do que outros.

(E2, p. 23)

Tal como aconteceu na primeira entrevista, volta a salientar a importância das tarefas para ajudar os alunos a desenvolverem o sentido de número. Contudo, a justificação da importância das tarefas para este desenvolvimento deixa de estar centrada nas seguintes características – serem desafiadoras e permitirem a atribuição de sentido pelos alunos. Manuel passa a referir a importância de serem bem estruturadas, na aceção dos seus objetivos estarem bem definidos e das questões serem pensadas para os desenvolver, sequencialmente:

(...) é o desenvolvimento de tarefas, como nós fizemos aqui. Tarefas que valorizam... que estejam bem estruturadas, com objetivos bem definidos e, de uma forma, não vou dizer sistemática, mas com alguma regularidade, pensadas. Não aparecerem de uma forma que não esteja sequenciada, isso é muito, muito importante! Por exemplo, para os três primeiros alunos, se calhar, não terão tantas dificuldades. Para o António, se não tiver essa sequência, se calhar, teria muito mais dificuldade em desenvolver esse sentido de número. (E2, p. 24)

A ideia de sequenciação das tarefas parece assumir uma grande relevância, principalmente para os alunos que mostram mais dificuldades em lidar com os números e com as operações. Para sustentar esta ideia, volta a referir o caso de António, que é um aluno que apresentava à partida mais dificuldades na aprendizagem da Matemática e, para

quem, na sua perspetiva, foi importante existirem sequências de tarefas para ir desenvolvendo o seu sentido de número.

7.2.3 A atividade de planificar

7.2.3.1 Como a caracteriza e valor que lhe atribui

As planificações anual, mensais e semanais: guiões do trabalho a realizar com os alunos. Para Manuel as planificações anuais, mensais e semanais constituem sobretudo, guiões que permitem organizar a sua prática de sala de aula e controlar temporalmente o trabalho que está a ser realizado:

Acho [as planificações anuais, mensais e semanais] muito importantes, mais que não seja para termos um guião do trabalho que vamos realizar. (...) Temos um guião, temos uma planificação que... Está programado o trabalho que vamos desenvolver. (E1, p. 7)

Refere que, na reunião de Conselho de Ano, para além de se aferirem os conteúdos que já foram trabalhados e os que faltam trabalhar, combinam-se algumas tarefas a realizar em cada mês, afirmando que “trabalhamos as atividades que serão feitas e os objetivos que nos propomos para aquele mês” (E1, p. 9). Considera que estas reuniões constituem também “um momento de troca de experiências: *De que forma poderá resultar melhor? Ou, de que forma o professor pode trabalhar os conceitos?*” (E1, p. 9).

Já a planificação semanal é realizada individualmente, ainda que esporadicamente reúna com os colegas da escola para a conceberem. Estes momentos surgem pela necessidade de “tentar definir quais foram as dificuldades sentidas na área da Matemática e de que forma podemos abordar as atividades e os conceitos” (E1, p. 9). Ao efetuar este tipo de planificação, Manuel tem em conta as dificuldades dos alunos, fazendo os ajustes que considera necessários:

Se aquilo para o qual me propus os alunos não interiorizaram, ou não perceberam, acabo por reforçar na semana seguinte. No entanto, tendo sempre em conta o que foi Programado e pensado em Conselho de Ano a nível da planificação mensal. (E1, p. 7)

Ao logo do projeto, seguiu as mesmas dinâmicas no que respeita às planificações anuais, mensais e semanais e, no final do projeto, parece manter as mesmas perspetivas sobre a função e a importância que atribui a estes tipos de planificação – guiões da prática de sala de aula que permitem organizar o trabalho a realizar com os alunos.

A planificação diária: mais do que um guião, uma forma de ‘antecipar’, ‘estruturar’ e ‘prever’ o trabalho de sala de aula. Quando no início do projeto lhe pergunto se realiza uma planificação diária, Manuel refere que, neste momento, faz o “mais básico possível” (E1, p. 8), dando a entender que a sua planificação diária já terá sido, em tempos, mais detalhada. Explica, de seguida, que nos primeiros anos da profissão fazia uma planificação diária mais completa, no sentido de tentar prever o que iria acontecer em vários momentos da aula. Atualmente, com a experiência de ensino que foi adquirindo, não sente a necessidade de o fazer, optando por construir uma grelha onde coloca as atividades que pensa realizar naquele dia, tendo em conta a área ou áreas que irá trabalhar com os alunos.

Neste momento faço o mais básico possível. Faço uma grelha onde planifico as atividades que são feitas na língua portuguesa, matemática ou estudo do meio ou nas outras áreas. Não o faço de uma forma onde preveja os objetivos ou questões relacionadas com as atividades que são colocadas. Não tão formal como eram feitas ou como deveriam ser. (E1, p. 8)

No início era uma planificação mais rígida onde previa tudo e onde tentava esquematizar quase tudo. Com o tempo acabei por dar lugar ao meu conhecimento e à minha experiência e acabei por não abandonar totalmente, mas pelo menos simplificar a forma como o faço. (E1, p. 9)

Ao descrever o tipo de planificação diária que já realizou no início da sua atividade profissional e a que faz quando começa a participar no projeto, parece entrar numa espécie de contradição quanto ao que poderá constituir uma ‘boa’ planificação diária da sua atividade de sala de aula. Por um lado, classifica a primeira como “mais rígida” (E1, p. 9), por outro lado, olha para a segunda como algo “não tão formal como eram feitas ou como deveriam ser” (E1, p. 8). Na verdade, não existe uma contradição pois, com esta última frase, Manuel quer transmitir a ideia de que sabe o que poderá ser uma planificação diária mais completa e detalhada. Contudo, na fase em que se encontra da sua vida profissional, já não sente a necessidade de a realizar deste modo, acabando, até, por encontrar

desvantagens no tipo de planificação diária que fazia nos primeiros anos de profissão. Clarificando o que entende por “rigidez”, Manuel afirma que “muitas vezes ter esta planificação tão esquematizada, acaba por nos tirar alguma liberdade ou nos inibir de pegar naquilo em que os alunos sabem e seguir por outro caminho” (E1, pp. 8, 9).

A planificação diária que Manuel realiza quando inicia a sua participação no projeto resulta da planificação semanal e corresponde a uma grelha de atividades que, nas suas palavras, funciona como “um guião que nos vai regendo e guiando ao longo da aula” (E1, p. 8). Referindo-se a esta grelha, afirma sentir liberdade de efetuar alterações perante eventuais situações imprevistas ou consoante o que em cada momento da aula considera ser mais adequado fazer.

Contudo, no final do projeto, Manuel parece apresentar algumas diferenças quanto à função que atribui à planificação diária, surgindo novos elementos para descrever a importância que atribui a este tipo de planificação. Encara-a como um modo de ‘antecipar’, ‘estruturar’ e ‘prever’ a sua prática e de tomar consciência dos “objetivos daquela aula ou das atividades” (E2, p. 1) que serão desenvolvidas. Na aula, para além de um ‘guião’ que lhe fornece a ideia de sequencialidade das tarefas que pensa realizar para as várias áreas, encara-a como um suporte da prática que orienta as suas ações tendo em conta o que pensou antecipadamente:

Eu penso que planificar, a própria palavra diz tudo! É estruturar uma aula, é prever, antecipar aquilo que vamos fazer e de certa forma funciona como um guião do nosso trabalho, aquilo que pretendemos desenvolver... É, de certa forma, o arrumar daquilo que vamos trabalhar, e isso é muito importante... Não nos tirando depois, na sala de aula, a liberdade para trabalhar e aprofundar outras coisas que não estão na planificação. (...) O facto de a fazermos, estamos a pensar naquilo que vamos fazer, aquilo que vamos desenvolver, o objetivo daquela aula ou daquela atividade. (...) Planificar funciona como um suporte, e este suporte é um suporte escrito mas é também um suporte ao nível do trabalho de sala de aula. (...) É óbvio que isso [a planificação diária] é muito importante, sem dúvida! Mas depois também é importante, a forma como o professor, na sala de aula, desenvolve esta planificação. Não se pode ficar só por aquilo que é planificado, muitas vezes. Planificamos aquilo que estamos a pensar fazer, no entanto, ao longo da aula vão surgindo outras questões que é importante também trabalhar e desenvolver. E, muitas vezes, isso não surge na nossa planificação. Mas é muito importante planificar a atividade, sem dúvida! (E2, p. 1)

Para além do valor e dos papéis que confere à planificação diária no final da realização deste projeto, este excerto revela também a importância que atribui ao modo como o professor coloca em prática essa planificação, podendo alterá-la mediante as situações que vão surgindo na sala de aula.

7.2.3.2 Materiais a que costuma recorrer

No início do projeto, Manuel afirma que para planificar o trabalho a realizar na sala de aula, costuma recorrer a diferentes materiais, consoante o tipo de planificação que realiza. Encara o Programa como um ‘guião’ que orienta os tópicos que têm de ser lecionados ao longo do ano, recorrendo a este documento para apoiar o trabalho de planificação anual, mensal e semanal, explicitando que: “[na planificação] diária, acabo por não utilizá-lo de uma forma muito direta” (E1, p. 8). Com esta afirmação, parece transmitir a ideia de que não sente a necessidade de consultar o Programa para realizar a planificação diária, uma vez que já tem uma perspetiva dos tópicos que vai trabalhar com os alunos.

No que respeita à área da Matemática, para selecionar ou construir tarefas, é comum recorrer a manuais escolares. Em particular, o manual adotado tem constituído uma fonte importante das tarefas para os alunos, apesar de não se cingir, apenas, às propostas nele contidas. Efetivamente, ao referir-se ao valor que atribui aos manuais adotados, menciona que apesar de estes estarem muito presentes na sua prática letiva, por vezes, sente a necessidade de procurar outras propostas de trabalho para os alunos, afirmando que “nós seguimos muito o nosso manual, mas não significa que não possamos ir mais além” (S28, p. 6).

No entanto, existem tópicos que assume não ter trabalhado de determinada forma, por não ter encontrado no manual adotado opções compatíveis. Por exemplo, quando na primeira sessão fala de aspetos que são valorizados no novo Programa (ME, 2007) no tema Números e Operações, salienta a importância do trabalho com a reta numérica, principalmente para os dois primeiros anos. Foi algo com que teve os primeiros contactos durante a sua participação no PFCM, mas que assume não ter introduzido nas suas aulas.

Apresenta como justificação de não o ter feito, o facto de os manuais adotados daqueles anos de escolaridade não incluírem o uso da reta numérica:

Eu acho, outro dos aspetos, é a questão de trabalhar a reta numérica, e isso, eu falo por mim, demos na formação. A nível de primeiro ano foi trabalhado mas é algo que eu não utilizo muito, não desenvolvo muito e isso, se calhar, era importante trabalhar. Ver de que forma se pode utilizar a reta numérica e de que forma ela pode ser útil no cálculo mental e não só. (...) Acabamos por estar tão presos muitas vezes àquilo que temos [no manual] e ao tipo de trabalho que é sugerido no manual... e acabamos por fazer. (S1, p. 6)

Por vezes, analisa também outros manuais do mesmo ano de escolaridade para tentar perceber como é que determinado conceito pode ser desenvolvido. Pontualmente, usa a internet onde pesquisa modos diferentes de abordagem de determinados conceitos. Depois de comparar as diferentes abordagens, escolhe a que lhe parece ser a mais indicada, tendo em conta a sua turma:

Tenho o manual que o aluno utiliza, mas depois tenho outros manuais. E tento sempre trabalhar num conceito e tento perceber a forma como cada manual trabalha e as sugestões que são dadas. (...) E, na internet, pesquiso e tento perceber as formas de [abordagem] de novos conceitos e depois adapto-as à minha turma. (E1, p. 11)

Como já foi referido, as reuniões de Conselho de Ano constituem momentos em que para além de efetuarem a planificação anual e as planificações mensais, há troca de experiências e de tarefas entre os vários professores. Manuel menciona que, por vezes, também utiliza ou adapta estas tarefas. Para adaptar ou construir tarefas, afirma que o que aprendeu com a sua própria experiência, o que retira do relato das experiências dos outros colegas e a leitura de diversos documentos constituem os aspetos que o ajudam a tomar decisões sobre as tarefas a propor aos alunos:

Tentamos perceber a forma mais eficaz, com tempo, acabamos por perceber que, se trabalhássemos de outra forma ou com outro material, ou se tivéssemos ido diretamente aquela atividade para trabalhar este conceito, acabávamos por perceber que conseguíamos. A experiência, aquilo que lemos, os manuais, aquilo que os colegas, de certa forma, trabalham e os frutos das suas experiências acabam por me inspirar. (E1, p. 10)

Manuel manifesta uma atitude reflexiva sobre as opções que tem vindo a fazer ao longo do tempo, no que respeita à seleção ou construção de tarefas. Quando fala em basear-se na sua experiência, refere que se vai questionando sobre a melhor forma de abordar um determinado conceito e sobre os materiais que se vão mostrando mais adequados. A sua experiência parece, assim, constituir um elemento de mudança e de melhoramento da sua prática de seleção/construção de tarefas e não como um fator de repetição dessa prática.

7.2.4 Síntese

Manuel revela uma opinião positiva acerca do PMEB (ME, 2007). Apesar de ser um Programa com que nunca trabalhou, identifica no início do projeto alguns aspetos que nele são valorizados. Para além da importância dada à utilização de diversos materiais e recursos, menciona uma maior atenção ao desenvolvimento de capacidades transversais, das quais destaca a resolução de problemas e a comunicação matemática. Relativamente aos tópicos matemáticos, e comparando com o Programa anterior, salienta um maior destaque ao trabalho em torno da organização e tratamento de dados e ao desenvolvimento do cálculo mental.

Quando se refere especificamente ao tema Números e Operações, identifica um conjunto de aspetos que, na sua perspetiva, são modificados com este novo Programa, nomeadamente o modo como é perspetivada a introdução dos números e o maior destaque ao trabalho com as frações, ao pensamento algébrico, às propriedades das operações e às conexões matemáticas. Mas a grande diferença salientada por Manuel neste tema é a valorização que é dada ao desenvolvimento do cálculo mental, chegando a afirmar que este constitui o ‘centro’ deste Programa.

A expressão ‘sentido de número’ não é utilizada por Manuel para caracterizar o Programa no que se refere ao trabalho em torno dos números e operações. Aliás, esta é uma expressão que surge pontualmente, praticamente só nas entrevistas e a propósito de alguma questão que eu coloque sobre este assunto. Contudo, pode observar-se uma evolução do seu entendimento acerca de sentido de número e de como este se desenvolve.

Um discurso, um pouco confuso, em que sobressai a ideia de que ter um ‘bom’ sentido de número corresponde a atribuir significado aos números, transforma-se num discurso um pouco mais claro, onde se podem identificar outros elementos importantes que permitem caracterizar ‘sentido de número’. Efetivamente, no final do projeto, entende que ter sentido de número inclui a capacidade de utilização de estratégias ‘eficazes’ na resolução de problemas e o uso de relações numéricas e de representações adequadas. Reconhece também a sua dimensão pessoal, considerando que cada um dos alunos possui uma compreensão própria dos números.

Apesar de, desde o início do projeto, Manuel ter reconhecido que as características das tarefas constituem um aspeto importante no desenvolvimento do sentido de número dos alunos, no final do projeto mostra um maior conhecimento acerca dos elementos que contribuem para esse desenvolvimento. Para além de serem tarefas desafiadoras no sentido de envolverem os alunos e de lhes permitirem a atribuição de significado às situações propostas, aspetos que aponta inicialmente como fundamentais no final do projeto, salienta a importância do modo como as tarefas são estruturadas (com objetivos bem definidos e com questões pensadas de acordo com esses objetivos). Para além deste aspeto, valoriza a construção de sequências de tarefas cujos objetivos se inter-relacionem e promovam, de modo sequencial, esse desenvolvimento.

Durante a realização do projeto, e à semelhança do que acontecia anteriormente, o trabalho que realiza na sala de aula tem como suporte as planificações anuais, mensais e semanais. Estas integram as várias áreas disciplinares e constituem para Manuel, sobretudo, guiões que permitem organizar temporalmente os conteúdos a serem trabalhados com os alunos. A planificação anual é realizada numa reunião de Conselho de Ano e é aferida periodicamente ao longo do ano. A planificação mensal é realizada também em Conselho de Ano e constitui uma referência para a elaboração da planificação semanal elaborada por Manuel ou, por vezes, conjuntamente com outros professores da escola que lecionam o mesmo ano de escolaridade.

Manuel refere ainda a realização de uma planificação diária que, antes da sua participação no projeto, assumia a forma de uma grelha que incluía as tarefas a realizar em cada uma das áreas disciplinares naquele dia, bem como, a ordem da sua realização. Com a

sua participação no projeto modifica o valor que atribui à realização deste tipo de planificação e os elementos que dela fazem parte. O seu envolvimento na seleção/construção de tarefas e na elaboração da respetiva ficha com indicações para o professor parece levá-lo a uma maior valorização da planificação diária, por constituir uma forma de antecipar, estruturar e prever a sua prática de sala de aula.

Antes da sua participação no projeto, os manuais escolares constituíam suportes importantes da atividade de planificação semanal e diária de Manuel. Embora seja fundamentalmente nestes materiais que se baseia para fazer escolhas sobre o modo como poderá abordar os conteúdos, recorre também a pesquisas na Internet ou a tarefas propostas por outros colegas. Já no que respeita concretamente às tarefas que propõe aos alunos, é o manual adotado que constitui a sua principal fonte. Como veremos na secção 7.3, durante a participação no projeto, o manual adotado continua a ser um material fundamental para a sua prática letiva, sugerindo frequentemente a integração das propostas do manual nas sequências de tarefas que vão sendo concebidas.

7.3 A conceção das sequências de tarefas

7.3.1 Aspetos que valoriza

A construção de sequências de tarefas constituiu uma novidade para Manuel. Ao longo do projeto, e no que se refere a este tipo de trabalho, após a definição do(s) tópico(s) a serem trabalhados com os alunos, seguia-se uma discussão acerca do(s) objetivo(s) da sequência de tarefas que iríamos construir. Durante estes momentos, ia referindo os aspetos que achava que deviam ser trabalhados com os alunos e ia colocando questões, que visavam perceber o que fazia sentido ser trabalhado em primeiro lugar e o que se lhe deveria seguir. Por exemplo, durante a preparação da primeira sequência de tarefas, que se centra na multiplicação, Manuel pergunta: “em relação à multiplicação, partimos das

tabuadas e passamos depois para as situações problemáticas ou fazemos outro tipo de exploração?” (S5, p. 8).

Quando na última entrevista se refere concretamente à construção de sequências de tarefas, salienta uma ‘maior estruturação’ do trabalho que foi realizado com os alunos. Esta ideia parece resultar, simultaneamente, de ter tido a oportunidade de pensar melhor em cada uma das tarefas, tendo em conta os objetivos do novo Programa (ME, 2007) e o reconhecimento da importância da sua sequenciação:

Aquelas sequências de tarefas, obrigaram-nos a ter alguma regra, não quer dizer que ela não existisse, mas as coisas foram muito mais estruturadas, muito mais pensadas... obrigaram-nos a organizar de forma diferente, não é? (...) Eu penso que foi um suporte para podermos também trabalhar o novo Programa de Matemática. (E2, p. 7)

Também na última entrevista, ao selecionar aquela que na sua opinião terá sido uma ‘boa’ sequência de tarefas, acaba por reforçar a ideia de que o modo como se ordena as tarefas é importante, permitindo aos alunos fazer um caminho baseado na compreensão dos aspetos que estão a trabalhar. Destaca a sequência da multiplicação como sendo aquela que melhor foi ao encontro destas características. Afirma ter sido nesta sequência onde pôde observar uma maior evolução das aprendizagens dos alunos, no que se refere à compreensão e uso de relações numéricas. Liga este aspeto ao facto de, na sua perspetiva, ter sido a “mais pensada” (E2, p. 8), pela possibilidade da equipa de trabalho ter tido mais tempo para a conceber e discutir:

Qual é que resultou melhor? Eu acho que foi a sequência da multiplicação! Porque acho que foi aquela que, se calhar, foi mais pensada! (...) No 2º ano, as tabuadas eram trabalhadas de uma forma diferente. Trabalhava-se a adição sucessiva e passávamos logo para a fase da memorização. Portanto, havia ali uma compreensão mas era uma compreensão inicial, passávamos logo para a fase da memorização, porque isso era, e continua a ser, o objetivo final. Eles com estas atividades passaram a construir as tabuadas. Antes houve um trabalho também das cadeias numéricas, das relações entre os números onde eles começaram a trabalhar esta parte da multiplicação. (...) Resolveram situações problemáticas onde aplicaram cada uma das tabuadas que foram construindo e isso de certa forma fez muito mais sentido! Para cada tabuada que ia surgindo, surgiram também cadeias numéricas, surgiram também situações problemáticas onde eles realmente aplicaram tudo aquilo que era o objetivo e no final então passaram à memorização. Isso foi muito importante, acho que resultou muito bem! (...) Acho que foi o momento em que se notou uma grande evolução por parte deles nesse aspeto. (E2, p. 8)

Nesta descrição, Manuel apresenta características da sequência que, na sua opinião, ‘melhor resultou’. O seu discurso realça a possibilidade desta poder permitir aos alunos um caminho de aprendizagem que associa a uma ‘boa’ sequenciação dos objetivos das tarefas. Referindo-se, em particular, à aprendizagem das tabuadas, considera que esta sequência permitiu, numa primeira fase, fazer a sua construção a que se seguiu a sua aplicação, quer em situações problemáticas, quer em cadeias numéricas. A preocupação com a sua memorização, é algo que se mantém relativamente ao trabalho que fazia em torno da tabuada anteriormente, mas, neste caso, surgiu como fruto de um caminho que foi sendo percorrido.

Esta valorização de caminho de aprendizagem sequencial, que na última entrevista surge muito associada ao trabalho em torno da tabuada, é também evidente em algumas sessões, quando Manuel reflete sobre a exploração das tarefas. Ao analisar as produções dos alunos, frequentemente encontra na sequenciação das tarefas os motivos da eventual evolução das suas estratégias. Por exemplo, na reflexão sobre a tarefa 3.3 – Embalagens de garrafas de água (anexo 6), afirma que as estratégias utilizadas pelos alunos nesta tarefa caracterizam-se essencialmente por procedimentos multiplicativos, não existindo alunos que optem por procedimentos aditivos ou por contagens diretas dos objetos da imagem:

As tarefas anteriores, neste caso, a tarefa dos ovos, a dos azulejos... facilitou-lhes imenso a resolução desta aqui. (...) Muitos utilizaram a multiplicação retangular, viram o número de caixas da coluna, viram o número de caixas da linha e multiplicaram. Outros, fizeram mentalmente o número de garrafas, 6×12 , e depois multiplicaram pelo número de caixas, 5×12 . Não sentiram dificuldades. Estratégias aditivas, ninguém utilizou. E também, estarem aqui a contar garrafas uma a uma ou duas a duas, ninguém fez. (...) Ao longo destas tarefas, eu sinto que há uma coisa que eles têm melhorado. Eles vão vendo que nada aparece de novo. Tem a ver sempre com aquilo que têm feito anteriormente (...). Eles tentam recorrer-se daquilo que já fizeram porque, há sempre, ou quase sempre, uma ligação. (S19, p. 1)

Manuel atribui ao trabalho desenvolvido nas tarefas anteriores e à interligação que existe entre elas, a evolução que observa nos procedimentos dos alunos. Refere, inclusive, que sente que os próprios alunos se apercebem desta ligação entre as tarefas e que, de alguma maneira, a usam para evoluir no modo como as resolvem.

Também mostrou valorizar a importância de se incluírem tarefas que, de algum modo, retomassem e relacionassem os aspetos que tinham sido trabalhados com os alunos durante um determinado período de tempo. As tarefas com estas características eram normalmente aquelas que estavam pensadas para serem propostas no final de cada uma das sequências numéricas. Por exemplo, referindo-se à tarefa 7.5 – Quadrado da centésima (anexo 6), salienta a sua importância por esta levar os alunos a usar aspetos que já foram abordados, nomeadamente a leitura dos números racionais na sua representação decimal e a relação entre a décima a centésima e a milésima. Parece encarar estas possibilidades como uma forma de ajudar os alunos a ‘arrumar’ aspetos já trabalhados anteriormente:

Mas aqui [tarefa 7.5 – Quadrado da centésima], se trabalharmos a centésima e a milésima, acho que é interessante. (...) Porque, se calhar, a ideia de décima, centésima e milésima fica mais arrumada. (...) O podermos trabalhar a adição. *Adicionar mais uma décima, como é que se faz?* Adicionar uma centésima... Portanto, eu acho que a décima, a centésima está aí muito presente. Não só a leitura porque vamos interpretar essa tabela, mas também a própria noção: é dez vezes maior. (...) E eles ao partirem para aqui já trazem um pouco tudo aquilo que trabalharam anteriormente. (S24, p. 6)

7.3.2 Desafios que se colocam

A construção de sequências de tarefas coloca Manuel perante alguns desafios e preocupações resultantes da necessidade de: (i) integrar as propostas do manual adotado na sequência de tarefas, (ii) alterar a sequência de tarefas mediante a análise da aprendizagem dos alunos e (iii) romper com a sua sequência de ensino habitual.

(i) *A integração de propostas que permitam aprofundar os conceitos: soluções que não encontra no manual adotado*

Como veremos na secção seguinte, no início do projeto, Manuel tem uma perspetiva globalmente positiva acerca do manual que foi adotado para o 3.º ano de escolaridade, considerando que este manual está de acordo com as perspetivas do novo Programa (ME, 2007). Como tal, pode constituir um material de apoio importante na atividade letiva durante o corrente ano, e, portanto, um suporte relevante para o trabalho a desenvolver no âmbito do projeto. No entanto, quando começa a envolver-se na construção de sequências de tarefas, surgem novas perceções sobre este manual, tecendo-lhe algumas

críticas. Uma delas parece resultar, essencialmente, da necessidade de alterar a ordem das tarefas propostas pelo manual, indo ao encontro do *timing* que lhe parece ser adequado para trabalhar determinado tópico. Considera, por exemplo, que tanto o trabalho em torno das tabuadas como dos números racionais surge muito tarde no manual, propondo que se antecipe a abordagem destes tópicos:

A questão dos números racionais não negativos é algo novo para eles. Devíamos começar mais cedo. A divisão também. Podíamos antecipar. (...) Para quem trabalhou no segundo ano a tabuada do 6, a tabuada do 7 estar na página 84 é muito para a frente. (S5, p. 5)

Também na 28.^a sessão de trabalho da equipa, quando reflete sobre a sequência de tarefas que construímos para trabalhar os números na representação decimal, associados a contextos de medida, acaba por criticar o manual adotado por não abordar determinados tópicos que, na sua perspetiva, deveriam ser integrados no 3.^o ano de escolaridade. Refere-se, por exemplo, à ausência de tarefas que permitam avançar mais na aprendizagem das unidades de medida, não incluindo o trabalho com os múltiplos e com os submúltiplos das unidades de capacidade (ver a discussão da equipa sobre este aspeto na subsecção 7.3.2).

No seu discurso, é ainda evidente o apelo às suas experiências anteriores, considerando mais adequado o *timing* e o modo como anteriormente trabalhava as unidades de medida. No entanto, tal não representa uma crítica ao novo Programa (ME, 2007), porque reconhece que a elaboração de um manual corresponde sempre a uma interpretação possível do Programa e que haverá outros manuais que terão outra interpretação em termos da distribuição dos conteúdos nos 3.^o e 4.^o anos:

O facto de o Programa estar feito em 1.^o e 2.^o ano e 3.^o e 4.^o... esta editora interpreta de uma maneira. Fez o manual em função da sua interpretação. Há outras editoras, por exemplo, que acham que ... vamos imaginar, que os submúltiplos devem de aparecer no 3.^o ano e os múltiplos no 4.^o ano. (S28, pp. 6, 7)

Pelo que foi exposto, Manuel parece desenvolver uma relação dicotómica com o manual adotado, à medida que tem de trabalhar com ele. Por um lado, considera que está concebido de acordo com as perspetivas de ensino da Matemática veiculadas pelo novo Programa (ME, 2007) e, portanto, muito próximas das que estão subjacentes às tarefas que vamos seleccionando ou construindo. Por outro lado, reivindica o facto de este manual

incluir a abordagem de alguns tópicos tardiamente e de não permitir abordar e/ou aprofundar alguns aspetos que, na sua opinião, deveriam ser lecionados no 3.º ano de escolaridade.

(ii) *A alteração da sequência de tarefas prevista e a análise da aprendizagem dos alunos*

As sequências de tarefas previstas inicialmente foram sofrendo algumas alterações à medida que as respetivas tarefas iam sendo exploradas com os alunos. Em algumas situações, Manuel sugere ou questiona a eventual inclusão de novas tarefas, resultante da análise que faz da aprendizagem dos alunos. Desta análise sobressaem duas preocupações – o não surgimento de algumas estratégias de resolução na realização das tarefas que tinham sido propostas e as dificuldades manifestadas pelos alunos.

Ao ter uma perceção global das estratégias utilizadas pelos alunos através da análise das suas produções, Manuel preocupa-se com o facto de algumas das estratégias que tínhamos antecipado não terem surgido na sua turma. Por exemplo, no que respeita à sexta sequência, ao analisar a resolução do segundo problema da tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos (anexo 6), que é um problema de divisão ao qual está associado o sentido de medida, observa que os seus alunos nunca recorreram a subtrações sucessivas, estratégia que consta dos ‘possíveis caminhos a seguir pelos alunos’. Simultaneamente, apercebe-se que alguns dos alunos da turma da Maria José terão optado por seguir esta estratégia. Manuel mostra-se preocupado com esta situação, na medida em que se questiona até que ponto era importante ter surgido esta estratégia na sua turma, revelando dúvidas quanto ao caminho que deverá seguir futuramente:

É engraçado, os meus... ninguém fez. Isto é uma questão: Quando iniciámos a multiplicação havia a questão da adição ... e depois a multiplicação. Eu agora olho para a minha turma e vejo: ninguém pegou nisto, ninguém fez assim (aponta para as subtrações sucessivas das produções da Maria José). Vale a pena insistir para eles perceberem que esta é mais uma ferramenta? Ou passo esta etapa? Como eu quero ir para a divisão e sendo que a multiplicação é a base para a divisão, a minha questão é só esta: Isto aqui é importante para eles? Passarem por esta fase? É que é uma fase anterior a esta da multiplicação. (S22, p. 1)

Reconhece que as estratégias usadas pelos seus alunos envolvem procedimentos que correspondem a uma fase mais avançada do caminho traçado para a aprendizagem da

divisão, dado que resolveram o problema através do uso da operação multiplicação. Apesar deste reconhecimento, fica apreensivo pelo facto de os seus alunos não terem a oportunidade de observar que um problema com estas características pode ser resolvido através de subtrações sucessivas, constituindo mais uma “ferramenta para os alunos” (S22, p. 1). Na sequência da verbalização desta preocupação, refere que ele e a Maria José estiveram a analisar o manual adotado e verificaram que incluiu problemas do mesmo tipo do segundo problema da tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos (anexo 6). Manuel sugere a inclusão destes problemas na sequência de tarefas, não só porque são problemas do mesmo tipo, mas também porque lhes permitiria usar mais o manual adotado:

Nós em relação à divisão estivemos a ver e acho... é assim, o nosso manual temos que pegar nele e tem a questão da divisão tal como nós estamos a trabalhar. Nós temos aqui muitos exemplos que podemos fazer! (S22, p. 1)

Mediante a reação diferente por parte das duas turmas à tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos, questiono Manuel sobre a eventualidade de pensarmos numa tarefa diferente para a sua turma, mas este considera que o mesmo trabalho pode e deve ser feito nas duas turmas:

Manuel: Não, eu acho que eles não perdem nada fazer. Acima de tudo porque sugere que eles resolvam este problema a partir destas duas estratégias. A partir do momento que eles têm no manual este problema, há a resolução do problema que tem duas estratégias diferentes. Eles depois são levados a perceber como é a estratégia do Bernardo e a do Rui (personagens do enunciado da tarefa).

Eu: Repare que há aqui três!

Manuel: Sim, depois há uma terceira. Ficam a saber que há outras estratégias e perante outra situação poderão utilizá-la. Assim é-lhes dada a possibilidade deles escolherem a que melhor se adequa ou aquela que eles melhor sabem aplicar.

(S22, p. 5)

Ao propor a introdução das tarefas do manual adotado, na sequência inicialmente prevista, Manuel está a resolver dois problemas. Por um lado, estas tarefas terão a vantagem de mostrar aos seus alunos a possibilidade do uso desta estratégia. Por outro lado, permitirá, mais uma vez, usar o manual na sala de aula que, como vimos no ponto anterior, é uma das suas preocupações.

A perceção que Manuel tem das dificuldades reveladas pelos alunos na resolução de uma determinada tarefa, leva-o também a propor que se inclua uma outra, ‘do mesmo

género', para que os alunos possam repetir o mesmo tipo de trabalho. Foi o que aconteceu, por exemplo, na mesma sequência de tarefas anteriormente referida. Após a reflexão sobre a tarefa 6.3 (situações problemáticas retiradas do manual adotado), considera que os alunos sentiram algumas dificuldades na sua resolução, pelo facto de esta tarefa envolver números maiores que a que tinha sido proposta anteriormente, levando-os a recorrer a processos de tentativa/erro através de produtos da tabuada do 6 já conhecidos. Neste sentido, sugere que se realize uma outra tarefa semelhante, mantendo inclusive a grandeza dos números envolvidos:

Portanto, o problema era: *Existiam 192 lápis no total e cada caixa tinha 6*. Pretendia-se saber quantas caixas existiam. Eu senti que tiveram dificuldades. O facto de ser um número grande e não estar ali naquela tabuada levou-os... *E agora como é que eu faço?* Então foram por tentativa erro ou por tabela. Mas, a tentativa erro... acho que essa é que é a dificuldade deles, eles não vão registando e depois perdem-se. (S23, p. 2)

Acho que fazemos mais uma tarefa destas e não passar muito deste número [aponta para o 192]. O facto de ser um número muito grande, eles andam ali um pouco por tentativa erro. (...) Acho que devíamos continuar aqui dentro deste universo. (S23, p. 6)

(iii) *A sequência 'habitual' de ensino e as sequências de aprendizagem concebidas no projeto*

Durante a conceção das várias sequências de tarefas, Manuel sempre mostrou uma grande abertura e interesse em compreender e em adotar novas formas de abordagem dos conteúdos, reconhecendo a importância dos objetivos que lhes estavam subjacentes. Contudo, existem situações em que manifesta e, por vezes, verbaliza algum conflito, em romper com uma sequência de ensino a que estava habituado, em função de uma 'nova' sequência de ensino veiculada pelos materiais que apoiam a preparação do trabalho a realizar com os alunos. Estes conflitos manifestam-se em dois momentos: na delineação do caminho para o ensino do algoritmo da divisão e na preparação e a reformulação da sequência de tarefas sobre os números racionais na sua representação decimal. Pela especificidade dos conflitos evidenciados em cada uma destas situações, descrevo-as e analiso-as, em seguida, em separado.

Que caminho adotar para o ensino do algoritmo da divisão? A decisão de não ensinar o algoritmo da divisão, de acordo com as sugestões do novo Programa (ME, 2007),

surgiu na sessão de trabalho da equipa em que estávamos a preparar a sessão para os Encarregados de Educação (27.^a sessão). Para esta sessão de trabalho, levei como material de apoio um conjunto de slides sobre a aprendizagem dos algoritmos que tinham sido apresentados num curso de Formação de Acompanhantes do PMEB (ME, 2007). Depois de eu mostrar o conjunto de slides e de tecer algumas considerações sobre eles, Manuel revela dúvidas quanto ao caminho que deverá seguir. Por um lado, considera que o modo de ensinar o algoritmo da divisão proposto no novo Programa (ME, 2007) é mais adequado, porque apela à compreensão dos alunos. Por outro lado, pensando que o percurso de aprendizagem dos outros algoritmos nos dois anos anteriores foi feito usando os dígitos e não os números, considera que seguir as sugestões do novo Programa (ME, 2007) para o ensino do algoritmo da divisão poderá criar alguma conflitualidade e inconsistência no percurso de aprendizagem quando se pensa no conjunto dos quatro algoritmos:

Manuel: Isso que diz e muito bem, para os alunos que vão trabalhando o número e não o algarismo em si, faz todo o sentido. Mas nós trabalhámos o algoritmo da adição enquanto dígito, a subtração enquanto dígito e a multiplicação enquanto dígitos. É óbvio que neste período que tivemos cá a Professora Catarina, acabámos por desenvolver o cálculo mental. (...) Agora, não sei até que ponto pegar na divisão desta maneira.... Mas, depois é assim, nós temos aqui uma questão: Se vamos falar aos pais desta maneira temos de trabalhar desta maneira.

Eu: Claro, mas isso é que eu ainda não tinha percebido.

Maria José: Se vamos falar depois não podemos fazer como fazíamos.

Eu: Claro. Concordo.

Manuel: Nós temos sempre muitos medos, não é?

(S27, p. 8)

É na preparação da sessão para os Encarregados de Educação que me apercebo que, tanto o Manuel como Maria José teriam decidido não seguir as sugestões para a aprendizagem do algoritmo da divisão veiculada pelo novo Programa (ME, 2007). Manuel parece mostrar-se satisfeito com o trabalho efetuado até este momento no que se refere à operação divisão. Referindo-se ao slide representado na Figura 7.1, afirma que já realizou uma parte do trabalho relacionado com a aprendizagem da operação divisão, dado que propôs tarefas que permitem desenvolver o cálculo mental envolvendo esta operação, aspeto que, como vimos, é bastante valorizado por este professor.

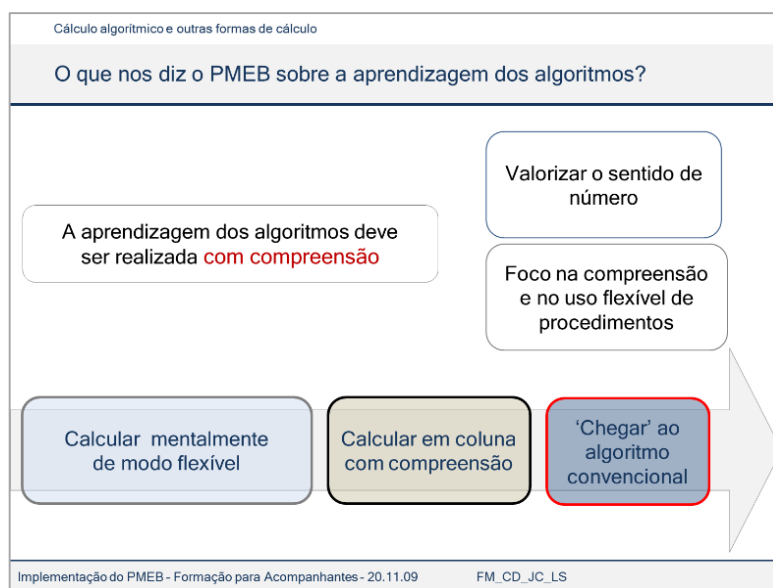


Figura 7.1 - Slide discutido na sessão 27

Considera que será melhor não passar pela fase intermédia que, no mesmo esquema, corresponde a 'calcular em coluna com compreensão' e a justificação que apresenta para esta opção, prende-se com o facto de os alunos terem feito um percurso diferente na aprendizagem dos outros algoritmos:

Manuel: Nós temos falado algumas vezes sobre o algoritmo da divisão, e reconhecemos a importância da sua compreensão, mas estamos numa fase que em que se calhar vamos saltar. Não vamos saltar porque a parte inicial já...

Maria José: Já foi feita.

Manuel: Se calhar vamos saltar daqui [primeira caixa representada na seta do slide] para...

Eu: Para o último [última caixa representada na seta do slide]?

Maria José: Sim, para a parte final.

Manuel: É uma questão de segurança, é uma questão de, se calhar, há todo um trabalho que foi feito, mas já foi feito tarde e se calhar olhando para a minha turma e vendo realmente aquilo que eles... Por exemplo, nós começámos a trabalhar a questão da divisão e, pensávamos nós, que iam aparecer muitas subtrações sucessivas e eles nunca partiram para aí para essa ideia (...) Eu acho que se eu trabalhar assim [aponta para o percurso representado na seta do slide], eu tenho quase a certeza que eles também vão chegar lá e não tenho dúvidas (...). Mas, também, acho que se saltarmos logo para aqui [última caixa representada na seta do slide] eles também chegam lá. Aí está, não têm uma compreensão mas eles nunca tiveram desde o início. Nunca foi trabalhado como deveria ter sido.

(S27, p. 9)

Para além de manifestar uma certa preocupação com a consistência global dos processos de aprendizagem dos algoritmos e, lembrando a situação descrita no ponto anterior (a não utilização por parte dos alunos de subtrações sucessivas), deixa transparecer

algum receio no que respeita ao modo como os alunos poderão reagir a este ‘novo’ método. Estes últimos dois excertos traduzem uma certa consciência sobre o medo e a insegurança de avançar para algo que é diferente e que se ligam a esta apreensão. Apoiando-se nas suas experiências anteriores, afirma que se sente mais seguro em seguir um método de ensino que, *a priori*, sabe que resulta do ponto de vista da aprendizagem dos alunos:

Manuel: Nós somos sempre muito resistentes à mudança, sempre. Os professores...

Eu: Eu por acaso até nem acho, eu acho...

Manuel: Quando eu digo mudança acho que tem a ver com a segurança, e não só. Eu não tenho muita experiência ainda mas, nós vamos adquirindo uma coisa muito importante que é sabemos aquilo que resulta. Não quer dizer que seja a fórmula, mas sabemos que desta maneira resulta. Se desta maneira resulta (...)

(S27, p. 11)

Manuel parece, assim, optar por um método de ensino no qual se sente mais seguro, no sentido de que já conhece as reações dos alunos e em que sabe que os resultados têm sido positivos. Estes argumentos acabam por se sobrepor à ideia de utilizar uma abordagem que, ele próprio, reconhece potenciar a compreensão.

A preparação e reformulação da sequência de tarefas sobre os números racionais na representação decimal. Tendo em conta o pouco tempo que tínhamos disponível para pensar nesta sequência, as tarefas incluídas no *site* do PFCM da equipa de Setúbal, chamaram a atenção da equipa e acabaram por constituir uma forte inspiração para o trabalho que se propôs aos alunos em torno deste tópico. Efetivamente, estes materiais sugerem um caminho de aprendizagem para abordar os números racionais na sua representação decimal, apresenta um conjunto de tarefas sequenciadas e explicita indicações para o professor, associadas a cada uma dessas tarefas. Do trabalho da equipa resulta uma sequência de tarefas prevista (sequência 7), muito próxima da que é proposta nesses materiais. Na 24.^a sessão, que se realizou imediatamente após a exploração da primeira tarefa desta sequência, a tarefa 7.1 – O homem mais alto do mundo (anexo 6), ao refletir sobre esta aula, Manuel sugere que se incluía a seguir uma tarefa do manual adotado. Esta última tarefa é composta por um conjunto de questões que propõe ao aluno o trabalho em torno da conversão das medidas de comprimento, incluindo apenas os submúltiplos do metro.

Na discussão acerca da sequência de tarefas sobre os números racionais na sua representação decimal, Manuel refere que esta sequência “faz todo o sentido” (S28, p. 7), por ter sido construída com contextos associados às medidas de grandeza. Contudo, revela algum desconforto pelo facto de esta não ter sido aproveitada para, simultaneamente, ir trabalhando com os alunos os submúltiplos de cada uma das grandezas inerentes a esses contextos:

Eu acho que foi importante introduzir primeiro diferentes contextos onde eles pudessem trabalhar os números decimais. (...) Mas é importante também arrumar as coisas. Fiquei com a sensação que fizemos aqui uma cadeia de números decimais onde trabalhámos medidas de comprimento, medidas de capacidade, medidas de ... Faltou aqui o momento de consolidar... Já que estamos aqui a falar de medidas de comprimento, se calhar, temos que consolidar também isso. É um pouco essa ideia. (S28, p. 5)

Assume, em seguida, que a sua participação no projeto influenciou as suas opções no que respeita ao trabalho com as grandezas. Mais concretamente, e na linha do que foi evidenciado no ponto anterior, considera que no 3.º ano os alunos devem aprender, pelo menos, os submúltiplos das medidas de grandeza, opção que teria tomado, caso não estivesse envolvido neste projeto:

Manuel: Agora vou fazer uma provocação. Eu acho que pelo facto de estarmos a trabalhar aqui também nos pôs um travão em relação a algumas coisas. Fomos fazendo as coisas de uma forma mais pensada (...). Agora, de certeza que os submúltiplos de medidas de capacidade... teríamos trabalhado. Se calhar, os submúltiplos das medidas de peso ou massa também. Mas isso deu-nos tempo para trabalharmos outras coisas que também são muito importantes. Mas já que estamos a seguir esta sequência vamos segui-la até ao fim.

Eu: Então, pelo que estou a perceber do que o Manuel está a dizer, é que se não estivesse integrado neste projeto e se não conhecesse esta cadeia de decimais, os vossos alunos teriam dado os submúltiplos de todas essas medidas de que nós falámos aqui.

Manuel e Maria José: Sim.

Eu: Mas vocês aí estariam preocupados com o tema Medidas. A aprendizagem do número decimal seria feita de uma forma...

Manuel: Diferente. (...)

Eu: Ou seja, seguir esta ideia de cadeia de decimais...

Manuel: Que faz todo o sentido, com contextos próprios.

Eu: Mas, ao mesmo tempo, com momentos de sistematização das medidas para arrumar a casa?

Manuel: Exato!

(S28, pp. 6, 7)

É interessante observar que Manuel parece considerar adequadas as tarefas propostas para trabalhar os números racionais na sua representação decimal. Todavia, tendo em conta a sua perspetiva sobre o *timing* adequado para a abordagem dos submúltiplos das várias grandezas, efetivamente, o que parece ter sentido falta foi da inclusão de outras tarefas na sequência inicialmente pensada. Estas permitir-lhe-iam desenvolver e ‘arrumar’ o trabalho com os submúltiplos, tal como se optou por fazer no caso das medidas de comprimento. Na última entrevista volta a reforçar esta ideia, quando selecciona esta sequência de tarefas como sendo a que, na sua perspetiva, menos resultou:

Esta última sequência, a dos números decimais, pela complexidade do próprio número decimal,... pelas diversas atividades que poderiam daí surgir, eu penso que não resultou tão bem! Também pelo momento em que ela acontece não é? É no final ... já existe também algum cansaço por parte dos alunos. (...) Acho que, nós inclusive, já falámos aqui na última sessão, que podíamos ter criado momentos, ao longo desta sequência, para ir aprofundando outros conteúdos. Quando eu digo aprofundado é trabalhar mais. Sistematizar era importante! (E2, p. 8)

Esta situação leva-me a questionar acerca dos motivos pelos quais Manuel não terá trazido esta sugestão para as sessões em que fomos refletindo sobre as outras tarefas da referida sequência. Quando afirma no excerto anterior que “Mas já que estamos a seguir esta sequência, vamos segui-la até ao fim” (S28, p. 6), parece dar a ideia que há uma tomada de consciência sobre a necessidade que sente de introduzir tarefas que permitam trabalhar e sistematizar todos os submúltiplos das grandezas envolvidas nas tarefas. O facto de não o ter verbalizado, levou-me a considerar a possibilidade de Manuel não se sentir à-vontade para sugerir muitas alterações numa sequência de tarefas que estava a ser inspirada noutra, proposta pela equipa do PFCM da Escola Superior de Educação de Setúbal.

Contudo, esta suposição perde força quando penso no modo como, noutras ocasiões, justificou a inclusão de tarefas nas sequências inicialmente previstas e a forma veemente com que defendeu e argumentou a sua opção de não seguir a sugestão do novo Programa (ME, 2007) no que respeita ao trabalho com o algoritmo da divisão. Pensando que esta é uma opinião que Manuel apenas transmite praticamente no final da exploração desta sequência de tarefas, leva-me a indagar sobre a possibilidade de esta ideia ter sido fruto da reflexão, *a posteriori*, sobre o trabalho realizado nesta sequência. Provavelmente,

alimentada pela sua experiência anterior relativa ao modo como costumava abordar as grandezas e medidas.

7.3.3 A conceção de sequências de tarefas numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número

Ao envolver-se na conceção de sequências de tarefas, embora muito pontualmente, identificam-se dois aspetos relacionados com o desenvolvimento do sentido de número que são valorizados por Manuel: a *consciencialização da existência de múltiplas estratégias* e o *uso de representações e/ou métodos eficazes*.

Efetivamente, nos momentos de decisão acerca da sequenciação das tarefas, Manuel revelou preocupações com a diversidade de estratégias que os alunos iam usando, ou que iam tendo oportunidade de observar a partir da exploração das tarefas de uma determinada sequência. Por exemplo, após a realização da tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos (anexo 6), pondera a possibilidade de se incluir uma ‘nova’ tarefa na sequência de tarefas inicialmente prevista (sequência 6). Um dos motivos que o levam a colocar esta hipótese, prende-se com o facto de não ter surgido nenhuma estratégia na resolução da tarefa 6.1, que incluísse o recurso a subtrações sucessivas (ver subsecção 7.3.2, item (ii)). Considera importante que esta estratégia faça parte do conjunto das que os seus alunos deverão ter ‘disponíveis’ para resolverem problemas idênticos, pelo que, a inclusão de uma tarefa ‘do mesmo género’, envolvendo números com a mesma grandeza, constitui a solução apontada por Manuel para resolver este problema.

Relativamente ao uso de representações e/ou métodos eficazes, como vimos, quando se refere ao valor que atribui à conceção de sequências, salienta a sua relação com a aprendizagem dos alunos, e, em particular, realça a evolução que pôde observar nos procedimentos de cálculo utilizados pelos seus alunos (ver subsecção 7.3.1). É interessante observar que, na sua opinião, os próprios alunos ‘usam’ a sequenciação das tarefas para irem aperfeiçoando as estratégias a que recorrem, parecendo reconhecer a sua articulação.

7.3.4 Síntese

Ao refletir sobre a construção de sequências de tarefas, os aspetos que Manuel valoriza surgem associados a duas dimensões: ao seu trabalho enquanto professor e aos efeitos na aprendizagem dos alunos. No que respeita à primeira, Manuel considera que conceber sequências de tarefas permite uma maior ‘estruturação’ do trabalho a realizar. Enquanto professor parece sentir uma melhor clareza dos objetivos do trabalho que está a realizar e do caminho que pretende percorrer com os seus alunos na abordagem do tema Números e Operações. A segunda dimensão surge associada à primeira, na medida em que considera que esta ‘estruturação’ do trabalho a realizar permite aos alunos efetuarem um percurso de aprendizagem sequencial e interligado. Na sua perspetiva, este percurso facilita a compreensão dos conceitos e contribui para a evolução dos procedimentos dos alunos na resolução de problemas numéricos e das estratégias de cálculo utilizadas. Para Manuel, esta relação e sequenciação das tarefas são sentidas pelos próprios alunos, permitindo que as tarefas anteriores funcionem como uma espécie de suporte do trabalho que realizam na tarefa seguinte.

Apesar de considerar importante preparar o trabalho a realizar com os alunos tendo por base a construção de sequências de tarefas, ao longo do projeto, este processo confrontou-o com alguns desafios. Um deles relaciona-se com o constante esforço que revelou em ‘casar’ harmoniosamente as propostas do manual e as outras tarefas que íamos concebendo. Manuel evidencia algumas preocupações pelo facto do manual adotado não propor a abordagem de alguns tópicos no *timing* que lhe parece adequado serem trabalhados, havendo, por isso, a necessidade de antecipar a realização de algumas tarefas nele propostas para poderem ser integradas nas sequências. Contudo, o elemento de maior preocupação relativamente ao manual adotado está no facto de este não incluir a abordagem de alguns tópicos que considera que deveriam ser trabalhados e/ou aprofundados no 3.º ano de escolaridade. Estas preocupações levam Manuel a estabelecer uma relação dicotómica com o manual adotado. Se, por um lado, este está de acordo com as perspetivas do novo Programa (ME, 2007) e sobre o qual tem uma visão globalmente

positiva, por outro lado, em alguns aspetos, não está a apoiar a sua prática de uma forma tão completa como inicialmente supôs.

A análise das produções dos alunos parece ter contribuído para uma melhor compreensão do que estes aprendem. Mediante este diagnóstico realizado tarefa a tarefa, mostra algumas preocupações que o conduzem a sugerir alterações nas sequências de tarefas previstas. Estas preocupações prendem-se com o não surgimento de algumas estratégias de resolução que eram expectáveis e que, na sua opinião, eram importantes terem surgido. Mas o facto de estas estratégias serem menos potentes que a maioria das estratégias utilizadas pelos seus alunos, conduz Manuel a sentimentos de ambivalência – entre avançar para a próxima tarefa prevista, ou propor outra que seja propositadamente estruturada para fazer surgir a tal estratégia que ele gostaria de ver discutida na sala de aula. As dificuldades de resolução das tarefas reveladas pelos alunos constituem, provavelmente, o aspeto que mais o preocupa. Para dar resposta a esta situação sugere a introdução de tarefas do mesmo ‘género’, no sentido de os alunos terem mais uma oportunidade de resolverem com sucesso uma situação semelhante.

O rompimento com a sua sequência de ensino habitual, constitui outro desafio. Este sobressai, sobretudo, em dois momentos: quando se tomam decisões sobre o ensino do algoritmo da divisão e na conceção da sequência de tarefas sobre os números racionais na sua representação decimal. Na primeira situação surgem tensões alimentadas pela insegurança de avançar para um método de ensino diferente do que está habituado a seguir. Apesar de reconhecer que o ‘novo’ caminho proposto para a aprendizagem dos algoritmos potencia a sua compreensão, o medo das reações inesperadas dos alunos, por introduzir um método diferente de ensino dos outros algoritmos, associado à convicção oferecida pela sua experiência, de que os alunos aprendem bem este algoritmo pelo método tradicional (algoritmo convencional), conduz Manuel a manter o tipo de trabalho que sempre tem feito em torno dos algoritmos. A segunda situação constitui também uma fonte de tensão, dado que a sequência de tarefas construída para trabalhar os números racionais na sua representação decimal não permitiu abordar com a profundidade que Manuel desejava os submúltiplos das unidades das medidas de grandeza que surgiram nos vários contextos das tarefas. À semelhança do que tem feito nos anos anteriores, parece encarar o trabalho com

estes números muito associado à sua conversão tendo em conta as várias unidades. A não construção de tarefas com estas características e a falta de apoio que sentiu no manual adotado para desenvolver o trabalho que costumava realizar no 3.º ano de escolaridade em torno das várias grandezas de medida, levou-o a considerar que esta sequência de tarefas não terá sido tão bem conseguida quanto as outras.

No que respeita ao desenvolvimento do sentido de número e à sua relação com a conceção de sequências de tarefas distinguem-se dois aspetos. Manuel mostra reconhecer a utilidade da construção de tarefas, de forma sequencial e articulada, na melhoria dos métodos de cálculo utilizados pelos alunos, o que traduz o valor que atribui ao *uso de representações e/ou métodos eficazes*. Revela também preocupação com a diversidade de estratégias que vão surgindo na resolução das tarefas, propondo eventuais alterações nas sequências de tarefas de modo a impulsionar essa diversidade, aspetos que se relacionam com a importância que atribui à *consciencialização da existência de múltiplas estratégias* por parte dos alunos.

7.4 A seleção/construção e preparação das tarefas

7.4.1 Aspetos que valoriza

7.4.1.1 Características das tarefas

O seguinte excerto corresponde à descrição efetuada por Manuel na última entrevista, sobre o que poderá constituir uma ‘boa tarefa’. Alguns dos aspetos que salienta nesta caracterização foram verbalizados logo na primeira entrevista, resultantes quer da sua experiência anterior, quer das primeiras leituras do novo Programa (ME, 2007). Assim, umas parecem basear-se nas preocupações que tem sentido quando seleciona/constrói tarefas ao longo da sua experiência profissional, outras parecem resultar do trabalho que é necessário desenvolver com os alunos para seguir as perspetivas deste Programa. Todavia, é importante mencionar que existem características das tarefas que foi salientando ao longo

das sessões quando, em equipa, se envolvia neste tipo de trabalho, e outras, que explicita apenas na última entrevista.

Uma boa tarefa é...

Eu: De todas as tarefas que estão aí nesse *dossier* e que foram construídas e trabalhadas no âmbito deste projeto, qual selecionaria para dizer: *Aqui está uma boa tarefa que...*

Manuel: A da multiplicação.

Eu: Qual delas?

Manuel: Qualquer uma delas!

Eu: Aquela que... gosta especialmente.

Manuel: Eu gostei de muitas tarefas! Eu acho que esta tarefa dos azulejos... acho que foi uma tarefa muito interessante. Eles depois tiveram que aplicar com, salvo o erro, acho que com o 8 (...). Acho que foi uma tarefa muito interessante para eles. Eles utilizaram diferentes estratégias de cálculo, isso foi muito importante. A dinâmica do trabalho também foi muito proveitosa para eles porque o objetivo final, eu acho, que foi conseguido. Não quer dizer que nas outras... Eu não estou, assim, a lembrar-me de... lembro-me dessa mas posso estar... Eu confesso que houve uma que me deu muito gozo, apesar das dificuldades dos alunos, que foi a do “homem mais alto do mundo”!

Eu: Porquê?

Manuel: Porque acho que foi uma tarefa, que de certa forma quase foi escolhida para introduzir os números decimais, e associado aos números decimais, eles construíram e estiveram diretamente envolvidos na construção do conhecimento, das medidas de comprimento. Isto é, estiveram diretamente envolvidos e foram construindo passo-a-passo as relações entre o metro, entre o centímetro, entre o decímetro e ficámos por aí, depois o milímetro. Isto tudo partindo de uma situação problemática! Algo que lhes despertou muito o interesse, muita curiosidade em perceber realmente quem era o homem mais alto do mundo e partindo desse problema eles também tiveram que construir o metro, tiveram de se medir, tiveram de comparar, tiveram de ver. Portanto, foi uma tarefa que os envolveu bastante. Não só a construção dos próprios materiais, como também do objetivo! Não só perceber o número decimal, numa fase inicial, depois eles trabalharem as medidas de comprimento e depois, no final, então, resolverem o dito enigma. Perceberem quem era o homem mais alto e... um tinha 3 algarismos à direita, o outro tinha só 2 (...). Foi realmente uma tarefa muito, muito interessante!

(E2, pp. 9, 10)

Para melhor tentar transmitir o que entende por uma ‘boa tarefa’, sente a necessidade de descrever as características de duas tarefas: tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6) e tarefa 7.1 – O homem mais alto do mundo (anexo 6). Da primeira realça, sobretudo, o facto de ter permitido o uso de diversas estratégias de cálculo. Da segunda, salienta a possibilidade dos alunos se terem envolvido na construção e manipulação de materiais que, para além de terem contribuído para um maior envolvimento e interesse na tarefa, constituiu um aspeto importante na compreensão dos

conceitos. Na sua perspetiva, a construção do metro, do decímetro e do centímetro por parte dos alunos, facilitou o estabelecimento das relações entre estas unidades de medida. Atribui ainda relevância ao contexto desta tarefa, por ter provocado curiosidade.

É importante referir que a descrição acerca do que poderá ser uma ‘boa tarefa’ surge após a sua exploração na sala de aula, pelo que as justificações apresentadas e os aspetos selecionados poderão estar associados ao facto de Manuel considerar que estas tarefas “resultaram bem” (E2, p. 9). Na sua perspetiva, a justificação de uma tarefa ‘resultar bem’, parece ligar-se a dois aspetos: cumprir os objetivos de aprendizagem para a qual foi pensada, despertar o interesse dos alunos e envolve-los na sua resolução.

(i) *Diversificar os contextos das tarefas: uma forma de motivar os alunos*

Na última entrevista, ao refletir sobre aspetos que o professor deve atender quando seleciona/constrói tarefas, Manuel relembra as principais preocupações que tinha quando pensava nas tarefas para propor aos alunos antes de participar neste projeto. Parecendo não efetuar distinção entre atividade e tarefa, afirma que, sobretudo, procurava proporcionar atividades diversificadas aos alunos:

Ao planificar noutras circunstâncias [antes do projeto], é algo que nós estamos mais preocupados com as atividades, com o tipo de atividade que vamos fazer, a diversidade de atividades que vamos fazer... (E2, p. 2)

Quando na primeira entrevista, se refere à necessidade que sente em diversificar tarefas, com algum desagrado assume que “há atividades e tarefas que não conseguimos diversificar” (E1, p. 11 e 12). No discurso que desenvolve a seguir, apesar de considerar que os exercícios são importantes, reconhece que acaba por propor muitas tarefas deste tipo, por nem sempre ter tempo para pensar numa outra forma de trabalhar os conceitos:

Há atividades e tarefas que não conseguimos diversificar ou a que não conseguimos dar outro carisma que motive mais os alunos. Porque no fundo tem que ser assim, acabam por ser tarefas mais diretas, porque há conceitos que não se conseguem trabalhar de outra maneira. Ou que até podem ser trabalhadas de outra forma, mas acabamos por adiar isso. Tarefas que lhes digam algo, tarefas que apelam à sua concentração, à sua motivação ao interiorizar. (E1, pp. 11, 12)

Em vários momentos, menciona também a sua preocupação com os contextos das tarefas. Logo no início do projeto, refere que é importante que as situações que lhe estão

associadas sejam “algo que tenha verdadeiramente significado para eles [os alunos] e que lhes seja próximo” (E1, p. 11). Também ao longo do seu desenvolvimento vai tecendo alguns comentários que salientam a atualidade, a relação com o dia-a-dia, o facto de ir ao encontro das vivências dos alunos e de suscitarem a sua curiosidade, como aspetos que facilitam a atribuição de sentido por parte dos alunos aos contextos das tarefas. Por exemplo, em relação à tarefa 7.4 – Gasolina (anexo 6), afirma gostar da tarefa porque “é muito interessante e muito atual” (S24, p. 5). Quando se refere à tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos (anexo 6), sublinha que “é um contexto que eles conhecem bem” (S20, p. 1). Ao analisar a tarefa 7.3 – Uma pilha de garrafas (anexo 6) diz: “e isto tem a ver com o dia-a-dia” (S25, p. 3). E, como tivemos oportunidade de observar, ao seleccionar a tarefa 7.1 – O homem mais alto do mundo (anexo 6), como sendo uma das que mais gostou, refere ter sido uma tarefa que “despertou muito o interesse, muita curiosidade” (E2, p. 10). Na última entrevista, reafirma estas ideias, e clarifica o que entende por situações “próximas dos alunos”, afirmando que são situações que fazem parte do seu dia-a-dia ou que estão relacionadas com as suas vivências. Na sua perspetiva, uma tarefa com estas características, poderá não só facilitar a atribuição de significado por parte do aluno ao trabalho que realiza, como também motivá-lo para a Matemática:

Eu acho que acima de tudo é importante numa primeira fase, qualquer atividade que seja proposta, terá de ter significado para o aluno! Terá de partir de uma situação para a qual ele esteja familiarizado ou conheça, ou que seja uma situação do seu dia-a-dia, algo que à partida o motive. Isso é muito importante! (E2, p. 5)

Para além do contexto da tarefa ter as características acima referidas, Manuel tenta apostar em tarefas que mobilizem materiais ou recursos que, de alguma forma, envolvam os alunos. A este propósito afirma: “Há tarefas que os motivam. Tento utilizar tarefas que tenham ou que utilizem material, um recurso. Tarefas que envolvam os alunos, essencialmente” (E1, p. 11). Esta é uma ideia que volta a ser reforçada na última entrevista, quando selecciona a tarefa 7.1 como aquela que considera ser uma ‘boa tarefa’ (ver excerto “Uma boa tarefa é...”, na presente subsecção). A justificação inclui, entre outros argumentos, a ideia desta tarefa permitir aos alunos construir e manipular objetos físicos, que neste caso, correspondia a uma fita de papel com um metro de comprimento. Manuel parece, assim, ver na manipulação de objetos físicos uma forma de envolver e

motivar os alunos nas atividades matemáticas. Mas, tal como explicita no excerto que designei por “Uma boa tarefa é...”, vê na manipulação destes objetos também um contributo para a construção dos conhecimentos.

Pelo que foi exposto, ‘diversificar’ parece não estar associada à ideia de propor uma panóplia alargada de diferentes tipos de tarefas. Falando apenas em exercícios e situações problemáticas, encara a aposta em diferentes contextos (como situações do dia-a-dia, próximas das vivências dos alunos, atuais e que suscitem a curiosidade) e a utilização de diversos recursos e materiais, um modo de diversificação do trabalho a realizar com os alunos. Acima de tudo, vê nesta diversificação uma forma de os motivar para a Matemática, aspeto que, como podemos observar nos excertos deste ponto, está muito presente no seu discurso.

(ii) *Tarefas desafiadoras: desenvolvem o raciocínio e a comunicação matemática*

Quando na primeira entrevista, Manuel reflete sobre as eventuais preocupações que um professor deve ter na seleção/construção de tarefas, parece inspirar-se em alguns dos aspetos que identificou terem mudado no novo Programa (ME, 2007). Refere a importância de o professor passar a propor tarefas que contribuam para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e que promovam a verbalização dos seus raciocínios:

Preparar atividades que tenham não só a ver com questões diárias, mas também algo que obrigue o aluno a pensar sobre, a verbalizar o seu raciocínio, a falar na sua estratégia. (...) Acima de tudo encontrar um conjunto de atividades que durante muitos anos, quer queiramos quer não... os professores acabavam por não dar muita liberdade ao aluno de se expressarem, é assim e pronto! Eu penso que este Programa apela muito a isso, ao raciocínio, ao pensar sobre. Não é só o fazer mais, mas também o pensar fazendo, e, acima de tudo, é isso que vamos ter que trabalhar. (...) É pegar em tudo isso e levar para a sala de aula. (...) Desafiadoras, essencialmente isso – que apele muito à comunicação do aluno, ao raciocínio do aluno. (E1, p. 25)

É interessante observar que classifica as tarefas que apelam ao desenvolvimento do raciocínio matemático e à comunicação matemática como tarefas “desafiadoras” (E1, p. 25), parecendo associar esta expressão à ideia de algo ‘mais exigente’ do ponto de vista do trabalho a desenvolver pelos alunos. Refere também que são tarefas que “dão mais

liberdade ao aluno” (E1, p. 25), em contraponto com a tendência tradicional de se proporem tarefas que valorizam sobretudo a ideia de “fazer mais” (E1, p. 25), ou seja, de exercitar.

(iii) *Tarefas estruturadas: ajudam a construir ‘passo-a-passo’ os conceitos*

Na última entrevista, Manuel acrescenta mais uma característica que considera fundamental nas tarefas que se propõem aos alunos, afirmando que “é importante também que a tarefa esteja bem estruturada” (E2, p. 5). Apesar de não explicitar o que entende por uma tarefa com esta característica, no seu discurso, esta ideia parece relacionar-se, sobretudo, com a possibilidade dos alunos atingirem os objetivos para as quais as tarefas foram pensadas:

Ao estar bem estruturada, portanto há todo um conjunto de passos ou procedimentos que os alunos sabem e que vão fazendo, para depois podermos chegar ao objetivo final. (E2, p. 5)

Este último excerto e o que apresento no início deste ponto, parecem transmitir o valor que Manuel atribui ao facto da tarefa ir ajudando os alunos a construir algumas relações numéricas, tendo em conta os objetivos para a qual ela foi pensada. Concretamente, no que respeita à tarefa 7.1 – O homem mais alto do mundo (anexo 6), Manuel destaca a possibilidade dos alunos terem estabelecido “passo-a-passo” (E2, p. 9) relações entre as unidades de medida durante a sua exploração.

Pensar nas tarefas com o intuito de suscitar várias estratégias de resolução é também um aspeto que é valorizado por Manuel. Quando se refere à tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6), destaca, precisamente, a possibilidade desta tarefa permitir que os alunos recorram a diferentes estratégias. Apesar de não explicitar os elementos desta tarefa que permitem fazê-lo, é importante referir que o modo como esta tarefa foi pensada tem associada uma imagem que pode fazer emergir estratégias de cálculo diferentes, consoante o modo como o aluno a visualiza.

(iv) *Tarefas que visam o desenvolvimento do cálculo mental: diferem das que permitem efetuar cálculos mentalmente*

No âmbito de uma discussão acerca das características das tarefas que visam o desenvolvimento do cálculo mental, realizada na 2.^a sessão de trabalho da equipa, tentei

perceber se todos tínhamos a mesma ideia sobre o que significa efetuar cálculos recorrendo a cálculo mental, pedindo a Manuel e a Maria José que efetuem mentalmente o cálculo $235 + 125$. Manuel decompõe os números e mostra distinguir a situação em que se usa um procedimento algorítmico de uma situação em que se usa o cálculo mental:

Manuel: 235 mais 125? 200 mais 100 e, depois, 35 mais 25. Por exemplo.

Maria José: Ai, eu não, eu vou mais para o algoritmo. Cinco e cinco, dez e vai um. Três e dois, cinco e um, seis. Dois e um, três. Trezentos e sessenta.

Manuel: Pois tu utilizaste o algoritmo. Não é cálculo mental.

(S2, p. 5)

Para além de revelar compreender o que significa calcular mentalmente, ao longo da 2.^a sessão de trabalho da equipa, evidencia a importância que atribui ao seu desenvolvimento e mostra distinguir as tarefas que visam este objetivo e as que apenas podem suscitar o uso de cálculos mentalmente.

Efetivamente, com alguma frequência, no final das aulas, costuma propor aos seus alunos um ‘jogo de cálculo mental’. Este consiste em ir propondo cálculos a pares de alunos e o aluno de cada par que acertar mais rapidamente, irá, posteriormente, formar par com outro aluno até se encontrar um vencedor. Ao descrever este jogo, refere que é um momento da aula que os alunos gostam, por sobretudo assumir um caráter lúdico. Durante a realização do jogo revela ter sempre presentes duas preocupações: escolher pares de alunos a quem vai propondo cálculos de acordo com as suas capacidades de cálculo e adaptar a grandeza dos números à progressão da sua aprendizagem em cada momento:

Eu tenho o hábito de fazer sempre o jogo do cálculo mental no fim, mas não era numa exploração propriamente dita. Jogávamos sempre a pares, que era um jogo, que eles até gostavam muito de fazer (...). Havia sempre dois, eu tentava sempre equilibrar os alunos. Chamava-os, colocava operações fáceis no 1º ano, $27 + 10$, $36 + 12$ (...). Depois, mais tarde, este ano, já iam até à centena, $246 + 100$ (...). Era um jogo, ia eliminando. Depois, os que ganhavam, ia selecionando mais dois, mais dois, até ficarem dois (...). E era assim. Mas sempre de uma forma lúdica.
(S2, p. 3)

Contudo, assume que neste jogo não faz “uma exploração propriamente dita”. Quando questiono Manuel sobre o significado desta afirmação, refere precisamente a ideia de que, muito provavelmente, este jogo não permite o desenvolvimento do cálculo mental, mas sim, proporciona um momento em que os alunos efetuam cálculos. Tenta, a seguir,

pensar num modo de o adaptar de forma a ir ao encontro destes dois objetivos – efetuar cálculos e desenvolver o cálculo mental:

Isto é um jogo, há um treino, mas se calhar não um desenvolvimento. Posteriormente, podíamos desenvolver. E então: *Como é que tu calculaste?* E, então, a partir daí: *Olha essa estratégia está correta, mas podíamos ir por este caminho. Como é que tu fizeste?* *Fizeste a decomposição, não fizeste a decomposição?* *Adicionaste ao número maior?* E então a partir daí podíamos tentar levá-lo a compreender que, se calhar, existem estratégias que permitem este cálculo de ser resolvido de uma forma mais eficaz. Se calhar o objetivo no início não era desenvolver, era praticar. (S2, p. 4)

Sugere que os alunos passem a verbalizar a forma como efetuam o cálculo, de modo a que compreendam que, eventualmente, algumas das estratégias que vão surgindo poderão ser mais ‘eficazes’. Parece, assim, integrar na sua experiência habitual de trabalho em torno do ‘cálculo mental’, que efetivamente se traduz num jogo em que propõe a realização de vários cálculos, uma nova forma de atuar como professor que amplia este objetivo, questionando os alunos sobre o modo como efetuaram os seus cálculos. Quando, na mesma sessão, Manuel seleciona o exemplo da Figura 7.2 como uma proposta que permite desenvolver estratégias de cálculo mental, revela identificar características importantes das tarefas que têm este objetivo.

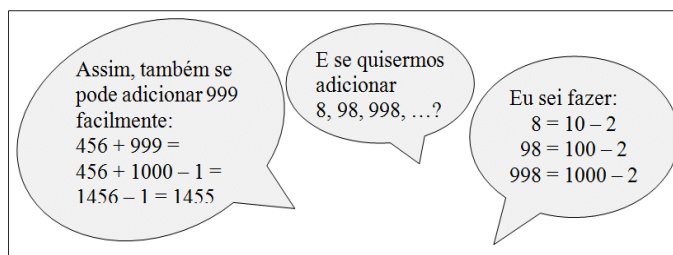


Figura 7.2 - Proposta do manual adotado que, na perspetiva de Manuel, permite o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental¹³

O modo como Manuel a interpreta, revela compreender o tipo de estratégia que, neste caso particular, se pretende realçar aos alunos. Mostra, também, atribuir importância aos números envolvidos, reconhecendo a presença de números de referência (neste caso, o 10, o 100 e o 1000):

¹³ Retirado de Landeiro, A., Gonçalves, H. & Pereira, A. (2010). A Grande Aventura – Matemática 3.º ano (manual escolar). Lisboa: Texto Editores Lda.

Manuel: Partindo desta situação, eles percebem que então para 8 é só subtrair 2, para 98 é a mesma coisa vou subtrair no final 2... Porque é mais fácil eles trabalharem com o 10, com o 100 e com o 1000.

Eu: Pelo que o Manuel disse, existe aqui de facto uma estratégia que é de alguma forma evidenciada aos alunos. Os números não são escolhidos ao acaso, pois não?

Manuel: Não .

Eu: Portanto há intencionalidade forte nestes números e eles são escolhidos de acordo com a estratégia que se pretende desenvolver. Qual é a mensagem que estamos a dar aos alunos?

Manuel: Portanto, quando temos um número próximo de 10, de 100 ou de 1000, fazemos o cálculo com estes números e depois é mais fácil acrescentar ou retirar.

Eu: Aqui estamos a fornecer de alguma maneira uma estratégia aos alunos, para depois...

Manuel: Sim, estamos a dar ferramentas aos alunos para eles desenvolverem e poderem aplicar.

(S2, p. 4)

Se Manuel revela distinguir situações que apenas correspondem à realização de cálculos mentalmente e aquelas que permitem também o seu desenvolvimento, uma questão que se me colocou foi porque motivos não terá recorrido a propostas do mesmo género da representada na Figura 7.2, ou envolvido os seus alunos no jogo descrito anteriormente, com as alterações que sugere?

Parecem evidenciar-se três elementos que sustentam a hipótese de, só há relativamente pouco tempo, Manuel se ter apercebido da existência de tarefas com o objetivo de desenvolver estratégias de cálculo mental. Em primeiro lugar, este aspeto é referido no novo Programa (ME, 2007), material a que teve acesso há pouco tempo. Em segundo lugar, a preparação da sessão em que a equipa decidiu debruçar-se sobre este assunto (2.^a sessão), obrigou a uma procura de tarefas que intencionalmente desenvolvessem o cálculo mental, o que, possivelmente, o levou a refletir sobre este assunto. Por último, a discussão ocorrida no início da sessão sobre as propostas de trabalho levadas pelos vários elementos da equipa para a sessão, provavelmente, reforçou a ideia de que é diferente de se propor uma tarefa que desenvolve o cálculo mental e uma que apenas conduz à realização de cálculos.

(v) ***Tarefas exequíveis: tarefas resolvidas com sucesso pelos alunos***

Na primeira entrevista, Manuel refere os cuidados que costuma ter quando pensa no trabalho que irá realizar com os alunos. Afirma que se preocupa em começar a abordagem

dos tópicos de “uma forma simples”, aumentando gradualmente o grau de complexidade das tarefas ou das questões que as compõem:

Tenho o cuidado de inicialmente fazê-lo de uma forma simples, de uma forma que o aluno entenda e gradualmente aumento o grau de dificuldade. (E1, pp. 7, 8)

Esta ideia parece ser transportada para o momento de seleção/construção das tarefas durante o projeto. De facto, em vários momentos em que a equipa se envolveu neste trabalho, revela preocupar-se com a eventualidade de os seus alunos não estarem ainda preparados para resolverem determinada tarefa, quer pelos procedimentos matemáticos que podem exigir, quer pela grandeza dos números que envolve. Por exemplo, numa das primeiras sessões, quando a equipa discute a possibilidade de se proporem alguns problemas que incluem a divisão no início do ano letivo, Manuel não vê inconvenientes nesta proposta, logo que os números envolvidos sejam relativamente ‘pequenos’:

Eu acho que fazíamos primeiro esta proposta: O Alexandre está a ajudar o pai a colocar 16 laranjas em caixas. Sabendo que cada caixa leva 4 laranjas, quantas caixas serão necessárias? Pronto, fazíamos esta proposta e víamos se a generalidade da turma ou quase toda...E, então, a partir daí, mesmo que não estivesse nada estruturado, perguntávamos: E se fizéssemos com este número? (...) Agora, se eu faço com um número que eles não estão... não estão...Se estamos a introduzir algo de novo, se estamos a trabalhar com um número com um número muito grande ou com que eles não estão tão familiarizados, o que é que acontece? O que nós íamos fazer era, sim senhora, perceber onde é que eles erraram e, se calhar, o exemplo que eu ia dar já era um exemplo mais fácil. E porque não fazer ao contrário? Não sei! (S4, p. 4)

Sugere que ao iniciar um determinado tipo de trabalho, nomeadamente quando se introduz algo de novo, é importante optar por números pequenos e ir aumentando, gradualmente, a grandeza dos números envolvidos nas tarefas seguintes. Na sua opinião, colocar uma tarefa que tem como objetivo introduzir determinado assunto e que envolva números demasiado grandes, poderá influenciar o desempenho dos alunos na tarefa, aumentando a possibilidade destes errarem na sua resolução. Na sua perspetiva, como consequência de se proporem tarefas, à partida com números demasiado grandes, a seguir, eventualmente, o professor terá de propor uma tarefa semelhante com números mais pequenos.

Para Manuel a exequibilidade das tarefas relaciona-se também com uma certa gradação na dificuldade das questões que as compõem. Na sua perspetiva, uma evolução gradual das questões em termos de dificuldade e a possibilidade destas se relacionarem entre si, dando pistas para que os alunos avancem na sua resolução, constituem características importantes das tarefas que permitem que estes as resolvam sem grandes dificuldades:

Eu acho que eles [alunos] se sentem confortáveis com uma tarefa que os vai guiando. Neste caso, o grau de dificuldade vai aumentando e vai conduzi-los. (...) E aí está, vão relacionando com tudo o que foi feito na tarefa. (S6, p. 3)

Parece, assim, relacionar a grandeza dos números e o modo como as questões são construídas com o nível de exigência das tarefas. Isto não significa que Manuel tenda a procurar tarefas ‘fáceis’, no sentido de serem tarefas que todos os alunos consigam resolver sem que, simultaneamente, atenda à progressão das aprendizagens dos alunos. Mas, sim, preocupar-se em propor tarefas que sejam exequíveis pelos alunos naquele momento, na aceção de que estes conseguem perceber o que se pretende e avançar para a sua resolução sem grandes dificuldades.

7.4.1.2 Preparação das tarefas

Com a sua experiência de participação no projeto, Manuel revela valorizar quatro aspetos na preparação das tarefas: a antecipação das resoluções dos alunos, a compreensão dos objetivos das tarefas, o recurso a tarefas do manual adotado e a escolha da modalidade de trabalho dos alunos. O valor que atribui aos dois primeiros, relaciona-se com o momento de discussão das tarefas sendo, por este motivo, discutidos num único ponto.

(i) *A antecipação das resoluções dos alunos e a compreensão dos objetivos das tarefas: uma mais-valia para os momentos da sua discussão na sala de aula*

Destaca a antecipação das resoluções dos alunos, como o aspeto que constitui a grande diferença do trabalho que realizou no projeto em termos de preparação das tarefas, comparando com o que realizava anteriormente. Durante as sessões de trabalho da equipa, em vários momentos, refere-se à importância de antecipar o modo como os alunos poderão resolver os problemas propostos. Para Manuel o professor acaba por ter a sua própria

estratégia de resolução do problema e antecipar os possíveis caminhos utilizados pelos alunos é, acima de tudo, uma forma de os valorizar:

Nós acabamos por estar muito direcionados para um caminho e acabamos por levar... Acho que tem sido muito bom, eles irem percebendo que existem diferentes formas. (...) Nós temos o nosso caminho pensado e é aquele caminho que nós achamos que é. No entanto, vão aparecendo outros caminhos. (S22, p. 5)

Na última entrevista, afirma que surgirem várias resoluções dos alunos para uma mesma tarefa era algo com que já se tinha deparado. Contudo, antes de participar neste projeto, nunca se preocupou em antecipá-las de forma sistemática, no sentido de pensar em diferentes hipóteses de resolução. Tinha a ideia de uma ou outra resolução possível, mas era no momento de realização da tarefa por parte dos alunos que se confrontava com essa eventual diversidade:

Ao planificar noutras circunstâncias, (...) temos algumas ideias, não estamos tão preocupados com a antecipação ou com o tentar prever o que é que o aluno vai fazer, desta maneira ou daquela. É algo que acontece posteriormente na própria resolução. Sabemos que à partida há diferentes resoluções, mas não fazemos isso [essa previsão] antecipadamente. (...) Acho que essa é uma das grandes diferenças. (E2, p. 2)

Justifica a importância que atribui agora à antecipação das estratégias dos alunos pelo aumento de qualidade da discussão da tarefa na sala de aula, afirmando que o ajuda a tomar consciência dessas estratégias e a compará-las durante esse momento da aula. Esta ideia liga-se diretamente à valorização que atribui aos momentos de discussão das tarefas, considerando que é através da observação e compreensão de estratégias ‘mais eficazes’, que os alunos vão evoluindo na eficácia das suas próprias estratégias:

Eu acho que é sempre importante antecipar todas essas... situações. Nunca se consegue antecipar tudo (...). Quando estamos a trabalhar, ou numa fase final, quase de síntese, precisamos de pegar em tudo, em todas as possíveis estratégias, em todas as possíveis resoluções e levar os alunos a perceber que, sim senhora, existem as tais diferentes estratégias mas há umas que são melhores ou são mais eficazes. E, portanto, o objetivo é que eles passem por diferentes fases até chegarem àquilo que se pretende, não é? (...) Ou então, se não surgir nenhuma daquelas que nós pretendíamos, o facto de termos antecipado permite-nos: *Então e se tivéssemos... se resolvéssemos desta maneira, o que é que vocês acham?* (...). A antecipação é importante por isso, não é? (E2, pp. 3, 4)

Para Manuel, o trabalho de antecipação dos possíveis caminhos de resolução das tarefas por parte do professor, poderá, não só ajudá-lo a lidar com as estratégias que possam surgir, como também apoiar a discussão de estratégias eficazes, mesmo que elas não tenham surgido naturalmente nas resoluções dos alunos. Na sua perspetiva, a consciencialização antecipada por parte do professor de um conjunto de estratégias de resolução, permite-lhe a ele próprio, caso considere necessário, apresentar e discutir com a turma uma estratégia que se mostra eficaz para uma determinada situação. Neste último excerto, mais uma vez, refere o carácter de imprevisibilidade das estratégias apresentadas pelos alunos na resolução das tarefas, ao afirmar que “nunca se pode antecipar todas [as estratégias] ” (E2, p. 2). Apesar desta ideia, considera fundamental que o professor desenvolva este tipo de trabalho no momento em que as prepara.

Um outro aspeto a que atribui grande importância relaciona-se com os objetivos da tarefa. Na sua perspetiva, uma compreensão clara dos objetivos da tarefa ajuda o professor a conduzir a sua exploração sem perder de vista a intencionalidade para a qual ela foi selecionada ou construída:

O ter um objetivo é importante para nós, enquanto professores, porque... temos de conduzir os alunos. É óbvio que há aqui pelo meio o trabalho deles... Mas temos que conduzir a um objetivo final ao objetivo daquela tarefa, para que eles percebam uma regra, uma propriedade... E, para nós é como se fosse um fio condutor. No final, para além de tudo o que foi feito, temos que ter a noção que os alunos atingiram ou não atingiram aquele objetivo. Para o aluno também é importante, porque nós necessariamente temos que conduzir o aluno a um determinado objetivo, e isso é sempre muito importante! (E2, p. 4)

Na opinião de Manuel, ter os objetivos da tarefa bem claros constitui, também, um elemento importante para ajudar o professor a perceber se estes foram ou não atingidos, permitindo-lhe uma melhor perceção da aprendizagem realizada pelos alunos.

(ii) *O manual adotado: uma fonte adequada de tarefas por estar de acordo com o ‘novo’ Programa*

Manuel considera que o manual adotado para o 3.º ano de escolaridade espelha as perspetivas do novo Programa (ME, 2007). Por um lado, este aspeto parece ser positivo, porque poderá constituir um material de apoio importante à sua prática letiva e ser

facilmente conciliado com o trabalho a desenvolver no projeto. Por outro lado, introduz na sala de aula modos de trabalhar diferentes dos que ele e os alunos estavam habituados:

[O manual adotado] é um livro feito à luz do novo Programa. Aquilo que nós temos lido é um pouco à imagem do Programa. Agora, eles não estão habituados, se calhar por culpa nossa...se calhar por ser também novidade. (S5, p. 2)

Na sua perspetiva, este manual apresenta diferenças no modo como é suscitado o cálculo mental, referindo que há uma preocupação com o desenvolvimento de estratégias, normalmente apresentadas, como exemplos, no início das propostas para os alunos:

(...) Quando aparecia cálculo mental em vários exercícios dizia: *Calcula mentalmente*. (...) A forma como era trabalhado não havia muitas estratégias. (...) O próprio manual quando introduz “calcula mentalmente”, por exemplo, tem o cuidado de nos primeiros exercícios explicar. (...) já introduzem de outra forma. (S5, p. 4)

Na mesma sessão em que faz esta afirmação, e na sequência do trabalho que tínhamos estado a realizar em torno da seleção/construção de cadeias numéricas para os alunos resolverem, Manuel compara estas tarefas com uma proposta do manual adotado. A situação do manual a que se refere inclui, numa primeira parte, a explicação da propriedade comutativa da adição através de exemplos e, em seguida, propõe aos alunos um conjunto de cálculos em que o recurso a esta propriedade poderá facilitar a sua realização. Descreve esta situação e reflete sobre o modo como ele e os alunos lidam com este tipo de propostas:

Manuel: Este livro vai muito na onda do que estamos aqui a falar. Por exemplo, aqui o primeiro exercício que é $35+2+5$. Aqui explicam todas as estratégias, a propriedade comutativa e tudo isso. É obvio que isto foi trabalhado. Depois de eu explicar, muitos percebem que é mais fácil juntar o 35 ao 5, formam uma dezena, e depois juntam o 2. Mas há um aluno que diz assim: *Professor, para mim é fácilimo $35 + 2$ dá 37 e mais 5 dá 42*. E não está correto? Está correto! Este livro leva-os a pensar de outra forma. Quando eu digo este livro... nós próprios somos obrigados a levá-los pensar de outra forma. É óbvio que isto não é a nossa estrutura, é outra estrutura.

Eu: Não percebi o que quer dizer com outra estrutura.

Manuel: Antigamente eles faziam por ordem. E nós também. Mas muitos deles ainda dizem: *Mas é mais fácil eu fazer desta forma!*

(S5, p. 1)

Manuel refere que o novo manual, ao fazer este tipo de propostas, provoca mudanças na forma de pensar dos alunos mas também nele próprio. Realça a dificuldade

em lidar com os alunos que resolvem questões deste tipo sem recorrerem às propriedades da adição, neste caso da comutativa, afirmando ser para eles mais fácil.

Considera, também, que o novo manual introduz mudanças na “própria Matemática” (S5, p. 2) ao apresentar tarefas que valorizam o raciocínio e a comunicação matemática, salientando a importância que é atribuída à justificação dos raciocínios. Manuel identifica estes aspetos no modo como as questões são formuladas, afirmando que existe uma constante preocupação com a justificação das respostas e com os raciocínios utilizados pelos alunos na resolução das questões:

Sim, [há diferenças] na própria Matemática. O novo Programa apela a isso, não é? A questão do raciocínio, do cálculo, da comunicação que muitas vezes acabava por não haver... não se explorar. O justificar tudo (...). E, a própria estrutura: *Justifica a tua resposta. O que concluíste?* (...). Muitas vezes ficava por... efetua-se o cálculo, efetua-se o raciocínio... Portanto, ficava por aí. Agora vai mais além do que isso. (S5, p. 4)

Fala destas características como aspetos positivos por estarem de acordo com as principais perspetivas sobre o ensino da Matemática, que, na sua opinião, são veiculadas pelo novo Programa (ME, 2007). Neste sentido, encara este manual como um material útil e globalmente adequado à sua prática letiva. A única crítica que lhe dirige, numa fase inicial do desenvolvimento do projeto, relaciona-se com o modo como visualmente é organizado o espaço nas suas páginas. Na sua perspetiva, apesar de este manual fomentar a explicitação dos raciocínios e a justificação dos mesmos, não deixa espaço suficiente para o aluno o fazer, afirmando que: “O facto é que esta forma de trabalhar precisa de espaço. [É negativo] não ter o espaço para resolver, [o aluno] não visualizar logo ali o espaço para resolver” (S5, p. 2).

Ao longo do projeto, o manual adotado continua a ser uma referência importante para Manuel. Contudo, tanto a introdução do novo Programa (ME, 2007) como a sua participação no nosso projeto, em que é muito importante a construção de tarefas numéricas, conduz Manuel a assumir uma perspetiva diferente, face ao papel do manual adotado, anteriormente entendido como um recurso sistemático e preponderante na sua prática diária.

(iii) *A modalidade de trabalho: o importante é diversificar*

Inicialmente, a escolha da modalidade de trabalho em torno das tarefas, parece não ter representado uma preocupação para Manuel, no sentido de não constituir um elemento sobre o qual mostrasse ter a necessidade de refletir, quer antes, quer após a exploração das tarefas na sala de aula. Era uma decisão que tomava depois da sessão conjunta de preparação das tarefas e que, na maioria das vezes, combinava com Maria José. Apercebi-me deste tipo de atuação, quando, nos momentos de reflexão, por vezes, um afirmava algo do género “fizemos esta tarefa a pares” ou “esta tarefa foi feita individualmente”, falando sempre no plural. Apesar de alguns dos materiais em que a equipa se apoiou para selecionar/construir tarefas incluírem indicações acerca da modalidade de trabalho, na verdade, não existia um questionamento sobre a que poderia ser mais adequada, tendo em conta as características da tarefa, nem posteriormente uma reflexão sobre a adequação da escolha que foi feita a este nível.

De facto, durante uma grande parte do projeto pude observar uma espécie de alternância entre duas modalidades de trabalho – individual e a pares. No entanto, na 22.^a sessão da equipa, Manuel toma a iniciativa de me perguntar qual deve ser a modalidade de trabalho a adotar na exploração da tarefa 6.2 (situações problemáticas do manual adotado). A propósito desta questão de Manuel, decido provocar a reflexão em torno deste assunto, procurando perceber o que os levou a propor individualmente a tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos (anexo 6), sobre a qual, momentos antes, tinham refletido sobre a sua exploração na sala de aula:

Manuel: Fazemos essa [tarefa 6.2 (situações problemáticas do manual adotado)] individualmente?

Eu: Esta tarefa [tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos] foi feita individualmente?

Manuel: Foi individual.

Eu: Essa opção teve a ver com...?

Maria José: Não foi assim nada... Como tínhamos uma folha A4.

Manuel: Como também tínhamos feito muitas a pares... Não há assim uma justificação para... Como fizemos muitas a pares. E é assim, como são 24 meninos a pensar, podem surgir mais estratégias. Podemos pôr esta individual.

(S22, p. 6)

O discurso de Manuel transmite a ideia de que será um pouco indiferente propor estas tarefas a pares ou individualmente, não constituindo um assunto sobre o qual

pondere, com base em argumentos que o conduzam a uma ou a outra opção. Deixa, assim, transparecer que o que se afigura importante é ir mudando a modalidade de trabalho adotada. Contudo, a última frase do excerto, parece traduzir a procura de uma razão para a opção que seguiram, referindo a possibilidade de ter acesso a uma maior quantidade de estratégias diferentes de resolução da tarefa.

Na sessão seguinte (23.^a sessão), no final da reflexão sobre a tarefa 6.2 (situações problemáticas do manual adotado) que, entretanto, foi explorada na sala de aula, ao iniciar a reflexão sobre o trabalho que iríamos realizar a seguir, volto a questionar Manuel e Maria José sobre a modalidade de trabalho que pensam vir a adotar nas próximas tarefas.

Eu: As tarefas anteriores [tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos e a tarefa 6.2 (situações problemáticas do manual adotado)] foram propostas individualmente. Nas próximas tarefas pensam propor individualmente? Sim? Não? E, porquê? (...) Portanto, houve uma opção que foi tomada. Foi tomada com base em quê?

Manuel: O facto de ser do manual e ser individual ficou individual.

Eu: E esta [tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos], não era do manual!

Manuel: Eu penso que o facto de termos feito as tarefas anteriores sempre muito a pares, optámos agora por ser individualmente. Agora, o ser individual ou a pares, nós também nunca questionámos muito isso. (...) O facto de ser individual, por exemplo, hoje apercebo-me que há alunos que tiveram realmente dificuldades. Pronto, mas esses já estão referenciados. Mas há aqui outros que, se calhar, acabam por fazer com a ajuda do outro. São um bocado abafados com a ideia do outro.

(...)

Manuel: Agora, podemos propor esta [tarefa 6.4 – Máquinas de bebidas (anexo 6)] a pares!

(S23, p. 7)

Manuel aponta mais uma razão para propor as tarefas individualmente – a possibilidade de aceder ao modo como cada aluno pensa e, principalmente, às dificuldades de cada um. Embora tenha uma noção de quem são os alunos que revelam mais dificuldades na área da Matemática, considera que o trabalho a pares poderá esconder algumas das dificuldades individuais, às quais tem acesso se propuser tarefas individualmente.

Apesar de Manuel apresentar essencialmente razões que justificam a realização de tarefas individualmente, no final do último excerto, propõe que, na próxima tarefa, os alunos trabalhem a pares, uma vez que já tinham realizado as duas anteriores individualmente. Sobressai, novamente, a ideia de que para Manuel o importante é ir

alternando a modalidade de trabalho das tarefas, cujos motivos assume não ter ainda questionado muito.

7.4.2 Desafios que se colocam

Ao longo do projeto, Manuel evidencia alguns desafios no que respeita ao trabalho em torno da seleção/construção de tarefas. Uns relacionam-se diretamente com o novo Programa (ME, 2007) e revelam-se com a necessidade de alteração das suas práticas e da dos alunos a meio de um ciclo de escolaridade. Outros ligam-se com o confronto com ‘novas’ perspetivas sobre o ensino e a aprendizagem decorrente da sua participação no projeto.

(i) *O ‘novo’ Programa: a necessidade de mudança da sua prática e da dos alunos a meio de um ciclo*

Como foi referido anteriormente, Manuel revela uma perspetiva positiva do novo Programa (ME, 2007). Contudo, ao longo do desenvolvimento do projeto, evidenciou uma certa tensão por iniciar o trabalho com este Programa a meio de um ciclo, ou seja, no 3.º ano de escolaridade. Esta situação constituiu uma fonte de ambivalências sobre as opções que deveria tomar relativamente ao modo como iria trabalhar alguns tópicos ou como iria dar resposta a alguns objetivos do novo Programa (ME, 2007). Estas ambivalências relacionam-se com o cálculo mental, mais concretamente, com o que poderá ser aceite como uma estratégia de cálculo mental, a sua relação com a aprendizagem dos algoritmos e a sua relação com as mensagens transmitidas pelas tarefas e respetiva exploração na sala de aula.

O uso de estratégias de cálculo mental versus o uso de regras de cálculo. Depois da equipa se envolver na resolução de algumas cadeias numéricas e de discutir o que as caracteriza e o modo como devem ser exploradas na sala de aula, Manuel e Maria José optam por aceitar o desafio de as propor aos seus alunos. Na 5.ª sessão, ao analisarmos a ficha para o professor sobre um conjunto de cadeias numéricas (anexo 7), discutem-se os possíveis caminhos que podem ser usados pelos alunos na sua resolução, pensados

antecipadamente por Manuel e por Maria José. Em particular, a ‘estratégia’ assinalada na Figura 7.3, constitui a fonte dessa discussão.

$300 + 300 = 600$	<u>porque, $300 + 300 = 600$ ou $3 + 3 = 6$ e acrescentamos dois zeros (600)</u>
$300 + 310 = 610$	<u>porque, $300 + 300 + 10 = 600 + 10 = 610$</u>
$290 + 290 = 580$	<u>porque, $300 + 300 - (10 + 10) = 600 - 20 = 580$</u>
$310 + 290 = 600$	<u>porque, $300 + 300 + (10 - 10) = 600 + 0 = 600$ ou se adicionarmos 10 numa parcela e subtrairmos 10 na outra, a soma não se altera, isto é, é igual a 600.</u>

Figura 7.3 - Possíveis caminhos a seguir pelos alunos na resolução de uma cadeia numérica, propostos por Manuel e Maria José

Manuel reflete acerca do que poderá constituir uma estratégia de cálculo mental. Concretamente, tenta perceber se os cálculos assinalados na Figura 7.3, que designa por ‘regra’, correspondem a uma estratégia de cálculo mental:

Manuel: Nós, no ano passado, por exemplo, trabalhávamos... No nosso manual haviam algumas regras de cálculo. E uma das regras era adicionar, neste caso o algarismo das centenas e depois juntar dois zeros.

Eu: Portanto, neste caso, 3 mais 3 são 6 e acrescentamos dois zeros, dá 600.

Manuel: E agora pergunta: *Isso é correto?* (risos)

Eu: Eu pergunto: É uma estratégia de cálculo mental?

Manuel: Se é cálculo mental? É uma estratégia de cálculo. Agora se é correta ou não...

Maria José: Talvez não...

Eu: É uma regra que nós depois acabamos por utilizar...

Manuel: Tal como quando multiplicamos por 10, por 100, por 1000...

Eu: Exatamente. Mas, será que é isso que nós queremos que os alunos desenvolvam?

Maria José: Pois.

Manuel: Será que é? Poderá não ser. Mas, como estratégia para calcular, por vezes resulta. E como todas as estratégias são válidas... No entanto, há umas que podem ser mais válidas, não sei se é o termo... Mais corretas, talvez não... Melhores ou mais eficazes. Se calhar, é uma das formas de trabalhar. Mas por acaso nós tínhamos conversado sobre isso.

Eu: E o que é que conversaram?

Manuel: Que, se calhar a... a Catarina ia precisamente questionar. (risos)

Maria José: Sim que ia perguntar. (risos)

Manuel: Nós íamos também perguntar: Será que é correto trabalhar assim? É que há alguns alunos que vão utilizar esta regra.

Eu: É assim. A questão é: De facto pode acontecer que haja alunos que utilizem esta regra. É, de acordo com o título que está aqui, um possível caminho a seguir pelos

alunos. (...) A questão é: Desenvolver o cálculo mental não é ensinar essas regras. Mas, o que é que nós queremos? Queremos que eles lidem com o $300 + 300$ sem perder a grandeza dos números. (...) O cálculo mental tem por base a relação entre números, entre as operações, as propriedades das operações...

(...)

Manuel: Eu não digo que não diga isto [esta regra], porque resulta. Mas, diz-nos que pedagogicamente é errado?

Eu: Não. O que eu acho é que devemos pensar um pouco sobre isto. (...) Ao propor este trabalho, temos que tentar perceber o que pretendemos. Porque que nós colocamos uma cadeia? A ideia é desenvolver estratégias de cálculo mental... (...) Será que eles sabem porque é que basta acrescentar dois zeros? A questão é esta!

Manuel: Exato.

(S5, pp. 10, 9)

Apesar de ser eu suscitar a discussão sobre o uso desta regra como forma de desenvolver estratégias de cálculo mental, Manuel assume ter sentido dúvidas se a consideraria, ou não, quando pensou nos possíveis caminhos a seguir pelos alunos. Por um lado, é algo a que os alunos podem recorrer para justificar que $300 + 300$ são 600, por outro lado, parece reconhecer que, eventualmente, não será muito correto apostar neste tipo de regras. Mesmo admitindo este aspeto, mantém a preocupação dos alunos virem a usá-la, motivo que esteve na base da sua inclusão no item dos possíveis caminhos a seguir pelos alunos. Na verdade, os seus alunos, por vezes, utilizam este tipo de ‘regras’ de cálculo porque as aprenderam anteriormente.

A opção de ter ensinado esta regra aos alunos, surge associada a dois aspetos. Para além do próprio manual adotado no ano anterior as veicular, Manuel considera que é uma regra que resulta, no sentido em que os alunos rapidamente se apropriam dela e a usam com eficácia. No final desta discussão, parece considerar que o importante é que os alunos, mesmo que recorram a uma regra, a compreendam primeiro. Efetivamente, na primeira aula em que propõe a exploração de cadeias numéricas, ao explicar aos alunos o tipo de trabalhos que iriam realizar, afirma: “vou dar-vos sempre um tempo para pensarem no resultado da operação, mas não basta só dizer o resultado. Têm de me dizer, de me explicar como é que chegaram a esse resultado. É o porquê!” (AOM1, 15/10/2010).

Ao refletir sobre a primeira aula em que explorou cadeias numéricas, volta a mostrar alguma tensão relativa à forma como os alunos justificam os cálculos. Propôs a exploração da seguinte cadeia numérica e tinha previsto as seguintes formas de justificação

dos cálculos (ver Figura 7.4). Contudo, no primeiro cálculo, Patrícia afirma que 25 mais 25 são 50 “porque 2 mais 2 são 4. E, 4 é igual a 40. E, 40 mais 5 é 45 e, mais 5, é 50” (AOM1, 15/10/2010). Relativamente ao segundo cálculo, Andreia justifica que 25 mais 24 são 49 “porque 5 mais 4 é 9 e 2 mais 2 é 4” (AOM1, 15/10/2010). Ao refletir sobre o modo como alguns alunos justificam os seus cálculos, e escolhendo como exemplo a justificação de Patrícia, Manuel revela alguma preocupação pelo facto do seu raciocínio não estar de acordo com uma perspetiva de desenvolvimento do cálculo mental, por recorrer a dígitos em vez de números:

Há aqui uma questão, o facto de ser ou não ser matematicamente correto. Eu, por exemplo, senti dificuldades. Eles disseram $2 + 2 = 4$ e eu pensei assim: *Eu sei que isto não é correto*. Então, vou pôr $2 + 2 = 4$ ou vou pôr $20 + 20 = 40$, logo? Eles têm as coisas de tal forma interiorizadas (...) Eu pus $2 + 2 = 4$ porque foi o que eles disseram. Mas depois pus $40 + 10 = 50$. Tenho que tentar levá-los a pensar nos números... Eu acho que eles percebem, estão a pensar em duas unidades mas sabem que não são duas unidades são duas dezenas. (...) É o que a professora Catarina disse, estão a trabalhar com dígitos. (S8, p. 2)

25 + 25 = 50	porque, 25 + 25 = 50 ou 20 + 20 + 5 + 5 = 40 + 10 = 50
25 + 24 = 49	porque, 25 + 25 - 1 = 50 - 1 = 49
26 + 25 = 51	porque, 25 + 25 + 1 = 50 + 1 = 51
30 + 30 = 60	porque, 25 + 25 + 5 + 5 = 50 + 10 = 60
30 + 31 = 61	porque, 30 + 30 + 1 = 60 + 1 = 61
29 + 30 = 59	porque, 30 + 30 - 1 = 60 - 1 = 59

Figura 7.4 - Possíveis caminhos a seguir pelos alunos na resolução de uma cadeia numérica, propostos por Manuel e Maria José

Manuel assume que, de algum modo, os seus alunos transportam consigo formas de cálculo muito associados ao trabalho com dígitos. Quando afirma “tenho que levá-los a pensar nos números” (S8, p. 2), parece reconhecer que é importante investir no trabalho com os números e não com os dígitos para desenvolver estratégias de cálculo mental.

As situações anteriormente descritas têm em comum o confronto entre o tipo de trabalho desenvolvido pelos alunos em relação ao cálculo e ao desenvolvimento de estratégias de cálculo mental. Manuel parece sentir que esse trabalho tem repercussões no modo como os alunos resolvem as cadeias numéricas, constituindo por isso uma fonte de

dificuldades, quer tenham ou não sido previstas na antecipação dos possíveis caminhos a seguir.

Depois de ter explorado quatro cadeias numéricas com os alunos, Manuel identifica como positivo o facto de ter observado que uma grande parte deles compreenderam o modo como funciona uma cadeia numérica, tentando estabelecer relações numéricas com os cálculos efetuados anteriormente. Contudo, refere que alguns persistem no uso de regras de cálculo aprendidas, ou, no caso das cadeias que envolvem a adição, optam por efetuar a decomposição dos números, sem estabelecerem relações com os cálculos anteriores:

Eu fiz quatro [cadeias]. (...) No início, e vai continuar, alguns alunos continuam a pensar isoladamente: 0 mais 0 é zero e 5 mais 5 são dez, são 100 – estou a falar no 50 mais 50. Outros dizem $50 + 50$ são 100 porque é conhecido. O que eu achei engraçado, foi depois, a partir da segunda cadeia numérica eles perceberam que, se o professor insistia muito em relacionar com as anteriores, eles próprios já iam ver. Por exemplo, o caso do $300+300$, tudo bem. Depois aparecia $300 + 310$, eles já sabiam que era 600 mais 10 porque 310 era 300 mais 10. Eu acho que eles nesse aspeto perceberam a relação existente e tentavam perceber o que é que aqui há a mais, o que é que aqui adiciono e o que vou subtrair. (...) Há alguns que têm facilidade e fazem os cálculos muito facilmente, mas há outros... Por exemplo, estou a lembrar-me aqui, há uns que perceberam logo que é o anterior menos 1 e outros fizeram $50 + 40 + 9$ [a cadeia numérica é: $50 + 50$; $50 + 51$; $50 + 49$...]. Fizeram a decomposição do 49. Depois eu disse: mas o 49 é o quê em relação ao 50? O 49 é o 50 menos 1. Então que relação existe com a outra? Continuam muito presos ainda àquele cálculo! (S9, p. 2)

Apesar de algumas das suas preocupações iniciais no que respeita a este tipo de trabalho se tenham concretizado, é importante referir que este balanço é transmitido por Manuel com grande serenidade. A tensão sentida no momento da preparação das cadeias numéricas e na reflexão sobre a exploração da primeira, parece ter dado lugar a uma espécie de confiança na continuidade deste tipo de trabalho. As mudanças que observou numa parte significativa da turma em termos do modo como passaram a lidar com as cadeias numéricas, fruto do modo como ele próprio ia orientando estes momentos na sala de aula, parecem estar na origem de uma maior segurança dos efeitos deste tipo de trabalho no desenvolvimento de estratégias de cálculo mental.

O cálculo mental e a aprendizagem dos algoritmos. O facto de o novo Programa (ME, 2007) propor o ensino dos algoritmos a partir do 3.º ano de escolaridade e de

incentivar o desenvolvimento do cálculo mental desde os dois primeiros anos, parece constituir também uma fonte de conflito para Manuel:

Nós aqui e, eu falo por mim, vamos ter se calhar um problema. Pela lógica do novo Programa o algoritmo iria aparecer só agora no 3º ano. O algoritmo propriamente dito. No entanto, isso foi trabalhado logo... Falámos no 1º ano, falámos no 2º. Não sei se isso não será uma desvantagem. (S2, p. 5)

Quando numa fase inicial do projeto, se questiona até que ponto esta situação não poderá ser uma desvantagem, parece neste momento não ter ainda a ideia de eventuais implicações concretas no trabalho a realizar com os seus alunos. Ao longo das sessões, compreende que o forte investimento no cálculo mental nos dois primeiros anos de escolaridade pode ajudar não só no seu desenvolvimento, mas também, na aprendizagem dos algoritmos do modo como é perspectivada no novo Programa (ME, 2007). Por exemplo, no contexto de uma discussão sobre a aprendizagem do algoritmo da divisão, Manuel refere-se a este aspeto:

Manuel: Nos números e operações é onde há mais diferença. Não estar muito presente o cálculo mental desde o início. O cálculo mental vai suportar tudo o resto: neste caso a divisão, a multiplicação... E os alunos que são habituados a calcular de uma determinada maneira... é obvio que eles fazem. Eles têm uma grande facilidade em aprender. Agora, vai pôr em causa muitas das coisas que eles já aprenderam, até então. Quando eu digo pôr em causa: *Mas eu aprendi assim e agora...!*

(...)

Eu: Pois, não faz sentido trabalhar de novo os algoritmos já aprendidos de outra maneira. Mas, parece-me que faz sentido trabalhar o da divisão desta maneira.

Manuel: Ah! Sim, o da divisão, acho que sim.

(S22, pp. 8, 9)

Ainda assim, manifesta alguma preocupação com o facto de, eventualmente, ter de trabalhar os algoritmos das operações já ensinados (algoritmos da adição, subtração e multiplicação) do modo como é sugerido no novo Programa (ME, 2007). Esta preocupação resulta, sobretudo, de os alunos serem postos perante uma nova forma de pensar, contrariando os processos já aprendidos anteriormente. A minha opinião, que vai no sentido de não investir de novo na aprendizagem dos algoritmos já trabalhados, mesmo que o Programa aponte para perspectivas diferentes da sua aprendizagem, parece tranquilizá-lo. Nesta fase do projeto, faz sentido para Manuel que esse ‘novo’ caminho seja realizado no

que respeita ao algoritmo da divisão, opção, que tal como já foi referido, acabou por não se concretizar.

Este receio parece relacionar-se com a ideia de que o Programa protagoniza o ensino de ‘novos’ algoritmos em vez dos algoritmos usuais. Quando discutimos o modo como iríamos ensinar o algoritmo da divisão é que me apercebo que, numa primeira fase do projeto e durante grande parte dele, Manuel teria feito este entendimento. Numa das últimas sessões do projeto, a propósito da opção de não ensinar o algoritmo da divisão tal como é preconizado no Programa, refere a existência de um outro manual, também ele concebido de acordo com o novo Programa (ME, 2007), em que são apresentados vários algoritmos da divisão como procedimentos diferentes de cálculo para os alunos escolherem:

Manuel: Devíamos dar a liberdade para os pais perceberem que a divisão enquanto algoritmo pode ser trabalhada, não quer dizer que seja melhor ou pior, mas também que pode ser trabalhada de outra forma. Porquê? Nós estivemos a ver alguns manuais e o facto é que mesmo sendo um novo manual, sendo mesmo um novo Programa, a divisão é apresentada... há diferentes formas enquanto algoritmo.

(...)

Maria José: Vão ser para o 4º ano. Apresentam a perspetiva anterior e depois duas ou três páginas à frente apresentam segundo o novo Programa. Vou buscar.

Manuel: Acaba por haver as tais diferentes formas de trabalhar. E estamos sempre de volta do algoritmo. Há diferentes formas de o trabalhar, não é só esta. E é engraçado, nós vimos nesse manual e acaba por aparecer as duas formas de trabalhar o algoritmo.

Eu: É que o algoritmo acaba por ser... como é que eu hei de explicar! O que acontece é que há um caminho relacionado com a aprendizagem do algoritmo que é feito antes...

Manuel: Com base no cálculo mental

Eu: Sim, e depois caminha-se para o algoritmo mais condensado. Não há um algoritmo um nem um algoritmo dois.

Manuel: Sim, sim, sim.

Eu: Há é um caminho que se defende aqui no novo Programa de...

Manuel: de compreensão.

Eu: Sim, de compreensão, que faz com que os alunos passem por determinadas experiências de desenvolvimento de cálculo mental e de tudo o que fizeram antes... portanto, antes da representação usual, não é?

Manuel: Sim.

(...)

Maria José: Só vimos assim na diagonal. Apresenta o algoritmo com um algarismo [no divisor], depois com dois algarismos e aqui é que aparece este, como outras estratégias. (Aponta para a página do manual onde está a representação do algoritmo em que se visualizam os quocientes parciais e as subtrações sucessivas).

Manuel: Outras estratégias. Lá está!

(...)

Eu: De facto, na minha perspetiva, eles não têm um percurso. Há esta forma ou esta. E apresentam a usual antes desta representação [em que se visualizam os quocientes parciais e as subtrações sucessivas]. Não há um caminho.

(S27, pp. 2, 3)

Neste excerto, Manuel reconhece, mais uma vez, a importância do desenvolvimento do cálculo mental na aprendizagem dos algoritmos tal como é preconizada no novo Programa (ME, 2007). Inclusive, quando refiro a importância desta relação, em várias ocasiões, vai terminando as minhas frases, parecendo ter integrado as ideias subjacentes ao meu discurso na sequência de outros momentos em que já tínhamos discutido o mesmo assunto. Contudo, a existência de um manual que apresenta o algoritmo na sua representação usual e em que, só em páginas posteriores, é que opta por apresentar uma sua representação menos condensada (em que se visualizam os quocientes parciais e as subtrações sucessivas), intitulando-a como ‘outra estratégia’, parece vir reforçar a ideia de Manuel que, efetivamente, estamos perante dois procedimentos algorítmicos diferentes e que os alunos poderão optar por um ou por outro perante uma situação de cálculo.

O cálculo mental e as mensagens transmitidas pelas tarefas e pela sua exploração.

A propósito dos procedimentos de cálculo utilizados pelos alunos na tarefa 3.3 – Embalagens de garrafas de água (anexo 6), Manuel reflete sobre os motivos que levam alguns deles a persistir no uso do algoritmo. Na sequência de uma observação realizada por mim, que leva à comparação das estratégias de cálculo usadas pelos alunos nesta tarefa e na tarefa 3.1 – Vamos construir a tabuada do 8 (anexo 6), surge uma discussão sobre os motivos que estarão na origem destas diferentes opções. A equipa constata, por exemplo, que na tarefa 3.3 – Embalagens de garrafas de água (anexo 6), para calcular o número de garrafas, o par de alunos Margarida e Miguel recorrem ao algoritmo para efetuar o produto 12×5 (ver Figura 7.5). Em contrapartida, na tarefa 3.1 – Vamos construir a tabuada do 8 (anexo 6), explorada anteriormente. Cada um destes alunos recorre a estratégias de cálculo mental. Margarida opta por fazer o triplo de 5×8 , sendo este um produto já conhecido (ver Figura 7.6) e Miguel efetua a decomposição decimal do número 15, utiliza a propriedade distributiva e obtém dois produtos já conhecidos, chegando ao resultado (ver Figura 7.7).

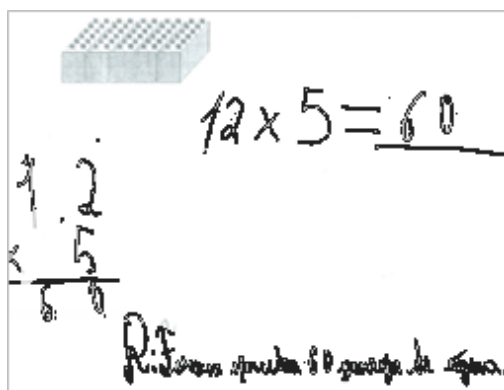


Figura 7.5 - Registo efetuado por Margarida e Miguel na resolução da tarefa 3.3

15	x	8	=	120	porque, é o triplo de 5x8.
----	---	---	---	-----	----------------------------

Figura 7.6 - Registo efetuado por Margarida na resolução da tarefa 3.1

15	x	8	=	120	porque,	$ \begin{array}{r} 10 \times 8 + 5 \times 8 \\ 80 + 40 \\ 120 \end{array} $
----	---	---	---	-----	---------	---

Figura 7.7 - Registo efetuado por Miguel na resolução da tarefa 3.1

Embora esta comparação seja suscitada por mim, Manuel encontra nas tarefas que se propõem e no modo como são exploradas, a explicação para o facto de existirem alunos que, numas situações recorrem ao cálculo mental e noutras ao algoritmo, mesmo com produtos cujos cálculos apresentam, à partida, dificuldades semelhantes:

Eu: Mas é engraçado, em contextos de tabuada, eles decompõem os números e utilizam as propriedades!

Manuel: Pois é! Porque aí está, sempre que temos resolvido essas tarefas eles já têm a ideia do que é para fazer. Explicar o porquê e depois vamos decompor o número 16... e, isso, eles fazem.

(...)

Eu: Será que existe uma espécie de expectativa relativamente...

Manuel: Sim, já agora, já que está a falar em expectativa, eu acho que com estas tarefas que temos vindo a desenvolver, eles já criaram as suas... Nós temos as expectativas em relação ao trabalho deles, mas eles próprios também já perceberam... é quase como pensar: *Para esta atividade temos de fazer desta maneira, para esta vamos fazer desta maneira.* (...) Porque também o *feedback* que nós passamos aos alunos é que correu sempre bem. E, porquê? Porque eles resolvem e não há alguém que diga que está errado ou... Porque aí está, qualquer estratégia é válida e eles entendem e, se calhar, até põem na cabeça que esta Matemática é uma Matemática mais fácil e até mais justa.

(S19, p. 1)

Para Manuel, os alunos acabam por compreender o que é presumível ser feito em cada tarefa, quer através da própria estrutura da tarefa, quer através do modo como o professor vai reagindo ao trabalho que realizam, tendendo a agir em conformidade com estes aspetos. Assim, ao serem colocados perante tarefas ‘novas’, que de algum modo encaminham para o uso de estratégias de cálculo mental, como é o caso das que envolveram a construção de tabuadas, tendem a usar essas estratégias. Já no que se refere à resolução de problemas, o percurso efetuado por estes alunos parece legitimar e reforçar o uso do algoritmo. Tal como já foi referido anteriormente, estes alunos transportam consigo uma experiência muito marcada pela procura da operação e pela realização do algoritmo num contexto de resolução de problemas.

(ii) *O projeto: confronto com perspetivas diferentes sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática*

Nas sessões de trabalho da equipa, emergiram discussões sobre aspetos que não se circunscrevem ao facto de estarmos perante um novo Programa, mas que se ligam a questões mais gerais do ensino e da aprendizagem da Matemática. Por vezes, estas discussões constituíram momentos de desafio para Manuel, no sentido de corresponderem a oportunidades de reflexão e aprendizagem sobre aspetos que devem estar presentes na seleção/construção das tarefas. A utilidade de se distinguir exercício de problema e a importância de se escolher contextos aos quais os alunos possam atribuir significado, inserem-se neste tipo de situações. Por sua vez, as discussões em torno do nível de exigência das tarefas correspondem a situações que geraram alguma tensão, fruto da emergência de ambivalências e de um rompimento de práticas anteriores.

A distinção entre exercício e problema: uma questão de rigor de linguagem. Ao seleccionar/construir tarefas, valoriza o que designa por situações problemáticas. Entende-as como problemas que incluem um contexto, e, tal como foi referido anteriormente, considera fundamental que estes estejam associados a situações do dia-a-dia, próximas das vivências dos alunos, atuais e/ou que suscitem a sua curiosidade. Contudo, quando se refere a este tipo de tarefas, quer nas sessões de trabalho da equipa, quer na sala de aula, utiliza frequentemente a palavra exercício.

Na 22.^a sessão de trabalho da equipa, a propósito da reflexão sobre a exploração da tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos (anexo 6) e perante a tendência de Manuel e Maria José a designarem por exercício, suscito uma reflexão sobre a distinção entre problema e exercício. Na sequência da afirmação de Maria José, definindo problema como um “exercício específico” (S22, p. 7), desencadeia-se a seguinte discussão:

Eu: Um exercício específico, porquê...?

Maria José: Porque tem uma situação.

Eu: Em que o objetivo é exercitar?

Manuel: Não, é resolver.

Maria José: Sim, é resolver. Mas no outro também tem de resolver. Se eu ponho uma expressão também tenho que resolver.

Eu: Manuel?

Manuel: Eu acho... entre ser problema ou exercício? É um problema porque temos de interpretar e temos de resolver. Um exercício é algo que nós já temos bem definido e é só aplicar aquilo que nós sabemos.

Eu: O que é que temos bem definido?

Manuel: Os procedimentos.

(...)

Eu: A Maria José falou em expressões, se eu ponho os alunos a resolver expressões, eu já trabalhei um conjunto de regras e a ideia é que eles exercitem. (...) Mas se ao fim de dez destes [tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos], eu poderei já não o sentir como um problema. (...) Eu posso estar a transformar um problema, que exige a procura de uma estratégia, de interpretar, de voltar a olhar para os dados... num exercício (...). Penso que é importante distinguirmos o que estamos a propor aos alunos.

Manuel: Sim, faz todo o sentido. Mas, ao dizer exercício, queremos dizer questão. Não estamos a pensar nisso. Mas, faz sentido essa distinção.

Maria José: Faz todo o sentido. Eu nunca tinha pensado nisto.

Manuel: É aquela ideia... Por exemplo, eu falo por mim, com o manual acabamos por dizer: *Matemática, resolução dos exercícios da página tal*, sejam eles problemas ou exercícios. Não estamos a ter rigor. Queremos dizer questão.

(S22, pp. 7, 8)

Apesar de Manuel não apresentar uma resposta pronta, no sentido de verbalizar, de imediato, o que poderá caracterizar um problema e um exercício, vai introduzindo na discussão elementos que permitem distingui-los, parecendo ir arrumando ideias sobre este assunto. Na sua perspetiva, estamos perante um problema quando temos de interpretar uma determinada situação e de encontrar formas de a resolver. Já um exercício corresponde a uma situação em que aplicamos os procedimentos que aprendemos, sabendo à partida o que é para fazer.

Para além do modo como vai intervindo na discussão, o facto de inicialmente afirmar que a utilização frequente e generalizada da palavra exercício se relaciona com uma certa falta de rigor de linguagem e que a utiliza como sinónimo de questão, reforça a ideia que, de algum modo, já possuía a perceção de se tratar de tarefas com características diferentes. Parece, no entanto, reconhecer a importância de termos presente essa distinção quando seleccionamos/construímos tarefas para os alunos.

Não basta que os contextos das tarefas sejam reais: devem permitir que os alunos lhes atribuam significado. Na 26.^a sessão de trabalho da equipa, ao ouvir os problemas com que Maria José se deparou na sala de aula quando explorou a tarefa 7.4 – Gasolina (ver subsecção 8.4.2, item (iv)), Manuel parece reconhecer as dificuldades dos alunos perante o tipo de preços apresentados na tabela incluída nessa tarefa (ver Figura 8.1). Na sua perspetiva, é natural que estes não tenham conseguido compreender que o último dígito por exemplo do preço 1,468 euros, corresponde a 8 milésimas do euro ou a 8 décimas do cêntimo. Os motivos que apresenta para esta dificuldade, relacionam-se, por um lado, com o momento em que os alunos se encontram da aprendizagem dos números racionais na sua representação decimal, afirmando que “a leitura décima de, centésima de, milésima de, ainda é algo que eles estão a começar” (S26, p. 2). Perante a afirmação de Maria José sobre a facilidade com que os alunos lidaram com a milésima no contexto das medidas de comprimento (ver subsecção 8.4.2, item (iv)), Manuel justifica este aspeto por, nesse contexto, ser possível aos alunos visualizarem fisicamente um milímetro e o modo como esta unidade se relaciona com as restantes medidas de comprimento. Parece, assim, compreender esta dificuldade dos alunos, associando-a ao facto de estes não terem a possibilidade de lhes atribuir significado em termos reais, aspeto que considera fundamental na fase de aprendizagem dos números racionais na sua representação decimal, em que estes alunos ainda se encontram.

Quando relembro que um dos aspetos que esteve presente na escolha desta tarefa foi, também, por ser um contexto real, Manuel responde que, apesar disso, é também um contexto específico. Parece utilizar esta expressão no sentido de a considerar uma situação muito particular, neste caso, respeitante ao preço de combustíveis. Refere, ainda, que os alunos não costumam ter dificuldades quando lidam com contextos de dinheiro e salienta a

ideia que as que foram manifestadas nesta tarefa derivam da impossibilidade de atribuírem significado aos preços com três dígitos na parte decimal do número, devido à prematuridade em que esta tarefa foi proposta.

Eu: Mas nós escolhemos esta tarefa também por ser um contexto real...!

Manuel: É um contexto real, mas é um contexto específico. (...) Nós próprios temos dificuldade. Eu entendo e percebo porquê, mas para eles neste momento, é difícil compreenderem. (...) Eles pensam: *Como é que eu vou pagar um litro que custa 1 euro e 138?* Eles têm que perceber que pagam 1 euro e 14 cêntimos (...) O contexto de dinheiro até é um contexto em que eles não costumam ter dificuldades.

(S26, p. 3)

Dado que Manuel irá ainda propor esta tarefa aos seus alunos, no final da discussão, afirma “Ou se corta aqui [algarismo das milésimas dos preços da figura 8.1], trabalhamos só com os cêntimos e esquecemos a parte das milésimas. Ou, então, vai acontecer aquilo que aconteceu” (S26, p. 2). Ao fazer esta afirmação, parece considerar que, neste momento, também os seus alunos irão manifestar as mesmas dificuldades a não ser que se modifiquem os preços dos combustíveis eliminando o último dígito.

Elevar o nível de exigência das tarefas: o receio de desmotivação dos alunos. Tentar perceber de antemão se determinada tarefa iria criar muitas dificuldades aos alunos, foi uma das preocupações manifestadas por Manuel, sugerindo, por vezes, que determinada tarefa fosse proposta mais tarde ou que fosse simplificada. Os motivos que estão na base destas sugestões prendem-se essencialmente com o receio de gerar nos alunos um sentimento de desmotivação em relação ao trabalho proposto:

O mais importante para o aluno é a segurança que ele sente ou não. Porque se ele não se sentir seguro poderá, então, obrigá-lo a ter mais atenção e estar mais concentrado, ou, então desmotivar. (S4, p. 5)

Considera fundamental que os alunos, perante uma tarefa, sintam segurança na sua resolução. Para garantir esta segurança, procura questões que sejam acessíveis, tendo em conta o conhecimento que tem das capacidades e das dificuldades comumente manifestadas pelos seus alunos. Contudo, ocasionalmente, a perceção que evidenciava destas capacidades e dificuldades, nem sempre estava de acordo com as ideias que eu fui criando acerca destes aspetos. Perante propostas minhas de avançarmos com tarefas que Manuel considerava não serem ainda exequíveis pelos alunos, manifestou algumas dúvidas

e ambivalências. Estas traduzem-se na possibilidade de propor uma tarefa desafiadora, no sentido de provocar os alunos na procura de estratégias para a resolverem, e o medo de colocar alguns deles numa situação de desmotivação por não conseguirem resolvê-la. A seguinte situação que ocorreu a propósito da tarefa 5.1 – Organizar menus (anexo 6), é reveladora deste tipo de sentimentos.

Esta tarefa foi incluída na primeira sequência de tarefas com o objetivo de colocar os alunos perante problemas em que a operação multiplicação surge associada ao sentido combinatório. No momento em que a equipa fez esta escolha, a ideia era propor aos alunos uma tarefa praticamente igual à que constava na brochura de materiais de apoio ao PMEB (Mendes et al., 2009) (ver Figura 7.8). À semelhança do que acontecia noutras situações, em que os professores optavam por efetuar alterações pontuais nas tarefas e/ou no modo de serem exploradas, também esta tarefa foi alvo de modificações. No início da sua exploração com os alunos, Manuel informa-me que ele e a Maria José tinham decidido alterar a segunda questão da tarefa, por preverem que os alunos iriam ter muitas dificuldades na sua resolução. Decidem, por este motivo, retirar a peça de fruta da composição do menu e a chamada de atenção que limita a escolha do tipo de sumo, eliminando a informação assinalada na figura 7.8. Estas alterações constituem uma simplificação da proposta da brochura, o que se traduz numa diminuição do seu nível de exigência.

O segundo problema passa a ter o mesmo grau de dificuldade do primeiro problema da tarefa. Efetivamente, só pelo facto de esta tarefa não incluir a peça de fruta na composição do menu, transforma-se numa situação mais simples. Para a sua resolução basta que os alunos combinem os 6 tipos de sandes (resultado obtido na resolução do 1.º problema) com os 2 sumos de fruta, para concluírem que poderão existir 12 menus diferentes (6×2).

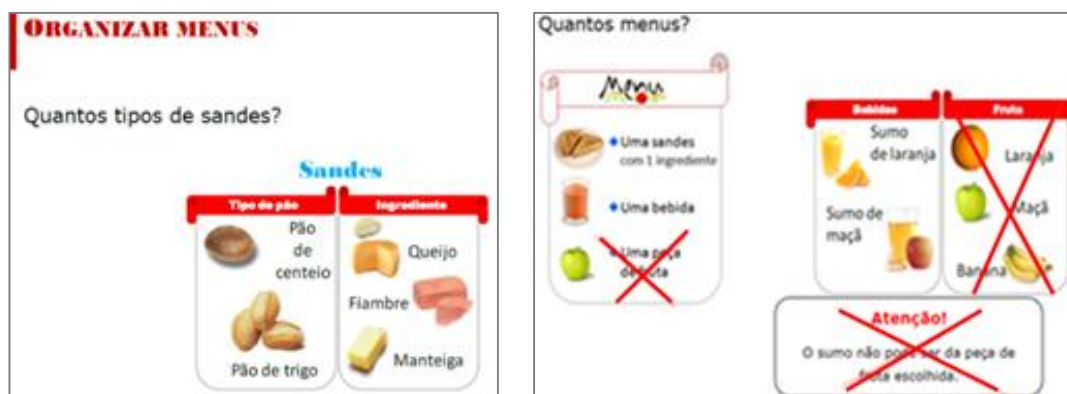


Figura 7.8 - Adaptação de Manuel e Maria José da tarefa 5.1¹⁴

Ao refletir sobre o modo como os alunos reagiram a esta tarefa, Manuel explicita os motivos que contribuíram para que os alunos não tenham manifestado dificuldades na sua resolução:

Eu acho que os alunos não tiveram dificuldade. Não tiveram dificuldade, porque era uma tarefa que eles de certa forma que eles tinham feito já. Não com estes ingredientes, se é que se pode dizer, ou com estas variáveis. (...) Já fizeram noutras vezes e confesso que eles não tiveram dificuldade com outro tipo de variáveis, sandes, calções, camisolas... (S21, p. 1)

Face à adaptação da tarefa representada na Figura 7.8, de algum modo Manuel previa que os alunos não iriam sentir dificuldades na sua resolução, dado que também não o tinham manifestado em tarefas semelhantes propostas anteriormente. Para além deste aspeto, parece considerar que os alunos não estariam ainda preparados para lidar com uma tarefa que é mais difícil do que aquelas que eles têm realizado.

(...) Nós decidimos na altura não colocar [a segunda questão tal como estava na brochura], porque havia aqui um conjunto de fatores que eles tinham de combinar e de certa forma acho que eles ainda não estariam preparados para isso. (...) Ao introduzirmos essa questão, neste caso mais um fator para este menu e tendo em conta que ele não se podia repetir, se calhar seria complicado. Era algo que seria para fazer posteriormente, mas não aqui. (S21, p. 1)

O que o leva a considerar complicada para os seus alunos a tarefa original, é o facto de envolver mais elementos do que aqueles que estes estão habituados a combinar e por

¹⁴ Tarefa retirada de Mendes, Brocardo, Delgado e Gonçalves (2009).

existirem condições que impedem a conjugação de alguns desses elementos. Afirma, também, que “de uma questão para a outra da tarefa, era um grande salto” (S21, p. 3), parecendo considerar que esta proposta, tal como está concebida, não tem em conta o aumento gradual do nível de dificuldade das várias questões que a constituem, o que contraria uma das características valorizadas por Manuel nas tarefas.

7.4.3 A seleção/construção e preparação das tarefas numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número

(i) *O estabelecimento da relação entre os contextos dos problemas e os cálculos*

Numa fase ainda muito inicial do desenvolvimento do projeto, Manuel revela sensibilidade para relacionar o contexto das tarefas e os procedimentos de cálculo que poderão suscitar nos alunos, aspeto que se reflete no modo como as analisa. Destacam-se três aspetos que sustentam as suas justificações e orientam as suas opções no que refere à escolha dos contextos das tarefas, que visem o desenvolvimento do sentido de número.

Um primeiro aspeto relaciona-se com a situação a que se refere o contexto. Como já foi referido, Manuel mostra valorizar tarefas cujos contextos incluam situações que permitam aos alunos atribuir-lhes significado, como forma de facilitar a sua compreensão (ver ponto 7.4.1.1). Por exemplo, no final do projeto, ao tentar caracterizar o que constitui uma ‘boa tarefa’, que vise o desenvolvimento do sentido de número dos alunos, Manuel apresenta como um dos exemplos a tarefa 7.1 – O homem mais alto do mundo (anexo 6), por permitir o estabelecimento de relações entre as medidas de comprimento, envolvendo o uso de materiais de medição e a comparação das alturas dos alunos (ver do excerto “Uma boa tarefa é...”, ponto 7.4.1.1). No que respeita a aspetos específicos relacionados com o desenvolvimento do sentido de número, estas justificações traduzem o valor que atribui a contextos que facilitem e contribuam para o desenvolvimento do *sentido das grandezas, relativas e absolutas, dos números*, decorrentes da possibilidade dos alunos efetuarem comparações com referenciais físicos (neste caso o metro). Parece ser também a importância que confere a este aspeto que o leva a não propor a tarefa 7.4 – Gasolina (anexo 6), incluindo os valores de preços representados na Figura 8.1, tal como foi

proposta na turma de Maria José. Para Manuel, o facto de os alunos se encontrarem numa fase ainda muito inicial do trabalho com números racionais na sua representação decimal e de não ser uma situação muito comum na representação de preços, poderá originar dificuldades na compreensão da situação e em lidar com estes números (ver subsecção 7.4.2, item (ii)).

Um segundo aspeto prende-se com a importância das características dos números envolvidos nas tarefas no desenvolvimento do conhecimento e da destreza com os números. Referindo-se ainda à tarefa 7.1 – O homem mais alto do mundo (ver excerto “Uma boa tarefa é...”, ponto 7.4.1.1), salienta o facto de esta contribuir para a compreensão, por exemplo, que o número 2,40 é uma representação de 2,4 e 2,400, o que traduz o valor que atribui à *compreensão das múltiplas representações dos números*. Salienta, ainda, a importância deste contexto na escolha do “homem mais alto”, tendo em conta a particularidade dos números envolvidos que representam as suas alturas, ou seja, na compreensão da ordenação dos números 2,362 m e 2,40 m, aspeto que se relaciona com o *desenvolvimento do sentido da ordenação dos números* (neste caso de números racionais na sua representação decimal).

No âmbito de uma discussão da equipa acerca do que poderão constituir tarefas que permitem desenvolver estratégias de cálculo mental (ver ponto 7.4.1.1, item (iv)), mostra distinguir tarefas que têm este objetivo com as que simplesmente conduzem ao uso de cálculos, afirmando que são tarefas em que “estamos a dar ferramentas aos alunos para eles desenvolverem e poderem aplicar [o cálculo mental] ” (S2, p. 4). A tarefa que seleciona e que considera adequada para este fim (ver Figura 7.2), encontra-se muito próxima das ideias subjacentes à proposta de cadeias numéricas, que só mais tarde viriam a ser introduzidas e discutidas na equipa. Para justificar a sua escolha, salienta o modo como os números incluídos no contexto se articulam com o tipo de cálculos a efetuar pelos alunos. Ao afirmar que “partindo desta situação, eles percebem que então para 8 é só subtrair 2, para 98 é a mesma coisa vou subtrair no final 2” (S2, p. 4) mostra valorizar a importância deste aspeto na *compreensão do efeito das operações*. Revela também atribuir importância ao facto de este contexto induzir o recurso a *sistemas de valores de referência* numa

situação de cálculo, afirmando “é mais fácil eles trabalharem com o 10, com o 100 e com o 1000” (S2, p. 4).

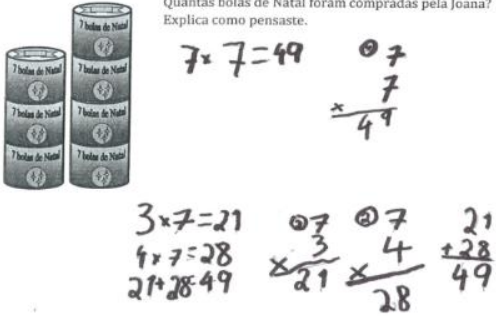
Por fim, o terceiro aspeto relaciona-se com as imagens associadas às tarefas. Com a sua participação no projeto, Manuel vai desenvolvendo uma maior sensibilidade relativa às características das imagens e à sua relação com os cálculos que estas podem suscitar. Por exemplo, os comentários que tece acerca da tarefa 2.1 – Quantas bolas de Natal? (ver Figura 7.9), ilustram a importância que atribui às imagens que são construídas com intencionalidade para fazer emergir *o uso de representações e/ou métodos eficazes*. Por este constituir um aspeto do desenvolvimento do sentido de número, quando se trata de aplicar conhecimentos e destrezas com os números e as operações em situações de cálculo, será analisado em pormenor em seguida (item (iii) desta subsecção).

Quantas bolas de Natal?

O supermercado “Comprar Barato” colocou em promoção caixas de bolas de Natal como esta. Cada caixa tem 7 bolas.

1. A Joana comprou as seguintes caixas de bolas para enfeitar a sua árvore de Natal.

Quantas bolas de Natal foram compradas pela Joana?
Explica como pensaste.



R: Foram compradas pela Joana 84 bolas de Natal.

Figura 7.9 - Registro efetuado por Renato e Rui na resolução da questão 1 da tarefa 2.1

Como vimos, a percepção de Manuel acerca da relação entre o contexto das tarefas e o pensamento/cálculos a efetuar pelos alunos, parece contribuir para uma valorização deste aspeto quando seleciona/constrói tarefas e quando após a sua exploração reflete sobre as suas potencialidades no desenvolvimento do sentido de número dos alunos. Contudo, esta percepção leva-o também a simplificar alguns contextos, propondo que se diminua a grandeza dos números envolvidos ou que não se alargue esse universo. Por exemplo, na

reflexão sobre a exploração de um problema que envolvia o número 192, em que se pretendia determinar o número de grupos com 6 elementos que se podiam formar, perante as dificuldades manifestadas pelos alunos, Manuel é de opinião que se deve propor mais uma tarefa do mesmo tipo, mas sem aumentar os números envolvidos (ver subsecção 7.3.2, item (ii)). Em outras ocasiões, a simplificação dos contextos incluiu a própria situação que é colocada aos alunos. Foi o caso da tarefa 5.1 – Organizar menus (anexo 6), em que é retirada a peça de fruta da composição do menu e a chamada de atenção que limita a escolha do tipo de sumo, eliminando a informação assinalada na Figura 7.8. Estas alterações constituem uma simplificação da proposta inicial, justificada por Manuel, pelo número excessivo de elementos que teriam de ser tidos em conta pelos alunos na sua resolução e para os quais considera não estarem ainda preparados (ver subsecção 7.4.2, item (ii)).

(ii) A consciencialização da existência de múltiplas estratégias

Um dos aspetos que valoriza nas tarefas, é a possibilidade delas fazerem surgir várias estratégias. Por exemplo, na resolução da questão 1 da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6), em que se pedia aos alunos para determinarem os azulejos já colocados na parede (ver Figura 8.2) surgiram diversas estratégias, como mostram os exemplos das produções dos alunos (ver Figura 7.10).

$6+6+6+6+6+6=36$	$2 \times 18 = 36$	$3 \times 6 = 18$ $18 + 18 = 36$	$5 \times 6 + 6 = 36$ $\swarrow \searrow$ $30 \quad 6$ $\swarrow \searrow$ 36	$6 \times 6 = 36$
------------------	--------------------	-------------------------------------	---	-------------------

Figura 7.10 - Registos efetuados por alunos na resolução da questão 1.1 da tarefa 1.1

Quando no final do projeto se refere às características do que será uma boa tarefa para desenvolver o sentido de número, relembra a tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6), refere o valor que lhe atribui por ter suscitado o uso de diferentes estratégias (ver excerto “Uma boa tarefa é...”, subsecção 7.4.1). Ao longo do projeto, esta ideia de valorizar as diferentes estratégias dos alunos foi reforçada pelo próprio trabalho que fomos desenvolvendo. Nomeadamente, quando a equipa se debruçava sobre o modo como os

alunos poderiam resolver determinada tarefa, tentando elencar os possíveis caminhos que poderiam seguir. Nestes momentos, pude observar o interesse que Manuel demonstrava em envolver-se neste tipo de trabalho e a importância que lhe foi atribuindo, tendo em conta as mais-valias que foi identificando na aprendizagem dos alunos.

Em algumas situações, ao pensar nos vários caminhos a seguir pelos alunos na resolução das tarefas ou ao observar os que efetivamente seguiram, Manuel revela alguma tensão, resultante da tendência dos seus alunos usarem o algoritmo. Por exemplo, ao analisar os procedimentos representados na Figura 7.9 termina-a, dizendo: “Mas não deixam de tentar usar o algoritmo!” (S13, p. 1). Esta constatação mantém-se durante grande parte do funcionamento do projeto e, como veremos na secção seguinte, faz parte dos desafios com que se depara quando explora as tarefas na sala de aula. Manuel parece, assim, manter-se numa espécie de conflito entre valorizar tarefas que suscitem a invenção e aplicação de diferentes estratégias de cálculo e a constatação do recurso frequente de uma estratégia que os seus alunos usam com eficácia – o algoritmo.

(iii) O uso de representações e/ou métodos eficazes

Ao longo do projeto, a ideia de valorizar o uso de representações e/ou métodos eficazes de cálculo foi sendo reforçada pelo trabalho que a equipa de trabalho foi desenvolvendo. Nomeadamente, quando a equipa se debruçava sobre o modo como os alunos poderiam resolver determinada tarefa ou como a tinham resolvido, tentando elencar os possíveis caminhos que poderiam seguir ou analisar os que tinham seguido, respetivamente. Nestes momentos, pude observar o interesse com que se envolvia neste tipo de trabalho e a importância que lhe foi atribuindo, tendo em conta as mais-valias que ia identificando na aprendizagem dos alunos.

Por exemplo, ao analisar as produções dos alunos na resolução da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6), refere o recurso à operação adição e salienta a relação que alguns alunos conseguiram estabelecer com a multiplicação, valorizando a importância da *compreensão das relações entre as operações*. Valoriza, também, o facto de os alunos se aperceberem que podem recorrer à multiplicação como um método mais eficaz na realização dos cálculos, aspeto, que aliás, parece constituir para Manuel o principal objetivo desta tarefa:

Sendo o objetivo da tarefa que eles utilizassem diferentes estratégias de cálculo associadas à multiplicação. Eu penso que de uma forma geral, eles utilizaram diferentes estratégias. Uns começaram pela adição e rapidamente transformaram na multiplicação. (S10, p. 4)

Na construção da tarefa 2.1 – Quantas bolas de Natal? (anexo 6), Manuel salienta a importância da disposição das latas para fazer surgir a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, afirmando que:

O facto de eles [os alunos] não conhecerem a tabuada do 7 vão ter de a desmontar para utilizar os produtos que já sabem (...) e desenvolvem a propriedade distributiva (S12, p. 1).

Também ao analisar as produções de um par de alunos na resolução desta tarefa (ver Figura 7.9), não só revela compreender a estratégia utilizada por estes alunos, como também, mostra sensibilidade relativamente às suas possíveis intenções:

Neste caso, eles não sabiam quanto era 7×7 e a partir daí eles tentaram arranjar uma estratégia para chegar lá (...) É engraçado, aqui, como não sabiam, recorreram à decomposição e recorreram à imagem. (S13, p. 1)

Embora não o refira explicitamente que é usada a decomposição do número 7 sugerida pela disposição das latas na imagem, parece reforçar o valor que atribui a esta tarefa por proporcionar o uso da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, através do recurso a produtos já conhecidos para efetuarem os cálculos. Do ponto de vista do desenvolvimento do sentido de número, corresponde a uma valorização do *uso de múltiplas representações dos números* e ao *uso das propriedades das operações*, respetivamente.

É importante referir que, ao selecionar/construir tarefas no âmbito do projeto, os aspetos valorizados e os desafios manifestados por Manuel que se relacionam especificamente com o desenvolvimento do sentido de número, são mais facilmente verbalizados no momento em que a equipa refletia sobre os efeitos da tarefa na aprendizagem dos alunos. A análise das suas produções parece ter-se mostrado fundamental para que Manuel desenvolvesse, não só, uma maior sensibilidade acerca do

modo como os alunos pensam, como também, para relacionar essas produções com as características das tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos.

7.4.4 Síntese

Ao selecionar/construir tarefas, Manuel foi revelando perspectivas sobre as características das tarefas que considera importantes no trabalho com os números e as operações. Pelo discurso que vai desenvolvendo e pelas opções que vai tomando, parece existir uma espécie de evolução das ideias acerca das características das tarefas que valoriza. Esta ‘evolução’ não se exprime numa mudança, na aceção de abandonar umas para assumir outras. O que parece acontecer, é que algumas das características das tarefas referidas no início do projeto continuam a ser valorizadas por Manuel, mas são justificadas de forma mais clara e efetiva, parecendo existir uma maior consciencialização da importância dos seus efeitos na aprendizagem dos alunos. É o que acontece quando, numa fase inicial do projeto, valoriza a diversificação das tarefas que, na sua perspetiva, se liga à importância de propor situações problemáticas, às quais estejam associados contextos diversos, como situações do dia-a-dia, próximas das vivências dos alunos, atuais e que suscitem a curiosidade. Ainda que, inicialmente, estes aspetos sejam referidos como forma de motivar os alunos para a aprendizagem da Matemática, ao longo do projeto, vão assumindo outra importância para Manuel – a de dar significado aos números e às operações.

Às características das tarefas valorizadas numa fase inicial do projeto são, também, acrescentadas outras que vêm completar aspetos importantes que as tarefas devem ter quando se encara o ensino e a aprendizagem dos números e das operações numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número. Efetivamente, um contacto mais próximo com o novo Programa (ME, 2007) parece estar na origem do valor que Manuel atribui a tarefas que promovem o desenvolvimento do raciocínio matemático e da comunicação matemática dos alunos. Adjetiva estas tarefas como ‘desafiadoras’ por suscitarem o uso de diferentes estratégias e a explicação do modo como os alunos pensam. Para Manuel, estas características oferecem mais liberdade aos alunos para escolherem os caminhos para as

resolverem mas, simultaneamente, torna-as mais exigentes do ponto de vista do trabalho que estes têm de realizar. Com a sua participação no projeto, salienta também a importância das tarefas estarem ‘bem estruturadas’. O significado atribuído a esta expressão parece relacionar-se com a intencionalidade educativa que deve estar presente na sua seleção/construção. No que respeita ao trabalho com os números e as operações, salienta a importância das tarefas permitirem o estabelecimento de relações numéricas, de sistematizarem o que os alunos aprenderam e de suscitarem diferentes estratégias de cálculo. É também durante a sua participação no projeto que parece aperceber-se que as características das tarefas que visam o desenvolvimento do cálculo mental diferem das situações em que os alunos simplesmente são envolvidos na realização de cálculos. Recordando o trabalho que realizou com os seus alunos durante os dois primeiros de escolaridade, conclui que não propôs tarefas que efetivamente contribuíssem para o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental. É ao longo do projeto que reconhece as características das tarefas que potenciam esse desenvolvimento e as que simplesmente conduzem os alunos a efetuarem cálculos mentalmente.

Ainda no que respeita às características que valoriza nas tarefas, há um aspeto que está presente em todo o projeto e que constitui uma preocupação para Manuel – a exequibilidade das tarefas por parte dos alunos. Um dos seus grandes receios é que os alunos se deparem com muitas dificuldades e que estas conduzam à sua desmotivação, receio que se liga à ideia que tem de uma tarefa ‘resultar bem’ – cumprir os objetivos de aprendizagem para a qual foi pensada, despertar o interesse e envolver os alunos na sua resolução. Embora não procure, à partida, tarefas ‘fáceis’, tenta evitar que a grandeza dos números envolvidos constitua uma dificuldade para os alunos e que as questões das tarefas se interliguem, de modo a ajudá-los na sua resolução.

Apesar da expressão ‘sentido de número’ estar omissa em grande parte do seu discurso quando se envolve na seleção/construção das tarefas, acaba por valorizar características fundamentais nas tarefas que potenciam o seu desenvolvimento, nomeadamente: (i) os contextos das tarefas estarem relacionados com situações do dia-a-dia, permitindo que os alunos lhes atribuam significado, (ii) permitirem o uso de

estratégias diversificadas (iii) orientarem o aluno na tomada de decisões e, (iv) permitirem o estabelecimento de relações numéricas.

No que respeita ao que valoriza durante a preparação das tarefas, sobressaem três aspetos que se ligam diretamente ao modo como Manuel pensa organizar e gerir as situações de sala de aula. O primeiro relaciona-se com a antecipação das possíveis resoluções da tarefa e uma compreensão mais profunda dos seus objetivos, associando o valor que atribui a estes dois elementos à qualidade dos momentos de discussão das tarefas. Considera que antecipar as estratégias dos alunos constitui, acima de tudo, uma forma de as valorizar, no sentido de considerar importante que elas surjam e que sejam partilhadas. Para que esta partilha contribua para a evolução da eficácia das estratégias utilizadas pelos alunos, salienta como fundamental que o professor faça uma boa seleção e comparação das estratégias que são apresentadas, aspetos que serão facilitados através da antecipação de estratégias que os alunos podem usar. Refere ainda, que a antecipação das estratégias de resolução de uma tarefa permite-lhe, também, ter uma maior consciência das estratégias mais eficazes, oferecendo-lhe a possibilidade de ser ele próprio a avançar com uma estratégia que considera importante ser discutida, mesmo que não tenha surgido naturalmente nas resoluções dos alunos. Este último argumento liga-se diretamente à importância que Manuel confere a uma compreensão clara dos objetivos da tarefa, na medida em que o ajuda a orientar as suas decisões no momento de discussão da tarefa e de ter uma melhor perceção sobre o que os alunos aprenderam. O segundo aspeto liga-se com a perspetiva que Manuel cria acerca do manual adotado para o 3.º ano. Efetivamente, logo numa fase inicial do projeto, considera que este manual poderá constituir um elemento de apoio importante à sua prática letiva. Tece-lhe algumas críticas relativas à falta de espaço para os registos dos alunos mas, globalmente, considera que espelha as perspetivas do novo Programa (ME, 2007). Assume uma atitude crítica relativamente às propostas que este contém, sugerindo as tarefas que considera adequadas para serem exploradas pelos alunos e em que momento faz sentido realizá-las. Considera que este manual, pelo facto de possuir uma nova forma de abordagem dos números e das operações, implica algumas mudanças no trabalho que realiza na sala de aula com os alunos. Globalmente, estas são bem aceites por Manuel, mas, como veremos posteriormente, a introdução destas novas

abordagens a meio de um ciclo de escolaridade conduzem-no a desenvolver uma relação dicotómica com o manual adotado. Por fim, o terceiro aspeto tem a ver com a escolha da modalidade de trabalho, optando por uma espécie de alternância entre o trabalho individual e a pares. Embora revele que ainda não refletiu sobre os motivos que podem justificar uma ou outra opção, Manuel salienta a importância da realização de tarefas individuais como forma de melhor aceder ao que cada aluno pensa, como pensa e que dificuldades revela.

Ao selecionar/construir tarefas, Manuel deparou-se com alguns desafios que, numas situações, se traduziram em dificuldades e, noutras, em ambivalências no que respeita às opções a tomar. Destacam-se dois tipos de desafios: o primeiro associa-se ao novo Programa (ME, 2007), nomeadamente à necessidade de mudança da sua prática e da dos alunos a meio de um ciclo; o segundo diz respeito ao seu envolvimento no projeto e traduz-se no confronto com ‘novas’ perspetivas sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática.

O primeiro desafio constitui uma fonte de ambivalências, todas elas relacionadas com o desenvolvimento do cálculo mental. A primeira, que designei por *o uso de estratégias de cálculo mental versus o uso de regras de cálculo*, relaciona-se com a persistência de alguns alunos recorrerem a ‘regras’ de cálculo sem compreensão, aprendidas nos dois primeiros anos, em vez de usarem estratégias de cálculo mental que Manuel passou a valorizar durante a sua participação no projeto. A segunda situação tem a ver com *o cálculo mental e a aprendizagem dos algoritmos*. Ao compreender que o forte investimento no cálculo mental nos dois primeiros anos de escolaridade veiculado pelo novo Programa (ME, 2007) pode ajudar, não só no seu desenvolvimento, mas também, a aprendizagem dos algoritmos, Manuel parece considerar que os seus alunos estarão, de algum modo, em desvantagem para aprender o algoritmo da divisão de acordo com as sugestões do novo Programa (ME, 2007). Por fim, *o uso do cálculo mental e as mensagens transmitidas pelas tarefas e pela sua exploração* constitui um aspeto sobre o qual a equipa sente a necessidade de refletir. Manuel encontra, mais uma vez, no percurso anterior dos alunos a explicação para recorrerem ao algoritmo na realização dos cálculos no contexto de resolução de problemas e ao cálculo horizontal em tarefas com características diferentes, como as que envolvem estabelecimento de relações entre cálculos anteriores (cadeias numéricas, construção das tabuadas ou relacionar para calcular), tarefas que foram pela

primeira vez colocadas a estes alunos e que, pela sua estrutura, conduzem ao uso do cálculo mental.

O segundo desafio relaciona-se com o confronto com aspetos sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática, sobre os quais Manuel não tinha ainda refletido ou sequer valorizado: a distinção entre exercício e problema, a importância dos alunos darem significado a contextos reais e a relação entre o elevado nível de exigência das tarefas e a desmotivação dos alunos. No que diz respeito ao primeiro aspeto, é com a sua participação no projeto que Manuel passa a reconhecer a importância de distinguir exercício de problema quando se selecionam/constroem tarefas. Apesar de afirmar que utiliza a palavra exercício como sinónimo de questão, passa a considerar fundamental que o professor entenda que ambos proporcionam diferentes atividades matemáticas aos alunos. Quanto ao segundo, no âmbito da reflexão de uma tarefa, Manuel conclui que os contextos das tarefas serem reais não constitui uma condição suficiente para ser um ‘bom’ contexto. Na sua perspetiva, devem permitir também a atribuição de significado pelos alunos. O último aspeto constitui talvez o maior conflito para Manuel. Como vimos, a exequibilidade das tarefas, no sentido dos alunos as conseguirem resolver sem grandes dificuldades, constitui uma das características das tarefas que Manuel valoriza. O receio da desmotivação dos alunos perante uma tarefa que consideram difícil conduz Manuel a propor a simplificação de algumas delas, quer através da eliminação de questões que considera mais complicadas quer através da sugestão da diminuição da grandeza dos números envolvidos.

Ao ser colocado perante estes desafios sobressaem perspetivas e ações que são integradas por Manuel e que constituem elementos fundamentais que o professor deve ter em conta na seleção/construção de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número. Para além da relevância que concede à realização de tarefas que permitem desenvolver o cálculo mental, aspeto que faz parte da caracterização de um ‘bom’ sentido de número, evidencia-se a importância que passa a conferir à atribuição de significado, por parte dos alunos, aos contextos das tarefas e à natureza das atividades a que estas podem dar origem.

Efetivamente, mostra reconhecer a *relação entre o contexto da tarefa e os cálculos que os alunos poderão efetuar*. Esta sensibilidade traduz-se na importância que atribui à

possibilidade dos contextos contribuírem para: (i) o desenvolvimento *do sentido das grandezas, relativas e absolutas, dos números*, (ii) a compreensão de *múltiplas representações dos números*, (iii) o desenvolvimento *do sentido da ordenação dos números*, (iv) a utilização de *sistemas de valores de referência*, (v) a *compreensão do efeito das operações* e (vi) o *uso de representações e/ou métodos eficazes*. A crescente percepção que revela quanto ao efeito da grandeza dos números envolvidos e da própria situação associada ao contexto no pensamento dos alunos, ligada ao receio de estes manifestarem dificuldades na resolução das tarefas, leva-o a propor uma simplificação dos contextos, tanto no que se refere à grandeza dos números envolvidos, como da situação em si.

Manuel revela também valorizar tarefas que suscitem *o uso de diversas estratégias por parte dos alunos*. Esta perspetiva é diferente da sua experiência anterior de ensino da Matemática, focada nos algoritmos. A tendência que observa nos seus alunos de recorrerem aos algoritmos para efetuarem os cálculos, fruto das suas experiências anteriores, parece ser um elemento de tensão para Manuel, dado que os inibe de tentarem inventar e aplicar estratégias diferentes.

Por fim, ao longo do desenvolvimento do projeto, foi revelando uma crescente sensibilidade para valorizar nas tarefas a possibilidade destas contribuírem para o uso de uma representação e/ou um método eficaz. Salienta-se o valor que Manuel atribui à possibilidade das tarefas, em particular através das características das suas imagens, conduzirem os alunos ao desenvolvimento da *compreensão da relação entre as operações*, ao *uso de múltiplas representações dos números* e ao *uso e compreensão das propriedades das operações*.

7.5 A exploração das tarefas na sala de aula

No que respeita ao trabalho realizado em torno das tarefas na sala de aula durante o projeto, Manuel refere que num primeiro momento é introduzida a tarefa, em que tenta ser

o mais claro possível, a que se segue a sua realização por parte dos alunos, que designa por resolução. Termina com um momento de apresentação destas resoluções e com uma discussão que é conduzida por ele:

É assim, tendo em conta que o trabalho que tinha sido planificado aqui, tendo em conta que tínhamos antecipado algumas das situações ou das possíveis resoluções, o objetivo era, numa fase inicial, ser claro a explicar a tarefa. Depois, tendo em conta o teor da tarefa, se era individual, se era a pares, dar espaço e tempo aos alunos para resolverem e, depois, no final dar tempo aos alunos para explicarem aos outros, quando assim fosse solicitado, ou então, quando tivesse de haver ali um momento de discussão em que seria o professor a conduzir essa discussão ou a explicar. (E2, p. 13)

À medida que descreve os vários momentos de exploração de uma tarefa, que designo por apresentação, realização e discussão, vai transmitindo de algum modo os papéis que atribui aos alunos e ao professor em cada um destes momentos. No primeiro, o professor parece assumir um papel preponderante, tendo como demanda a ‘explicação’ da tarefa. No segundo, parecem ser os alunos que assumem um papel de destaque, dado que corresponde à fase em que estes resolvem a tarefa, sendo importante que o professor lhes dê “espaço e tempo” para o fazerem. No terceiro e último momento, os alunos apresentam as suas resoluções e o professor terá o papel de os selecionar e de suscitar eventuais discussões em torno das resoluções apresentadas. O modo como Manuel encara o papel do professor e dos alunos em cada um destes momentos, relaciona-se com os aspetos que valoriza em cada um deles e com os eventuais desafios com que se vai deparando na sala de aula.

7.5.1 O momento de apresentação das tarefas

7.5.1.1 Aspetos que se destacam

Durante a apresentação das tarefas, identifica-se um conjunto de intenções e de ações manifestadas por Manuel que permite caracterizar este momento, nomeadamente: (i) dar algumas explicações sobre a tarefa e (ii) fornecer informações de organização e funcionamento do trabalho a desenvolver. Estes dois aspetos ligam-se a preocupações que Manuel tem com o trabalho a efetuar durante a realização e a discussão das tarefas.

(i) ***Ajudar os alunos a interpretar as tarefas: Uma forma de garantir que eles as compreendem e que conseguem resolvê-las***

Ao introduzir uma tarefa na sala de aula, Manuel, em algumas ocasiões, pede aos alunos para lerem em voz alta as questões que a compõem. Outras vezes, faz ele próprio a leitura de algumas delas ou da sua totalidade. Durante estes momentos, quase sempre, vai tecendo alguns comentários que incluem chamadas de atenção para determinados aspetos ou dá indicações acerca do que pretende que os alunos façam na sua exploração. O seguinte episódio de sala de aula, que corresponde a uma parte do momento de apresentação da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6), evidencia estas considerações.

Episódio I-7

Vou dar-vos um tempo para resolverem, mas eu vou explicar primeiro...

Manuel: Hoje vamos fazer uma tarefa, uma tarefa onde vamos trabalhar a multiplicação. (...) Esta tarefa vai-se dividir em duas partes. Vamos resolver a primeira parte. Primeiro, vou dar-vos um tempo para sozinhos resolverem, mas eu vou explicar primeiro e, depois, vai haver um momento em que vamos discutir, vamos conversar. Eu quero ver como vocês chegaram à vossa resposta, ao vosso resultado. Vamos todos tomar atenção. Andreia vamos lá então ver o primeiro desafio. Lê lá o que temos aí para fazer.

Andreia: (Começa a ler em voz muito baixa)

Manuel: Mais alto!

Andreia: Na escola do André o Sr. João está a colocar azulejos, com dois tons de azul numa parede do complexo desportivo, tal como mostra a figura.

Manuel: Portanto, *na escola do André o Sr. João está a colocar azulejos, com dois tons de azul*. O professor não pôs aqui [no quadro] dois tons de azul porque não tinha, mas vocês veem bem aí os dois tons de azul... *Numa parede do complexo desportivo*, como se fosse um pavilhão... Tal como mostra a figura. Na pergunta 1.1, temos a primeira tarefa que é a seguinte: *Quantos azulejos já colocou o Sr. João?*

Ana: Professor! (A Ana coloca o dedo no ar)

Manuel: Não, não. Eu só estou a explicar. Cada um tem aí um espaço em branco. Vão resolver... vão tentar saber quantos azulejos que ele já colocou, não esquecendo que ele já colocou azulejos de dois tons. O azul mais claro e o azul mais escuro. Nesse espaço vocês vão tentar resolver como souberem. Aqui, quando diz: *Explica como pensaste*. Depois de calcularem, vocês vão ter de dizer como é que fizeram, mas isso é mais para a frente. A vossa explicação é precisamente essa, o vosso cálculo.

Bernardo: Já sei a resposta. Posso dizer?

Manuel: Não, não. Já fazem. (...) No exercício 1.2, temos outra pergunta: *Quantos azulejos faltam colocar na parede?* Já estão colocados dois tons de azul, agora vão calcular os que faltam colocar.

Renato: (Renato coloca o dedo no ar).

Manuel: Renato, não é para responder agora! Respondes depois na tua folha. Vão calcular quantos azulejos faltam. E no fim, na pergunta 1.3, *Quando terminar, quantos azulejos terá colocado o Sr. João?* Vão calcular também. Quando ele terminar, vão ver aqueles que ele colocou mais aqueles que falta colocar. Vão ver quantos azulejos ele colocou na parede. Está bem? Sozinhos, com muita calma vão começar a resolver.

(AOM2, 2/11/2010)

Alguns comentários efetuados por Manuel neste episódio visam explicitar o que está escrito no texto da situação que é apresentada, tentando substituir algumas expressões por outras mais próximas da linguagem corrente e quotidiana dos alunos. Por exemplo, sem que estes manifestem qualquer dúvida sobre o que poderá ser um ‘complexo desportivo’, Manuel apressa-se a informar que se trata de algo semelhante a um ‘pavilhão’.

Outros comentários visam ajudar os alunos a analisar a imagem que acompanha a tarefa. À medida que vai lendo as questões em voz alta, vai fazendo observações sobre a imagem, oferecendo, por vezes, pistas sobre um processo que os alunos podem seguir para a resolver. É o que acontece com mais evidência quando, no episódio anterior, a propósito da questão 1.3, sugere aos alunos que para determinarem o número de azulejos da parede, basta juntarem os azulejos que já foram colocados e os que ainda faltam colocar. Também, quando, no início do episódio, afirma que se trata de uma “tarefa onde vamos trabalhar a multiplicação” (AOM2, 2711/2010) poderá estar a dar pistas aos alunos sobre eventuais estratégias de resolução.

A tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6), foi uma das primeiras a ser proposta, tendo a sua apresentação demorado cerca de 12 minutos. Ao longo do desenvolvimento do projeto, o tempo de duração de apresentação das tarefas foi diminuindo, o que corresponde também a uma menor tendência em fornecer explicações das questões que as compõem.

Manuel continua a promover a sua leitura em voz alta, mas diminui os comentários acerca das mesmas, fruto da reflexão que foi realizando nas sessões de trabalho sobre estes momentos. Por exemplo, na apresentação da tarefa 5.1 – Organizar menus (anexo 6), descrita no episódio II-7, continua a optar por ler as questões, parecendo continuar a preocupar-se com a compreensão do contexto, tecendo, no entanto, menos comentários. Ainda assim, mesmo reconhecendo que é importante deixar que sejam os alunos a

interpretar as situações, por vezes, e de forma menos explícita, acaba por dar pistas que ajudam os alunos a interpretar o problema. Foi o que aconteceu quando adverte que a resolução da segunda questão se relaciona com a primeira:

Episódio II-7

Para resolver bem a segunda parte tenho de resolver bem a primeira...

Manuel: Hoje vamos fazer uma atividade diferente das outras que está dividida em duas partes, sendo que a segunda parte está dependente da primeira. Ou seja, eu para resolver bem a segunda parte tenho que resolver bem a primeira. Então, tenho dois tipos de pão e tenho três ingredientes, que é o queijo, o fiambre e a manteiga. Um dos desafios que eu vos vou colocar é: *Quantos tipos de sandes eu posso fazer com um ingrediente?*

Ricardo: Só pode ter um ingrediente?

Manuel: O que o Ricardo está a dizer é interessante. As sandes podiam ter mais do que um ingrediente. Mas, não, só pode ter um ingrediente. (...) O outro desafio é: *Quantos menus?* (...) Cada menu tem que ter uma sandes e uma bebida. As sandes, são as sandes que nós construímos no desafio anterior (...).

Andreia: Professor, menu é a mesma coisa que ementa?

Manuel: Podemos dizer que sim. Aqui tem a ver com uma refeição mais rápida.

(AOM10, 16/02/2011)

Uma das preocupações de Manuel no momento de apresentação das tarefas parece ser torná-las claras para os alunos, eliminando à partida elementos que poderão constituir obstáculos para a sua compreensão e fornecendo explicações que os ajudem na sua resolução. Esta preocupação parece estar associada a uma outra mais ampla – que os alunos não sintam muitas dificuldades na resolução da tarefa, principalmente, quando a iniciam. Ao não sentirem dificuldades nesta fase, correm menos riscos de desistir dela e de se dispersarem.

(ii) *Fornecer informações de organização e funcionamento: uma forma de transmitir algumas normas sociais*

Durante a apresentação da tarefa, uma das preocupações de Manuel é que os alunos compreendam claramente o trabalho que vão realizar. Por este motivo, utiliza este momento da aula para, também fornecer diversas informações que se relacionam com a organização e funcionamento do trabalho. Por exemplo, no início do episódio I-7, refere alguns dos momentos que vão marcar o trabalho a realizar em torno da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6). Também no episódio seguinte é evidente a preocupação de Manuel em fornecer informação sobre as várias fases de trabalho previstas e o que é

suposto acontecer em cada uma delas. Para além deste aspeto, e à semelhança de que aconteceu na apresentação de outras tarefas, na tarefa 1.4 – Quantos ovos? (anexo 6), informa os alunos sobre a modalidade de trabalho que será adotada (ver episódio III-7, no ponto 7.5.1.1, item (ii)).

Episódio III-7

Muita atenção às regras!

Então é assim, hoje vamos fazer mais uma tarefa. Muita atenção às regras! À forma de participação. Já repararam que tal como fizemos na última tarefa vamos fazer esta também a pares. Tenham atenção, quando estão a conversar, a discutir as estratégias, falem baixinho. Se estivermos todos a falar ao mesmo tempo alto, ninguém se entende. Está bem? E a partir do momento que o professor diz que é para resolverem, é para resolverem os dois. Não é para estarem com o dedo no ar: *Professor é assim? Não é assim?* Isso, depois, no final, nós vamos ver. Tal como da outra vez vai haver dois momentos. Um primeiro momento onde, a pares, vão resolver a tarefa. E, depois, vai haver um momento de discussão, onde eu vou aqui no quadro tentar perceber como é que vocês chegaram à vossa resolução. No final vamos ver quais são as estratégias que foram utilizadas. Está bem? (...) É para ser feita a pares.

(AOM4, 17/11/2011)

A modalidade de trabalho alterna entre trabalho a pares e trabalho individual, havendo também tarefas que, pelas suas características, são exploradas em grupo turma. Independentemente da modalidade adotada, Manuel aproveita o momento de apresentação da tarefa para relembrar algumas normas sociais que devem ter em conta durante a realização da tarefa. Por exemplo, no episódio anterior, é clara a preocupação de Manuel com o excesso de barulho que, eventualmente, poderá surgir se os alunos discutirem a tarefa uns com os outros em voz alta. Apela, também, ao envolvimento dos dois elementos do par na resolução da tarefa e adverte que devem apoiar-se no seu par. Informa, ainda, que após a resolução da tarefa seguir-se-á a partilha das estratégias utilizadas por eles. Ao fazer este tipo de considerações, parece querer garantir que os alunos, em cada momento e perante cada uma das circunstâncias, cumpram um conjunto de normas, neste caso, de normas sociais que facilitam a exploração e a discussão das tarefas.

Na última entrevista, explicita a sua preocupação em tornar claro no momento de apresentação da tarefa todo o trabalho que os alunos têm de desenvolver. Na sua perspetiva é importante que estes não fiquem com dúvidas acerca do que têm de fazer e como se vão organizar:

No momento da apresentação, acho que tem de ser claro, eu acho que isso é extremamente importante! Não deixar pelo menos dúvidas, naquilo que é pretendido! Há dúvidas depois inerentes às tarefas (...). Agora, o aluno tem de perceber aquilo que vai fazer ou o que é que é pedido! Depois, durante o momento da... nesta primeira fase da explicação acho que é importante haver clareza e o aluno sair elucidado e perceber o que é que era para fazer. (E2, p. 13)

No seu discurso, Manuel distingue as “explicações” sobre o funcionamento e organização do trabalho, das “explicações” acerca das tarefas. Nesta fase do projeto, parece considerar que as dúvidas acerca das tarefas são naturais, aspeto que como vimos, tentou evitar nas primeiras tarefas que propôs no âmbito do projeto.

7.5.1.2 Desafios que se colocam

A reflexão de Manuel sobre o momento da apresentação da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6), apoiada pelo visionamento de um vídeo correspondente ao episódio I-7, condu-lo a reconhecer que fornece aos alunos excesso de explicações no momento de apresentação das tarefas. Quando lhe pergunto qual o objetivo de informar os alunos que se trata de uma ‘tarefa de multiplicação’, reconhece de imediato que tal poderá influenciar as estratégias dos alunos na sua resolução.

O que é que me levou a dizer: *Hoje vamos fazer uma tarefa de multiplicação?* A ideia era só introduzir o que iria ser feito. Mas, aí está, ao estar a dizer que é uma tarefa de multiplicação, já estou a dizer o que é que eles vão fazer. Se calhar não é correto. (S10, p. 10)

Após o visionamento do vídeo correspondente ao episódio I-7, Manuel toma a iniciativa de o comentar, começando por assumir que fornece demasiadas explicações aos alunos:

Manuel: O que é que eu posso dizer? Eu acho que explico demasiadamente as coisas. Se calhar, acabo por não dar tanta liberdade ao aluno.

Eu: Qual é a sua preocupação?

Manuel: Acima de tudo que o aluno perceba o que está ali. Mas, muitas vezes ao querer explicar, se calhar estou a ajudar. Não sei se o termo é ajudar. Quero realmente que eles fiquem a perceber e acabo por entrar naquilo que é o trabalho deles. (...) De certa forma ao tentar explicar tão bem, ou clarificar tão bem, acabo por induzi-los sempre para um determinado caminho. (...) Mas isso, eu sempre fui assim. Acabo por explicar muito. Dar a tarefa e dizer assim, agora resolvam. Uns teriam com certeza... os alunos que têm dificuldade teriam com certeza muita

difficuldade em resolver. Aqueles alunos que são realmente bons acabavam por resolver a ficha.

Eu: Mas a dificuldade vinha do quê? De não a terem percebido logo?

Manuel: Da interpretação. (...) Acha isso correto? Não acha? Neste caso, numa situação destas...

Maria José: Acha que é só entregar?

Eu: Estão a pedir a minha opinião e eu vou dá-la. Mas, antes quero só fazer uma pergunta. O Manuel disse: *Eu tenho a tendência de fazer sempre assim. Se calhar estou a fazer o trabalho que é deles*. Teve logo uma consciência muito grande do que faz...

Manuel: É assim, eles depois já não têm tanto o cuidado de interpretar. Depois há sempre um aluno que faz uma pergunta e eu acabo por responder. E isso é sempre um trabalho de interpretação que o aluno terá de fazer. Que eu acabo por fazer sempre assim.

Eu: Antecipar, é isso?

Manuel: Sim antecipar as dificuldades deles.

Maria José: Eu também faço assim.

(...)

Eu: Pelo que eu estou a perceber, neste caso, a vossa ideia não tem a ver com dificuldade de leitura, que foi uma das hipóteses que coloquei. Mas para prevenir dúvidas de alguns, é isso?

Manuel: É.

Eu: Se calhar, há aí um meio-termo que pode dar a tal liberdade ao aluno de ser ele a interpretar as questões. Ao lermos, temos a tendência de dizer: *Pronto agora vão olhar para a figura, vão ver cada uma das cores*. Estamos...

Maria José: A fazer um caminho que é deles.

Eu: Sim, esta é a minha opinião.

Manuel: Eu partilho isso, sim, sim. (...) E depois os alunos vão estar sempre à espera que o professor faça isso e dizem: *Mas afinal o que é que é para fazer?*

(S10, pp. 10, 11)

No seu discurso, Manuel revela alguma ambivalência relativamente ao modo de apresentação das tarefas. Por um lado, considera que deve ler a tarefa em voz alta e dar algumas explicações para apoiar os alunos com mais dificuldades na área da Matemática, que poderão não perceber logo o que se pretende com a tarefa. Sente que essas explicações são úteis para estes alunos, funcionando como uma espécie de esclarecimento antecipado das dificuldades que prevê que eles irão manifestar. Por outro lado, considera que fornecer explicações excessivas pode retirar-lhes a oportunidade de serem eles a interpretar sozinhos a situação. Acaba, inclusive, por encontrar implicações deste modo de atuar nas atitudes dos alunos, considerando que se tornam dependentes do professor, quando são colocados perante a resolução de uma tarefa.

No entanto, não encara bem a possibilidade de simplesmente entregar a folha da tarefa e sente a necessidade de saber qual é a minha opinião sobre este assunto. A ideia de existir um momento de apresentação da tarefa, que inclui a organização do trabalho e a apresentação do contexto, tentando não fornecer tantas explicações aos alunos e deixar que sejam eles a colocá-las caso tenham a necessidade de o fazer, parece ser confortável para Manuel. Apesar de concordar com este modo de atuar do professor no momento de apresentação da tarefa, na última entrevista, reconhece a sua tendência de fornecer ‘explicações a mais’, não dando aos alunos a oportunidade de serem eles a analisar as questões da tarefa. Embora tenha consciência deste aspeto, considerando que deve ser algo que tem de combater, afirma que sente dificuldades em fazê-lo:

A primeira dificuldade acho que é uma dificuldade pessoal... que era a do primeiro momento, da explicação da tarefa... Eu se calhar peço por isso! Explico demais ou não dou tanto tempo ao aluno para... deve ser mais o aluno a pensar do que eu! Há partes, em que, se calhar, não tenho de ser eu a dizer, tem de ser o aluno a refletir. Se calhar, essa é uma dificuldade ou um problema... Mas tem a ver com a minha maneira de ser! (E2, pp. 14, 15)

Tanto neste excerto como na reflexão que faz do episódio I-7, refere que sempre teve este modo de atuar no momento de apresentação das tarefas e, que apesar de reconhecer que é um problema que deve tentar ultrapassar, é algo que se relaciona com a sua “maneira de ser” (E2, p. 15). Manuel parece, assim, considerar que tem como característica pessoal ser demasiado pormenorizado nas explicações que faz das situações e que tal se transporta para a sua atuação na sala de aula, enquanto professor.

7.5.2 O momento de realização das tarefas

7.5.2.1 Aspetos que se destacam

Nos primeiros momentos de realização da tarefa por parte dos alunos, Manuel opta por preparar o momento que se segue – a discussão da tarefa. Nestes primeiros instantes, em que os alunos acabaram de contactar com as folhas da tarefa, aproveita para apagar e/ou fazer alguns registos no quadro, organizar eventuais materiais que serão necessários (como figuras em tamanho grande que correspondem às imagens incluídas nas tarefas).

Simultaneamente, vai fazendo chamadas de atenção que recordam/reforçam as regras de trabalho na aula, enunciadas no momento de apresentação da tarefa. Nesta fase, dirige-se diretamente aos alunos que, de algum modo, não as estão a cumprir, afirmando: “Alexandre, mais baixinho!” (AOM4, 17/11/2010), “Nuno, é para participares também” (AOM4, 17/11/2010).

Após estes primeiros instantes, circula pela sala de aula observando o trabalho que os alunos estão a realizar. Enquanto o faz, sempre que considera necessário, faz advertências do tipo acima referidas, que visam garantir e reforçar a manutenção das regras/normas sociais estabelecidas. Estes aspetos são observáveis nas suas atitudes de sala de aula, mas não são explícitas no seu discurso nas sessões. O que de facto assume serem as suas preocupações centrais nestes momentos e que, claramente, também se evidenciam na sua prática de sala de aula é apoiar o trabalho dos alunos e observar e compreender as suas estratégias na resolução da tarefa.

(i) Apoiar o trabalho dos alunos: uma forma de os ajudar a ultrapassar eventuais dificuldades

Enquanto os alunos vão explorando a tarefa, Manuel circula pela sala de aula com o intuito de observar o que os alunos estão a fazer e como estão a fazer. De vez em quando, é solicitado por alguns deles que lhe colocam dúvidas. Por exemplo, no momento da realização da tarefa 1.4 – Quantos ovos? (anexo 6), que estava a ser realizada a pares, quando os alunos Ricardo e Sofia o questionam sobre a correção do processo que tinham utilizado, Manuel devolve-lhes a pergunta e através de questões, tenta que sejam os próprios alunos a melhorar/corrigir os seus registos:

Episódio IV-7

Olhem bem para a forma como isso está!

Ricardo e Sofia: Professor, está bem?

Manuel: O que é que vocês acham?

Ricardo: Nós fizemos 24 vezes 3 que dá 72.

Manuel: Olhem lá bem para a forma como isso está! (Aponta para a imagem da tarefa, representada na Figura 7.11)

Ricardo: Ah! É 3 vezes 24, porque são 24 ovos nesta caixa (Aponta para a primeira imagem da pilha de caixas, representada na Figura 7.11).

(AOM4, 17/11/2010)

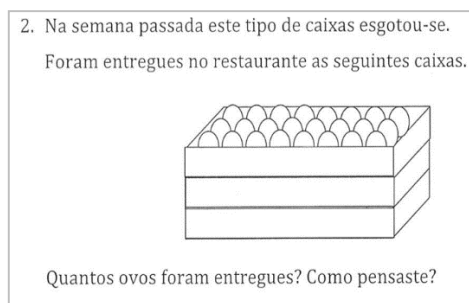


Figura 7.11 - Questão 2 da tarefa 1.4

Quando, outras vezes, Manuel observa que os alunos apresentam raciocínios errados, registos que não compreende ou que mostram dificuldades em avançar na resolução da tarefa, ele próprio, interrompe o trabalho que estão a realizar, questionando-os. Por exemplo, na exploração da mesma tarefa anterior e da mesma questão, ao observar que um par de alunos estava com dificuldades na sua resolução, questiona-os a partir dos registos que já tinham efetuado e tenta ajudá-los a interpretar a situação:

Episódio V-7

Agora vejam lá o que têm que fazer!

Manuel: Mas este valor é o valor de quê, das três caixas ou de uma caixa?

Par de alunos: De uma.

Manuel: E como podemos saber o total de ovos?

(Os alunos não respondem)

Manuel: Quantas caixas temos?

Par de Alunos: 3.

Manuel: Então agora vejam lá o que têm que fazer!

(Os alunos começam a apagar)

Manuel: Não apaguem, o exercício está é a meio. Até aqui pensaram bem!

(AOM4, 17/11/2010)

Em qualquer uma destas situações, preocupa-se em apoiar o trabalho dos alunos, quer seja através da clarificação de algum aspeto do enunciado, quer seja através de questões que os ajudem a refletir sobre o trabalho que estão a realizar. Estas ações correspondem ao modo como Manuel encara o seu papel no momento de realização de uma tarefa:

Depois, no momento da resolução, o meu papel aí, na resolução, será um pouco clarificar, ajudar, levá-los a refletir sobre um ou outro... ou determinado aspeto da resolução. (E2, p. 14)

Apesar de no seu discurso utilizar a palavra ‘ajudar’, é importante referir que, na prática, esta ‘ajuda’ se traduz num apoio ao trabalho dos alunos e não numa ajuda no sentido de dar indicações sobre o que eles devem fazer ou sobre os procedimentos que devem seguir. Esta é uma descoberta que Manuel tenta que sejam os próprios alunos a realizar, questionando-os ou clarificando algum aspeto que não corresponda a uma indicação explícita destes procedimentos.

(ii) *Observar e compreender as estratégias dos alunos: uma forma de preparar o momento de discussão da tarefa*

Nos momentos de realização das tarefas, revela também ter preocupação em observar e conhecer as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução da tarefa, para poder organizar o momento da sua discussão. Contudo, numa fase inicial do projeto, Manuel parece não ter noção desta intenção. Efetivamente, ao refletir sobre o momento de realização da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6), e a propósito dos motivos que o levam a observar o trabalho que é realizado pelos alunos nesta fase, apercebe-se que as suas intenções vão para além de os apoiar no seu trabalho. Pretende, também, conhecer os caminhos usados pelos alunos na resolução das tarefas, conhecimento que acaba por utilizar no momento de discussão:

Eu: Qual é o seu intuito de andar pelas mesas enquanto os alunos estão a resolver a tarefa? Qual é o objetivo?

Manuel: De verificar se estão a seguir um procedimento correto e ajudar quando sinto que têm dificuldades. Essencialmente isso.

Eu: Portanto, identificar situações em que os alunos precisam de ser ajudados?

Maria José: É chamado o empurrãozinho. Até às vezes só o dedo... Olha toma atenção, vê lá o que estás a fazer.

Manuel: Ou também tentar perceber, tendo já algum cálculo, de onde tiraram aquele número? Porque é que fizeram aquilo? E verificar as estratégias utilizadas. O tipo de estratégias.

Eu: Sim. Para quê?

(...)

Manuel: Para que quando fosse a discussão, ver. Eu percebi quem tinha uma ou outra estratégia para depois na altura... eu lembro-me perfeitamente quando foi este problema [questão 1.3 da tarefa 1.1], surgiram várias respostas, mas depois, lembrei-me logo que a Ana tinha uma estratégia diferente. Pronto, para perceber que caminho estavam a tomar na resolução.

Eu: Portanto a escolha dos alunos que vão falar...

Maria José: Também, implicitamente, também...

Eu: Então não é só porque é um aluno que ainda não falou...!?

Manuel: Mas isso é algo que nós fazemos... Agora que estamos a refletir. Nós pensamos nisso!

(S10, p. 14)

De facto, neste excerto, Manuel refere que se preocupa em observar e conhecer as estratégias dos alunos, mas não liga, explicitamente e de forma imediata, este aspeto ao uso que faz deste conhecimento no momento de discussão. Parece ser nesta reflexão que Manuel toma consciência desta sua intencionalidade, surpreendendo-se.

No final do projeto, assume que observar o que os alunos estão a fazer durante o momento de realização da tarefa, para além de permitir aperceber-se da diversidade de estratégias, tem também como objetivo ordená-las em termos de eficácia:

Para além disso e isso foi algo que eu aqui também... aprendi! É ir apercebendo-me da diversidade e da relação que existe entre elas [estratégias]. (...) Há diferentes estratégias de resolução não é?! Há diferentes formas de pensar, mas é importante que os alunos percebam essa diversidade, mas que há realmente umas mais eficazes ou menos eficazes e portanto, durante esse momento de resolução, não só ajudar o aluno, mas também ir organizando esta sequência para o momento final! (E2, p. 14)

Neste excerto, Manuel refere que a sequenciação das estratégias dos alunos no momento de realização das tarefas foi algo a que ele começou a atribuir importância com a sua participação no projeto. Efetivamente, só ao fim de algumas aulas observadas, é que manifesta esta preocupação, fruto da reflexão sobre o modo como, tanto ele como Maria José, geriam a discussão das tarefas e as dificuldades que sentiam em organizar este momento.

7.5.2.2. Desafios que se colocam

No momento de realização da tarefa por parte dos alunos, Manuel depara-se essencialmente com dois desafios: (i) levar os alunos a registarem os seus raciocínios e a melhorarem os registos e (ii) confrontar-se com a persistência do uso do algoritmo na resolução das tarefas.

(i) ***Incentivar os alunos a efetuar 'bons' registos: uma forma de aceder ao que os alunos pensam***

Ao observar o trabalho que os alunos realizam durante a exploração da tarefa, frequentemente, Manuel adverte-os para tomarem atenção quanto ao modo como efetuam os seus registos, afirmando: “sejam organizados e apresentem as vossas estratégias” (AOM4, 17/11/2010). Quando os alunos tendem a registar apenas o resultado, Manuel coloca-lhes questões do tipo: “Como chegaram a este número?” (AOM4, 17/11/2010), “Como pensaram para chegar aqui?” (AOM4, 17/11/2010). Este modo de atuação revela a sua preocupação sobre a qualidade dos registos dos alunos, tanto em termos da sua organização como da sua completude e clareza.

Esta preocupação liga-se à necessidade de aceder ao modo como os alunos pensam para poder selecionar e ordenar as estratégias a apresentar no momento de discussão. Contudo, parece ser alimentada pela ideia que os seus alunos possuem algumas dificuldades em registar os seus raciocínios, como refere na 22.^a sessão: “eles não têm o hábito de pôr no papel” (S22, p. 1). Um dos motivos que, na sua perspetiva, podem estar na origem destas dificuldades prende-se com as suas experiências anteriores na resolução de problemas numéricos.

Todavia, considera que fazê-lo de forma clara é fundamental, principalmente, na fase em que os alunos ainda não conhecem o algoritmo da operação que está associada ao problema. É na reflexão sobre a tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos (anexo 6), que explicita esta ideia, afirmando que os alunos que seguiram uma estratégia de aproximação utilizando números “redondos”, apesar de terem conseguido resolver o problema, praticamente não efetuaram registos:

O eles terem rotinas de cálculo mental e irem registando, num problema deste género, é fundamental. É fundamental enquanto não conhecem o algoritmo. E isso é muito importante. Eu senti que muitos que não têm dificuldade foram por tentativa erro, foram multiplicando por 10, por 20, por 30, por aqueles números mais à mão, como se costuma dizer, eles conseguiram chegar lá, mas não registaram. (S22, pp. 2, 3)

Parece, assim, considerar que os procedimentos de cálculo que diferem do algoritmo constituem uma maior dificuldade para os alunos, no que respeita à sua

explicitação escrita. Contudo, em vários momentos da realização do projeto, salienta uma crescente facilidade dos seus alunos em registar o modo como pensam. Para Manuel, o facto de se ter instituído na turma um momento de discussão da tarefa em que eles têm efetivamente de mostrar as suas estratégias, escrevendo no quadro ou mostrando os registos efetuados em folhas A3, constituiu um fator para os alunos fazerem um maior esforço em explicitar os seus raciocínios: “O próprio registo melhorou... Acabam por os organizar com maior cuidado porque vão explicar” (S15, p. 1). Na última entrevista, refere precisamente uma melhoria na comunicação matemática dos alunos, quer oral quer escrita:

Um dos aspetos em que eles [alunos] melhoraram imenso foi a comunicação. O explicar a forma como resolveram, seja ela uma explicação escrita ou oral. O à-vontade também com a Matemática, o estarem à-vontade de se expor, e quando eu digo de se expor... expor uma resolução que seja diferente daquela resolução quase padrão ou das resoluções que existem... Eu acho que isso foi muito importante! (E2, pp. 15, 16)

Para além de uma maior facilidade em explicitarem o modo como pensam, Manuel fala também de uma melhoria da confiança em avançarem com as “suas” estratégias. Quando refere que estas diferem da “resolução quase padrão”, parece estar a referir-se à ideia que os alunos construíram, nos dois primeiros anos de escolaridade, que um problema numérico se resolve por duas fases: a primeira corresponde à identificação da operação e, a segunda, à realização dos cálculos através do respetivo algoritmo. Esta caracterização do trabalho efetuado anteriormente em torno da resolução de problemas é explicitada por Manuel e Maria José a propósito da elaboração de um slide construído para ser apresentado pela equipa do projeto no ProfMat (ver Figura 6.7).

(ii) *A preferência dos alunos pelos algoritmos: da dissuasão à procura de argumentos para a sua aceitação*

Manuel revela alguma tensão ao observar que os seus alunos tendem a recorrer aos algoritmos das operações já aprendidos (adição, subtração e multiplicação) em qualquer situação de cálculo que esteja associada à resolução de problemas, que envolvam estas operações. Esta é uma preocupação que manifesta durante o momento de realização das tarefas na sala de aula mas, que muitas vezes só verbaliza nas sessões de trabalho da equipa quando reflete sobre a exploração das tarefas na sala de aula. Por exemplo, em relação à tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6), verifica que, praticamente, todos

os alunos optaram por efetuar o cálculo 15×6 , recorrendo ao algoritmo da multiplicação, ainda que o recurso à decomposição do número 15 e à propriedade distributiva fossem, de algum modo, sugeridos pelas questões da primeira parte da tarefa e pela imagem que lhe estava associada. Manuel justifica o facto de os alunos terem usado o algoritmo pelo seu percurso anterior:

A questão da decomposição e a aplicação da propriedade. Para eles era difícil fazer isso ou surgir deles essa resposta da decomposição. (...) Porquê? Porque, nós quando trabalhávamos a tabuada... a tabuada terminava no 10 e acabou. Tudo o que seja daí para cima neste caso o 6 vezes o 15, é pelo algoritmo. E portanto, foi isso que aconteceu. (S10, p. 7)

Ao propor a tarefa 1.4 – Quantos ovos? (anexo 6) é confrontado com a mesma situação. Novamente, perante o produto 6×12 , que poderia ser realizado através do cálculo horizontal, exceto António, optam por recorrer ao algoritmo. Decide, na própria aula em que propõe esta tarefa, pedir-lhes que encontrem outras formas de efetuar os cálculos, como mostra o episódio VI-7. Apelando a Vítor que explique como se pode efetuar este produto sem algoritmo e colocando questões à turma, vai registando no quadro uma nova estratégia de cálculo, que envolve a relação entre os números e o uso das propriedades das operações (ver Figura 7.12).

Episódio VI-7

Como é que íamos resolver isto sem o algoritmo?

Manuel: Esta é uma maneira. Certo (aponta para os registos de Rute efetuados no quadro e que incluem o algoritmo da multiplicação). Mas, imaginem que o professor vos dizia para não resolverem isto através do algoritmo (aponta para o produto 6×12). Como é que íamos resolver isto sem o algoritmo?

(Muitos alunos colocam o dedo no ar)

Manuel: Já sabemos que são 72 ovos e calcularam todos muito bem. Vítor?

Vítor: O 12 fazemos 10 mais 2.

Manuel: Fazemos então a decomposição do 12. Ora, 6 vezes, 10 mais 2 (Manuel escreve no quadro: $6 \times 12 = 6 \times (10 + 2)$). Isto é a mesma coisa do quê?

Vítor: 6 vezes 10 mais 2.

Manuel: Então é o mesmo que ter...

Manuel e alguns alunos: 6 vezes 10 mais 6 vezes 2 (Manuel escreve no quadro: $6 \times 10 + 6 \times 2$).

Manuel: 6 vezes 10 é...

Alguns alunos: 60

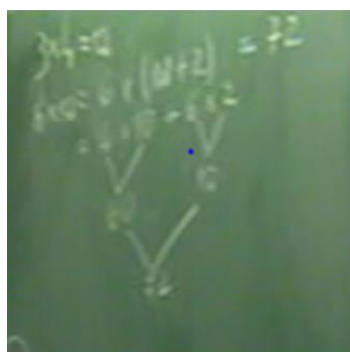
Manuel: e 6 vezes 2 é...

Alguns alunos: 12.

Manuel: 60 mais 12...

Manuel e alguns alunos: é 72.

(AOM4, 17/11/2010)



$$3 \times 4 = 12$$

$$6 \times 12 = 6 \times (10 + 2) = 72$$

$$= 6 \times 10 + 6 \times 2$$

\vee
60

\vee
12

Figura 7.12 - Registo realizado no quadro por Manuel para efetuar o produto 6×12 , sem recorrer ao algoritmo da multiplicação

A solução que Manuel encontra para levar os alunos a recorrerem ao cálculo horizontal, consiste em pedir-lhes, explicitamente, que não utilizem o algoritmo. Na sessão da equipa que se segue à exploração desta tarefa, assume que este pedido tem como objetivo “levá-los a pensar de outra maneira” (S12, p. 2). Ao fazer esta afirmação, parece querer, por um lado, ‘ajudar’ os alunos a mobilizarem as ‘ferramentas’ que lhes têm sido dadas, ou seja, ajudá-los a usar procedimentos de cálculo que envolvem as relações entre os números e as propriedades das operações. Por outro lado, parece existir uma necessidade de transmitir aos alunos uma espécie de ‘autorização’ para poderem recorrer a outros procedimentos de cálculo diferentes do algoritmo. Efetivamente, em situações problemáticas como esta, os alunos estavam habituados a procurar ‘a conta’ que lhe estava associada e a efetuarem os cálculos através do algoritmo:

Manuel: Como eles tinham resolvido todos com o algoritmo, eu decidi: *E se eu dissesse que não podiam usar o algoritmo?* Para tentar perceber se afinal eles conseguiam calcular o número de ovos daquelas caixas. Porque todos fizeram o algoritmo, exceto o António. Todos resolveram isto muito rápido através do algoritmo. E eu depois pensei: deixa lá ver se eles conseguem fazer isto de outra maneira. (...) já que estamos a trabalhar tanto estratégias de calculo mental.

Eu: E voltava a fazer este pedido ou não?

Manuel: Voltava. Para já estava satisfeito com o que eles tinham feito, porque foi a forma como eu trabalhei este tempo todo. Mas, porque não levá-los a pensar de outra maneira. Como nós ultimamente temos dado essas ferramentas, quis ver até que ponto é que eles conseguiam perceber.

(S12, p. 2)

Na exploração da tarefa 2.1 – Quantas bolas de Natal? (anexo 6), continua a confrontar-se com a tendência dos seus alunos usarem o algoritmo para efetuarem os produtos. Na resolução da primeira questão desta tarefa, em que os números envolvidos nos produtos que os alunos têm de realizar são inferiores a 10, surgem, inclusive, situações em que alguns deles tentam recorrer ao ‘algoritmo’. Ao analisar a resolução de Renato e Rui (ver Figura 7.9), refere que estes alunos tentam efetuar o produto 7×7 utilizando a reapresentação vertical (tentativa do uso do algoritmo) e, como não conseguem, acabam por recorrer à decomposição do número 7 inspirados pela disposição das latas na imagem. Manuel reconhece a importância desta para suscitar o uso de produtos já conhecidos, mas reafirma a tendência destes alunos usarem o algoritmo (ver subsecção 7.4.3, item (i)).

Nas tarefas que se seguiram à tarefa 1.4 – Quantos ovos? (anexo 6), abandona a ideia de sugerir aos alunos os procedimentos de cálculo que podem ser usados. Na base desta decisão, parecem estar dois motivos. Por um lado, alguns deles passaram a recorrer a procedimentos de cálculo diferentes dos algoritmos. Por outro lado, depois de ter exemplificado que, perante determinadas situações podem recorrer a outros procedimentos de cálculo, entende que deve ser dada liberdade para escolherem aqueles com que se sentem mais confiantes. Por exemplo, ao refletir sobre o modo como os alunos resolveram a tarefa 3.3 – Embalagens de garrafas de água (anexo 6), afirma:

Eu penso que eles perceberam esta tarefa. Mesmo as várias estratégias que foram apresentadas. Agora, há uma ideia que está muito presente nesta turma e vai ser difícil, de um momento para o outro, eles se abstraírem disso e utilizarem outro tipo de estratégias. No entanto, eu também não posso dizer: não utilizem o algoritmo. Porque foi, durante muito tempo a estratégia que eles sempre utilizaram, é aquela com que se sentem mais à-vontade e, portanto, fazem mais facilmente o cálculo utilizando o algoritmo. (S19, p. 2)

O percurso que os alunos fizeram anteriormente e o que eles aprenderam, parece influenciar a perceção que Manuel tem acerca das decisões dos alunos no que respeita aos procedimentos de cálculo. Afirma que “o recurso ao algoritmo, neste momento, e tendo em conta o percurso que eles fizeram, (...) é normal” (S19, p. 2). Considerar que é “normal” a opção pelo algoritmo, pode aqui ser entendido como uma espécie de legitimidade que

confere aos alunos por escolherem este procedimento de cálculo, tendo em conta o seu percurso anterior.

Isto não significa que Manuel não tente levar os alunos a refletirem sobre a possibilidade de usarem estratégias de cálculo mental, principalmente em ‘cálculos fáceis’. A ideia de ‘cálculos fáceis’ surge associada aos números envolvidos que, de algum modo, permitem um cálculo mais rápido. Por exemplo, ao analisar os procedimentos de cálculo utilizados pelos alunos na tarefa 3.3 – Embalagens de garrafas de água (anexo 6), afirma que 2×30 é um produto que não faz sentido ser efetuado com o algoritmo. No entanto, apesar de considerar que 5×12 é um produto que se presta a ser efetuado mentalmente, aceita mais facilmente neste caso que os alunos recorram ao algoritmo, tendo em conta o seu percurso anterior e o facto de conseguirem efetuá-lo corretamente utilizando este procedimento:

Há alturas em que [o algoritmo] é desnecessário. Eu já tentei transmitir e eles vão ter de perceber isso, há situações em que não há necessidade do algoritmo – quando são produtos ou cálculos que são realmente muito fáceis. (...) Eu acho que, por exemplo, se eles tivessem sido trabalhados... Se eu lhes passar a ideia que 5×12 é um algoritmo fácil, e se eu lhes passar a ideia de que podemos resolver mentalmente, decompondo o 12 e fazer 5×10 mais 5×2 , eles conseguem fazer porque, se conseguem alguns fazendo o algoritmo mentalmente, eles também conseguem fazer isto. No entanto, eu também não tenho insistido muito nessa questão, porque eles resolvem e têm feito. Agora, o 2×30 , que está aí também, eu acho é algo que eles não necessitam de fazer [o algoritmo]. E, não fizeram! (...) Há realmente cálculos que não necessitam de algoritmo. Outras, que se calhar não necessitam, mas eu acho que eles também estão num 3.º ano e já construíram também... Eu acho que é assim, estamos a falar do 5×12 , se eles fossem trabalhados a calcular decompondo o número, facilmente faziam. E alguns fazem isso. Agora eu tenho ali alunos que estão mais inseguros. (S19, p. 2)

Manuel parece, assim, demonstrar níveis de tolerância diferentes quanto às opções de cálculo dos alunos, consoante os números envolvidos. Estes níveis de tolerância são de algum modo definidos pelas experiências de cálculo anteriores dos alunos e pelas inseguranças que observa, em alguns deles, de deixarem de utilizar o algoritmo em determinadas situações.

7.5.3 O momento de discussão das tarefas

7.5.3.1 Aspetos que se destacam

Em várias sessões em que preparámos a exploração das tarefas, Manuel foi transmitindo, implicitamente, que existem algumas diferenças na estrutura das suas aulas antes de iniciar o projeto. Estas diferenças estavam essencialmente associadas ao modo como terminava a exploração das tarefas. No entanto, é na preparação da apresentação para o ProfMat que explicita claramente como se caracterizavam estes momentos na sua aula. Concorde que a última fase de trabalho em torno da tarefa se caracterizava fundamentalmente por uma correção do trabalho realizado pelos alunos, tal como resume o slide da Figura 6.7. Afirma que, no final da resolução da tarefa, não era valorizada a partilha das suas várias formas de resolução e que este momento se limitava à apresentação de resoluções corretas, com o intuito de preparar os alunos para utilizar os mesmos procedimentos em tarefas posteriores que exigiam raciocínios idênticos:

Manuel: O que é que eles já sabiam, o que tinham trabalhado. (...)

Eu: Então, aqui interessa falar das tabuadas, dos algoritmos...

Manuel: Do cálculo das situações problemáticas.

Eu: Não percebi!

Manuel: O modo como resolviam.

Eu: E como é que descrevemos isso?

Manuel: Era um pouco a ideia de, não havendo uma só resolução não era dada a oportunidade dos alunos explicarem as diferentes formas de lá chegarem.

Eu: Portanto, tem a ver com o modo como era explorada na sala de aula. (...) Portanto, pouca experiência de...

Manuel: Comunicação matemática.

Eu: Eu não sei se é isto de pouca experiência...

Manuel: Não havia um momento de verbalização e de discussão da tarefa.

Eu: Era mais correção?

Manuel e Maria José: É isso.

Manuel: Era explicado, nós resolvíamos no quadro os exercícios e eles acabavam por resolver outros exercícios aplicando as mesmas estratégias.

(S30, p. 1)

É com a sua participação no projeto que a última fase de trabalho em torno das tarefas na sala de aula assume outras características. A correção das resoluções dá lugar a um momento de discussão sobre as estratégias utilizadas pelos alunos. Manuel passa a

solicitar-lhes que apresentem e verbalizem o modo como pensaram, tenta sequenciar essas estratégias e, por vezes, estabelece relações entre elas.

7.5.3.2 Desafios que se colocam

Ao momento de discussão das tarefas passam a estar associadas intenções diferentes daquelas que eram comuns na sua prática de sala de aula antes de iniciar o projeto, o que pode justificar o facto de os aspetos que valoriza coincidirem com aqueles que lhe trazem novos desafios e constituem a fonte de algumas tensões, nomeadamente: (i) seleccionar os alunos que apresentam as suas estratégias, (ii) tomar decisões sobre a ordem pela qual solicita estas apresentações, (iii) compreender como os alunos pensam e (iv) dar mais protagonismo aos alunos.

(i) *Selecionar os alunos*

Ao refletir sobre o momento de discussão da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6), que foi uma das primeiras a ser explorada no âmbito do projeto, Manuel descreve o modo como selecionou os alunos para apresentarem as suas estratégias. Apesar de saber que existem estratégias diferentes e em que consistem essas diferenças, fruto da observação do trabalho dos alunos no momento de realização da tarefa, numa fase inicial do projeto, parece não se preocupar em seleccioná-los neste momento da aula.

Tal como foi referido anteriormente, nesta fase, interessa-se em conhecer quais são as estratégias que estão a surgir e toma consciência da quantidade de estratégias diferentes, sem se preocupar em memorizar qual ou quais o(s) aluno(s) que as utilizaram. No momento de discussão da tarefa, Manuel seleciona o primeiro aluno ou par de alunos para apresentarem a sua estratégia. A partir daí, espera serem os próprios alunos a identificar se as suas estratégias são diferentes, ou não, das que já foram apresentadas. De acordo com esta identificação, espera que alguns deles baixem os braços, solicitando aos restantes para apresentarem o modo como pensaram:

Eu: (...) Eles são 24, não é? Como é que vocês decidem quantos são e quem são os alunos. Como é que os selecionam?

Manuel: É assim, à medida que vão surgindo as questões e eles vão dizendo, a minha estratégia é esta. Às vezes não se consegue! Mas eu vou tendo o cuidado de dizer, se esta estratégia já foi dita, se já foi mencionada, já não vale a pena estar... A partir daí há uns quantos que têm o seu braço levantado... vão caindo. Agora quando

há muitas diferentes... vamos percebendo. Mas, normalmente não há assim tantas. Não há assim tantas respostas possíveis e aos poucos e poucos vão caindo. Eles vão percebendo, que já foi sendo respondido ou de uma maneira ou de outra.

(S10, p. 6)

Embora Manuel transmita, à partida, alguma satisfação relativamente a este método de seleção dos alunos, surgem algumas tensões associadas ao seu uso, nomeadamente a possibilidade de ter de lidar com um grande número de solicitações por parte destes para apresentarem a(s) sua(s) estratégia(s).

Apesar de as tarefas propostas incluírem um conjunto de possíveis estratégias de resolução limitado em termos de quantidade e muito próximo do que foi inventariado no momento da sua preparação, na verdade, nas primeiras tarefas exploradas na turma parecia existir um número de possibilidades de os alunos as resolverem, muito superior ao que seria expectável. Efetivamente, há alunos que revelam a tendência de proporem a apresentação de mais do que uma estratégia, sendo uma delas ‘inventada’, no sentido de não corresponder ao modo como teriam pensado para a resolverem. Para Manuel existem dois motivos que podem estar na origem destas ‘supostas estratégias’ dos alunos: a vontade que alguns têm de apresentar as suas resoluções e o seu pedido para que cada um deles procurasse mais do que uma estratégia.

Alguns alunos, durante o momento de discussão das tarefas, acrescentaram mais uma forma de resolução aos seus registos, com o intuito de poderem ser candidatos a irem ao quadro apresentar o seu trabalho à turma. Foi o que aconteceu quando Miguel, durante a discussão da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6), afirma que para calcular o número de azulejos pintados (Figura 7.13), pensou em $7 \times 5 + 1$. Manuel opta por chamar este aluno ao quadro e pede-lhe para explicar qual a relação que existe entre o produto 7×5 e a disposição dos azulejos pintados:

Episódio VII-7

Eu quando dou uma resposta tenho que saber explicar como pensei!

Manuel: Alguém utilizou outra estratégia?

Miguel: Eu, eu, professor!

Manuel: Diz lá Miguel.

Miguel: 7 vezes 5 mais 1.

Manuel: 7 vezes 5? Eu quando dou uma resposta tenho que saber explicar como pensei. Vem cá explicar.

(O aluno fica em silêncio a olhar para o painel de azulejos previamente desenhado por Manuel – ver figura 7.13)

Manuel: De onde veio esse 7? Explica lá ao professor.

(O aluno continua em silêncio)

Manuel: Não sabes pois não? Então, e de onde veio o 5?

(O aluno abana a cabeça, afirmando que não sabe explicar)

(AOM2, 2/11/2010)

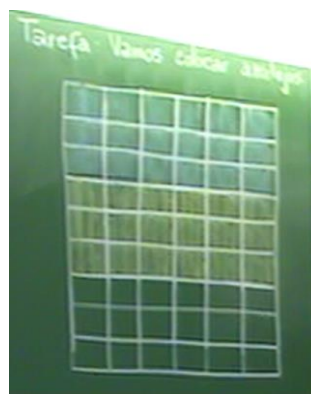


Figura 7.13 - Painel de azulejos representado no quadro por Manuel

A permanência de Miguel no quadro prolonga-se ainda por alguns minutos (no total de cerca de 4 minutos), observando-se uma maior agitação por parte dos restantes alunos. Durante este período, Manuel continua a questioná-lo e chama a atenção que “nesta situação não faz sentido pensar em 7×5 ” (AOM2, 2/11/2010). Em seguida, pergunta-lhe se é esta a estratégia que registou na folha da tarefa. Miguel responde que terá pensado em 6×6 , tal como mostra o registo que efetuou no momento de realização da tarefa (ver Figura 7.14). Na verdade, este aluno terá tentado encontrar uma expressão diferente das que tinham sido apresentadas até àquele momento e cujo resultado fosse 36 ($6 \times 6 = 36$ e $7 \times 5 + 1 = 36$).

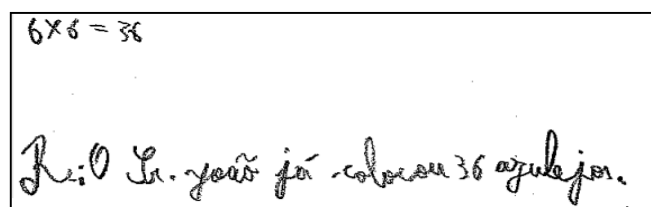


Figura 7.14 - Registo efetuado por Miguel na resolução da questão 1.1 da tarefa 1.1

Na sessão de trabalho, ao visionar o episódio correspondente à situação anteriormente transcrita, Manuel vai fazendo alguns comentários: “Ele queria ir ao quadro.

(...) É que ele disse aquilo, mas depois não sabia explicar. Olha, cá está ele todo atrapalhado! É que eles fazem estas coisas e depois não sabem explicar” (S10, p. 3). Ao proferir estas palavras, Manuel revela uma certa irritação pelo facto de este aluno ter apresentado esta ‘suposta estratégia’ para ir ao quadro expor algo diferente do que já tinha sido apresentado. Refere, em seguida, que “é importante nós deixarmos os alunos explicarem a sua resposta e refletir sobre aquilo que fizeram e sobre o que disseram. Mas, se calhar, da próxima vez, isto já não acontece” (S10, p. 3). Apesar de considerar importante ouvir o modo como os alunos pensam, ao colocar o aluno perante a necessidade de explicar a relação entre a imagem da tarefa e os seus cálculos, Manuel parece ter tido a intenção de dissuadir este aluno e, os outros, de voltarem a fazer o mesmo, contrariando assim o surgimento de ‘supostas estratégias’.

Ainda, a propósito desta aula, reflete sobre a sua responsabilidade na apresentação de mais de uma estratégia por parte de alguns alunos. Ao pensar sobre o que o levou a dizer-lhes para encontrarem outras estratégias e nas implicações deste pedido, para além do aumento de solicitações de apresentação por parte dos alunos, refere o facto de alguns deles terem acabado por encontrar uma menos eficaz. Apontando para os registos efetuados por Rui (ver Figura 7.15), Manuel refere que o recurso às adições sucessivas surgiu depois da estratégia que recorre à multiplicação:

Manuel: Esta $[6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 36]$ surgiu depois. Porque, entretanto uns quantos já tinham acabado e eu disse: *Então tentem encontrar outras estratégias*. E, a partir daí, eles encontraram outras estratégias. E foi isso que aconteceu. O Rui e mais uns quantos.

Eu: O que é que acha disso, de pedir aos alunos para encontrarem outras estratégias?

Manuel: Muito simples. Para já eu nunca pensei que ele tivesse feito esta estratégia. Se calhar, pensei, na altura quando me fizeram essa pergunta, foi para aí logo no início quando começaram a resolver... há um ou outro que diz: *Professor, eu já fiz*. E eu disse: *Então, tentem arranjar outras estratégias*. (...) E este baixou o nível.

Maria José: E também querem inovar. Pronto, eles também querem fazer diferente. Percebes?

(...)

Eu: A questão que eu coloco é (...) se faz sentido pedir ao mesmo aluno duas estratégias? Ou mais do que uma?

Manuel: Não, mas na altura...Eu percebo! O que me levou a dizer isso é que eu nunca pensei que ele chegasse à multiplicação.

(S10, p. 16)

$5 \times 6 + 6 = 36$
 $6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 36$

O Sr. João já colocou 36 arguleiros.

Figura 7.15 - Registo efetuado por Rui na resolução da questão 1.1 da tarefa 1.1

Manuel reconhece os efeitos de ter solicitado aos alunos mais do que uma estratégia de resolução do problema. Acaba por assumir que este seu pedido resultou do facto de considerar que as primeiras abordagens ao problema poderiam corresponder a adições sucessivas e que ao incentivar os alunos a pensarem numa segunda estratégia, iria conduzi-los ao recurso à multiplicação. No entanto, verifica que, em particular no caso de Rui, este pedido teve exatamente o efeito contrário, levando-o a apresentar uma segunda estratégia que corresponde a um nível inferior de aprendizagem da multiplicação quando comparada com a primeira.

Ao refletir sobre o momento de discussão desta tarefa, reconhece que o método que utilizou para selecionar os alunos para apresentarem as suas resoluções mostrou-se pouco adequado, afirmando que este momento “se calhar, não foi tão bem conseguido” (S10, p. 5). Na verdade, o tempo de discussão da tarefa tornou-se muito longo, havendo momentos em que a turma demonstrou uma certa dispersão. A solução para esta dificuldade, discutida pela equipa, passa por ser Manuel a selecionar os alunos que vão apresentar as suas estratégias, logo no momento de realização da tarefa. Simultaneamente, seria uma forma de garantir que as estratégias que eram apresentadas ilustravam todas as que foram utilizadas pelos alunos.

Tal como já foi referido anteriormente, reconhece a importância de identificar os alunos que irão apresentar as suas estratégias logo no momento de realização da tarefa, e, nas que propõe posteriormente, pode-se observar esta preocupação, que acaba por ser evidenciada pelas suas ações e por alguns dos seus comentários no momento de discussão. Por exemplo, no que respeita à tarefa 3.3 – Embalagens de garrafas de água (anexo 6), nos momentos de discussão de cada uma das questões, mostra conhecer a diversidade de estratégias que surgiram e quais são os alunos que as utilizaram. Antes de iniciar a

discussão da primeira questão, afirma: “Andei a ver e aqui não há muitas diferenças. Primeiro vem o grupo do Renato” (AOM9, 3/02/2011). Quando inicia a discussão da segunda questão comenta: “ Eu estive a ver e aqui há várias estratégias. Vamos começar pelo grupo do André” (AOM9, 3/02/2011). Também na última questão desta tarefa, Manuel afirma que “aqui há várias estratégias. Rui e Ana, vocês têm aqui uma explicação que eu vou deixar para o fim. Agora vem a Rute e a Margarida” (AOM9, 3/02/2011). Manuel passa, assim, a seleccionar os alunos em virtude do conhecimento das suas estratégias. Para além desta seleção, os comentários acima transcritos, revelam também uma preocupação com a ordem pela qual os alunos irão ser chamados a apresentá-las. O último comentário mostra, inclusive, que esta ordenação está associada não aos alunos que se oferecem para fazê-lo, mas às estratégias que estes utilizam na resolução das tarefas.

(ii) *Organizar a apresentação das diferentes resoluções da ‘menos eficaz’ à ‘mais eficaz’*

É a partir da reflexão sobre o modo como tinham sido seleccionados os alunos para apresentarem as suas estratégias no momento de discussão da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6), dos problemas que surgiram em termos da sua morosidade e da consequente dispersão dos alunos, que a equipa sente a necessidade de discutir formas de o organizar. Partindo da análise e reflexão do episódio de sala de aula intitulado *Aprendizagem da divisão e comunicação matemática*¹⁵, tentámos encontrar respostas para este problema. Manuel passa a atribuir importância à seleção e sequenciação das estratégias utilizadas pelos alunos, tendo como base a sua crescente eficácia. Como já foi referido, esta preocupação foi transferida para o momento de realização da tarefa, tentando desde logo perceber, por um lado, quais são as estratégias usadas pelos alunos, e, por outro, como é que do ponto de vista da sua eficácia poderão ser ordenadas. Na última entrevista Manuel revela precisamente estas intenções:

E no momento final, a discussão, eu ter na manga, entre aspas: *Então e como é que tu resolveste?* No momento de apresentar, ter a noção que se calhar era importante chamar o aluno A, depois o aluno B e por fim o aluno C, porque a sequência das resoluções será a mais correta! Se é que se pode dizer assim. (E2, p. 14)

¹⁵ Episódio adaptado pela equipa do PFCM da Escola Superior de Educação de Setúbal (retirado do *site*: http://projectos.es.e.ips.pt/pfcm/?page_id=17)

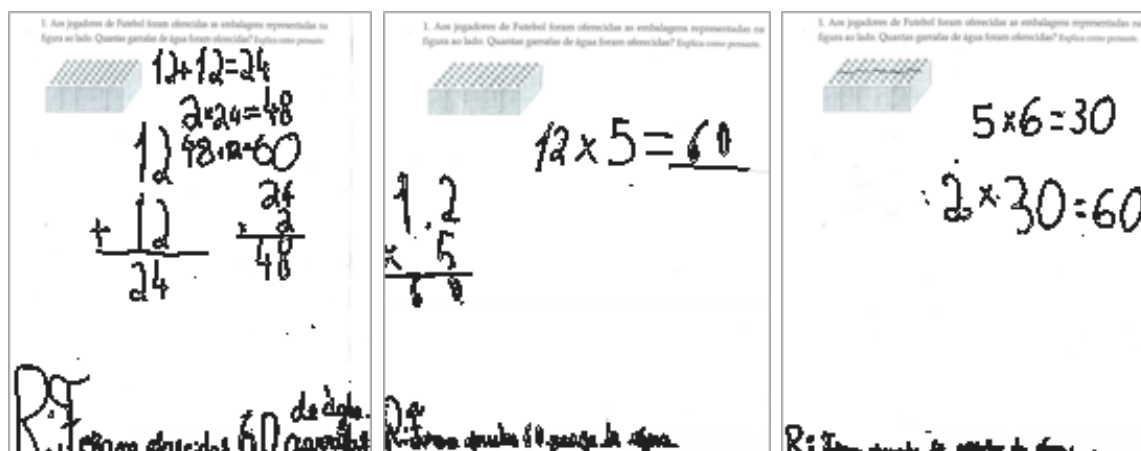
A importância da sequenciação de apresentação das estratégias utilizadas pelos alunos surge associada ao reconhecimento que existem vários caminhos que estes podem seguir para resolverem as tarefas. Para além disso, que os momentos de discussão constituem uma oportunidade para eles se aperceberem e compreenderem as estratégias de outros e refletirem sobre as que utilizaram. Na perspetiva de Manuel, é através destes momentos que as estratégias utilizadas pelos alunos poderão evoluir em termos da sua eficácia:

Mesmo que seja dada a liberdade aos alunos para resolver ou para aplicar a sua estratégia é importante que no final exista sempre um momento em que possa haver a partilha, em que possa haver compreensão por parte dos outros e percebam que afinal existem diferentes formas de resolver. Existem diferentes estratégias de resolver, mas que existem se calhar umas que são mais eficazes do que outras, isso obriga-os também a refletir sobre as suas estratégias. (E2, p. 5)

Entendendo por estratégias eficazes as que são “mais rápidas e que conduzem a um resultado certo” (S19, p. 2), preocupa-se em ordenar as resoluções dos alunos, tendo em conta estas características. Contudo, em algumas sessões de trabalho da equipa, considera que as decisões da aula no que respeita a esta ordenação não terão sido as melhores. Por vezes, toma consciência de eventuais mudanças que faria dessa ordenação, nos momentos logo imediatamente a seguir à discussão da tarefa. Outras vezes, fá-lo na sessão de trabalho da equipa quando analisa as estratégias utilizadas pela turma. Por exemplo, relativamente à primeira questão da tarefa 3.3 – Embalagens de garrafas de água (anexo 6), Manuel identifica três estratégias diferentes utilizadas pelos alunos e, no momento de discussão, pede-lhes para as apresentarem segundo a ordem que consta na Figura 7.16.

No final desta aula, ainda com estas estratégias afixadas no quadro, Manuel afirma: “Se calhar, a ordem seria invertida”, apontando para a última estratégia da sequência. Na sessão em que refletimos sobre esta aula, quando lhe peço para explicar esta afirmação, Manuel refere que teria ordenado as estratégias de modo diferente. Mantinha a primeira, porque os alunos recorreram à adição e alteraria a ordem das outras duas, apesar de ambas incluírem o uso da multiplicação. O motivo desta alteração prende-se com o facto de considerar que a estratégia de Alexandre e Patrícia ser uma estratégia menos imediata,

dados que corresponde a um ‘olhar’ da disposição das garrafas que não é suscitada pela imagem.



1.^a – Nuno e Renato

2.^a – Margarida e Miguel

3.^a – Alexandre e Patrícia

Figura 7.16 - Ordenação efetuada por Manuel das estratégias usadas pelos alunos, no momento de discussão da questão 1 da tarefa 3.3

Eu: Porque é que a ordem seria invertida? Eu não percebi.

Manuel: Nós também temos coisas um bocadinho estranhas! (risos). Eu acho que aqui [a terceira da Figura 7.16] era por ser diferente. Porque é assim, claramente, esta [a primeira da Figura 7.16] era a primeira porque é aditiva e esta [a segunda da Figura 7.16] era a última.

Eu: Porque é que esta era a última?

Manuel: Porquê? Porque está subjacente a multiplicação.

Eu: Mas ali [a terceira da Figura 7.16] também.

Manuel: Também... mas aqui [a terceira da Figura 7.16] não era suposto estarmos a dividir a caixa.

(S19, p. 3)

Ainda nesta sessão, ao refletir sobre a ordenação das estratégias referentes à última questão da mesma tarefa (ver Figura 7.17), Manuel considera, mais uma vez, que as decisões que tomou na aula não seriam as mesmas que adotaria neste momento:

Eu: Porque é que chamou estes alunos [Bernardo e António] em primeiro lugar?

Manuel: Porque quase todos tinham esta estratégia.

Eu: O que é que acha desta ordem?

Manuel: Acho mal! (risos). Em relação à estratégia de Margarida e Miguel, eu não me apercebi que eles tivessem a resolução errada. Porque eles apagaram. Tinham, $10 \times 3 \dots$ (...) Se calhar, se tivesse visto com mais calma punha de lado logo a resolução errada. Punha esta [estratégia de Alexandre e de Patrícia] primeiro e, depois, a da Ana para concluir com a conclusão dela: se um fator passa ao dobro e o outro a metade o resultado não se altera. (...) Ela faz 6×30 que é igual a esta [estratégia de Bernardo e António].

(S19, p. 4)

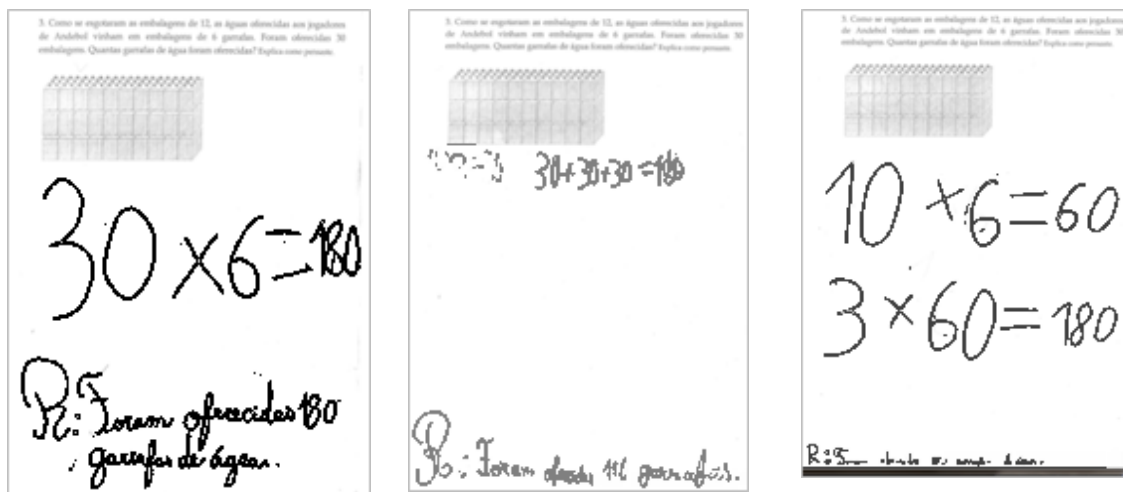
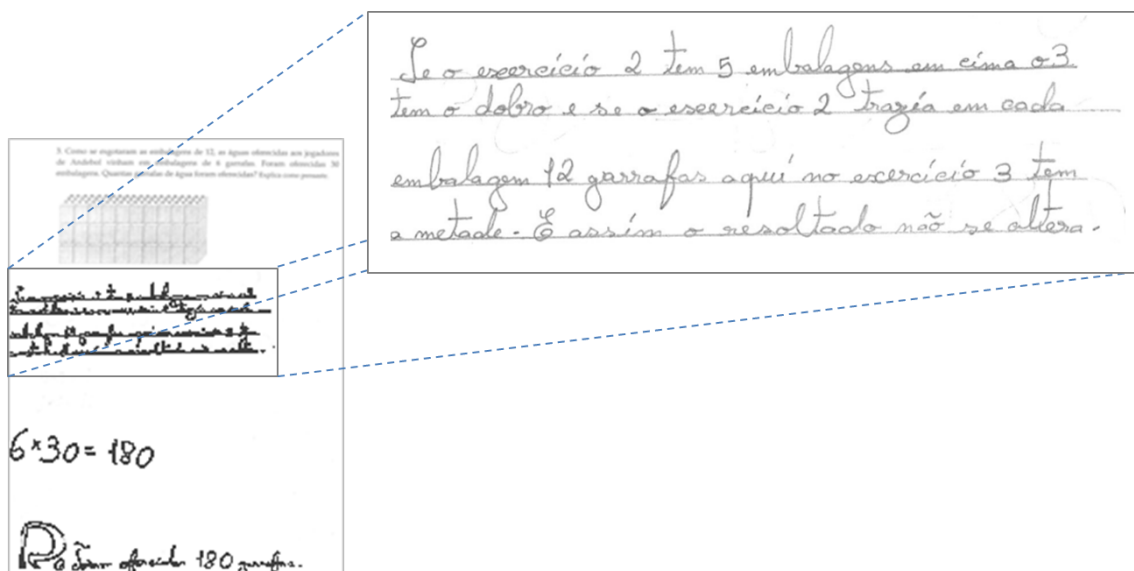
1.^a – Bernardo e António2.^a – Margarida e Miguel3.^a – Alexandre e Patrícia4.^a – Ana e Rui

Figura 7.17 - Ordenação efetuada por Manuel das estratégias usadas pelos alunos no momento de discussão da questão 3 da tarefa 3.3

Manuel assume que não solicitaria a Margarida e Miguel para irem ao quadro apresentarem a sua estratégia por estar ‘errada’, aspeto que não se apercebeu quando, no momento de realização da tarefa, observou os registos destes alunos. Refere, também, que não solicitaria aos alunos Bernardo e António para apresentarem a sua estratégia, dado que considera ser igual à que foi apresentada por Ana e Rui. Optaria, assim, por basear o momento de discussão da tarefa em apenas duas estratégias, em vez das quatro que estão

representadas na Figura 7.17. Começaria por solicitar a Alexandre e Patrícia que apresentassem a sua estratégia e, a seguir, a Ana e Rui.

Os motivos que levaram Manuel a optar por deixar para o fim a apresentação da estratégia de Ana e Rui mantêm-se no momento em que reflete sobre uma nova organização das várias apresentações. Efetivamente, considera que as afirmações realizadas neste registo incluem a explicitação da relação de dobro e metade entre dois fatores e dos efeitos no seu produto – quando um dos fatores passa ao dobro e o outro a metade, o produto mantém-se. A sua opção de a deixar para o fim constituiu uma forma de ‘concluir’ o trabalho realizado em torno desta tarefa, indo ao encontro de um dos propósitos inerentes à sua construção.

Quando Manuel se refere às decisões que toma na aula, no que respeita às estratégias que vão ser apresentadas e à ordem pela qual opta por organizar estas apresentações, afirma “se tivesse visto com mais calma...” (S19, p. 4). Parece, assim, transmitir a ideia que se tivesse mais tempo para olhar para as produções dos alunos, algumas das suas opções seriam outras.

(iii) Compreender como os alunos pensam

Como vimos, é com a participação no projeto que Manuel passa a valorizar o surgimento de diversas estratégias de resolução das tarefas, quer pelo tipo de tarefas que propõe, quer pelo modo como as explora na sala de aula com os seus alunos. A antecipação dos possíveis caminhos a seguir pelos alunos, que constitui um aspeto que fez parte dos momentos de preparação das tarefas, permitiu aproximar Manuel do modo como os alunos podem pensar para as resolver. Contudo, na sala de aula, ao confrontar-se com a forma como os alunos pensam, Manuel manifesta sentimentos muito diferentes como surpresa, satisfação, incompreensão, e, ocasionalmente, até estranheza.

Numa fase inicial do projeto, por vezes, só no momento de reflexão é que se apercebe de algumas estratégias dos alunos, essencialmente, fruto do modo pouco organizado como preparava os momentos de discussão da tarefa. Por exemplo, no que respeita à tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6), só na sessão de trabalho da equipa é que Manuel se apercebe que a estratégia utilizada por Ana (ver Figura 7.18) é diferente. Reconhece, também, as eventuais potencialidades que a discussão desta

estratégia teria tido para fazer emergir a propriedade distributiva, mostrando aos alunos que o produto 6×15 foi calculado através da soma dos produtos $6 \times 4 + 6 \times 4 + 6 \times 4 + 6 \times 3$ e que $4 + 4 + 4 + 3$ corresponde a uma possível decomposição do número 15. A este propósito Manuel afirma que “Pois é, ela sabia quanto era 4×6 e foi dividindo a imagem. Na altura não me ocorreu fazer esta relação” (S10, p. 16).

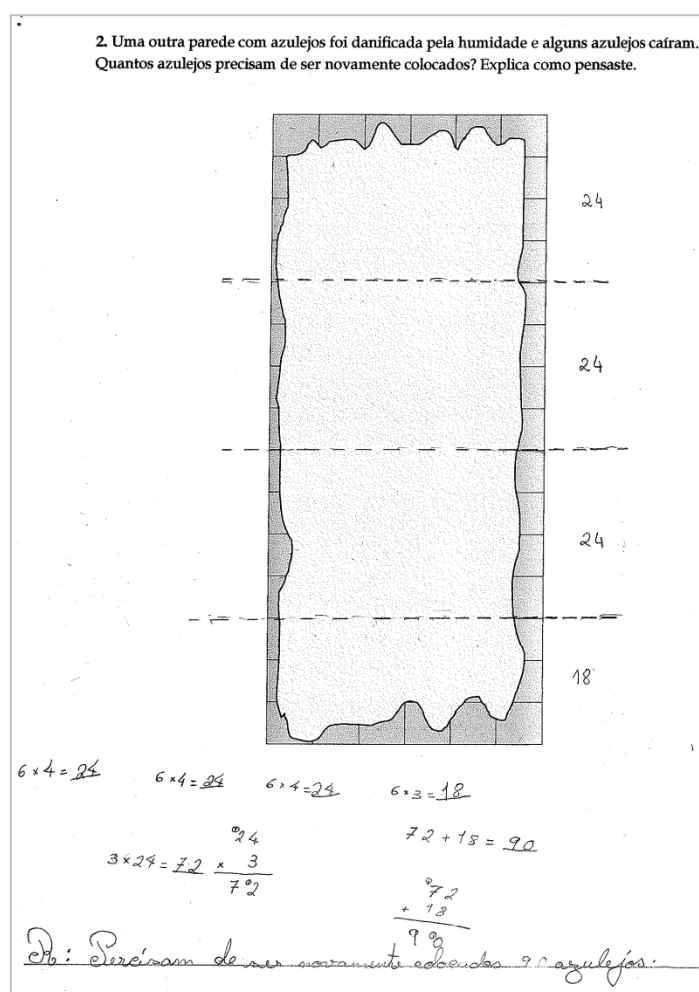


Figura 7.18 - Registo efetuado por Ana na resolução da questão 2 da tarefa 1.1

Existem, ainda, situações em que Manuel, ao tentar compreender as estratégias dos alunos, acaba por encontrar justificações e significados que, eventualmente, não correspondem ao modo como os alunos pensaram. Por exemplo, na discussão da mesma tarefa e relativamente à questão 1.1, quando pede a Rui para explicar porque é que fez $5 \times 6 + 6 = 36$ (ver Figura 7.15), o aluno não responde e, em seguida, Manuel afirma “Então, o Rui viu que até aqui era 5×6 e juntou esta linha (apontando para o painel de azulejos da Figura 7.13)” (AOM2, 2/11/2010). Ao analisarmos este episódio e ao questionar Manuel se

considera que, efetivamente, este terá sido o raciocínio de Rui, a estratégia do aluno é por ele interpretada de outra forma:

Eu: Acha que o Rui utilizou isto [viu que até aqui era 5×6 e juntou esta linha]?


Manuel: Boa pergunta! Acho que ele não visualizou ali [imagem de azulejos da Figura 7.13], mas percebeu que o produto para chegar ao 6×6 , sabendo o 5×6 era só adicionar o 6. Agora, não esteve a visualizar aqui!

(S10, p. 15)

Fruto da experiência de antecipação das estratégias dos alunos e da sua posterior análise, Manuel vai adquirindo uma maior facilidade em compreender as estratégias dos alunos nos momentos de reflexão sobre a aula. Confessa que há situações em que se surpreende com as estratégias apresentadas pelos alunos. Uma vez, mostra-se preocupado porque as considera ‘inventadas’, como é o caso da situação descrita no ponto anterior a propósito da estratégia verbalizada por Miguel (ver episódio VII-7, ponto 7.5.3.2, item (i)), ou ‘estranhas’ como classifica a que é apresentada por Margarida (ver Figura 7.19).

1. A Inês está a fazer a colecção dos cromos das WITCH e já tem 54 repetidos! Então pensou levá-los para a escola e partilhá-los com 9 amigas do 3ºA que também colecionam cromos das WITCH.

- Quantos cromos a Inês vai dar a cada uma?



amigas	1	2	3	4	5	6	7	8	9
cromos	6	12	18	24	30	36	42	48	54

R: Se Inês vai dar a cada uma 6 cromos.

Figura 7.19 - Registo efetuado por Margarida na resolução da questão 1 da tarefa 6.1

Ao analisar as produções dos alunos relativas ao primeiro problema da tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos (anexo 6), na sessão de trabalho da equipa, Manuel toma a iniciativa de propor a discussão da estratégia utilizada por esta aluna. Apesar de afirmar que não perguntou a Margarida para explicar como pensou, tece alguns comentários sobre esta resolução que mostram segurança no modo como a interpreta. Considera que a tabela

que apresenta nos seus registos foi realizada depois de Margarida já saber o resultado do problema com recurso à multiplicação:

Manuel: Eu tenho um que me faz a tabela... Por acaso era interessante perceber. Tem 9 amigos mas ela vai dando 6 [cromos] a cada um. Um amigo 6 cromos, 2 amigos 12 cromos. (...) Mas para fazer isto ela já tinha que saber que eram 6 [cromos]. (...) Ou fez mentalmente... é estranho!

Eu: Era interessante perceber se ela fez primeiro a multiplicação.

Manuel: Só pode!

(S22, p. 2)

Outras vezes, Manuel manifesta um certo contentamento por ter sido surpreendido positivamente. Estas situações ocorrem quando é confrontado com raciocínios de alunos que, embora tenham sido previstos pela equipa no momento em que antecipou as estratégias que os alunos podiam utilizar, de algum modo não tinha a expectativa que algum deles a apresentasse. É o caso do raciocínio apresentado por Ana e Rui (ver Figura 7.17) na resolução da tarefa 3.3 – Embalagens de garrafas de água (anexo 6). Manuel mostra-se satisfeito por esta relação ter surgido naturalmente por parte de um grupo, afirmando que “Foi só um [grupo], mas saiu!” (S19, p. 3).

(iv) *Dar voz aos alunos*

Quando na última entrevista Manuel reflete sobre o momento de discussão das tarefas, reconhece que, tal como durante a sua apresentação, acaba por monopolizar um pouco o discurso. Considera que na fase de discussão das tarefas, os alunos devem apresentar e falar sobre as suas estratégias e devem ouvir e colocar questões aos colegas, afirmando que “este momento deve ser do aluno!” (E2, p. 14). Assumindo este aspeto como uma dificuldade que sente nestes momentos, na sua perspetiva, a sua intervenção dever-se-ia centrar, sobretudo, na realização de uma síntese dos principais resultados da tarefa:

E, depois, na parte final (...) acabo por monopolizar demasiado esse momento, quando este momento deve ser do aluno! Isso é muito importante, eles ouvirem-se e perceberem... Não quer dizer que eu não o deva fazer, mas, se calhar, devo fazer numa parte final, onde seja quase uma síntese daquilo que foi trabalhado, daquilo que foi dito... É como o arrumar das ideias dos alunos e isso é muito importante! Mas temos de dar espaço aos alunos, isso foi uma dificuldade... não tanto uma dificuldade mas uma crítica que eu faço ao trabalho, não sei... (E2, pp. 14, 15)

Ao observar uma certa tendência tanto de Manuel como de Maria José em assumirem um grande protagonismo nos momentos de discussão das tarefas, na 12.^a sessão de trabalho suscito um debate sobre este assunto.

Eu: Eu sinto que quando os alunos vão ao quadro, falam para vocês.

Maria José: É verdade.

Eu: É importante que os alunos falem para a turma e que sejam os outros alunos a colocarem-lhe questões...

Manuel: Eu acho que a turma está muito trabalhada em função daquilo que nós trabalhámos com ela. (...) Se este fosse um trabalho feito desde o início, com certeza que eles fariam isso muito facilmente. Agora, é óbvio que este é um processo que para se atingir o objetivo vai demorar mais tempo do que seria feito desde o início. (...) Aquilo que acontece é que acabamos por estar muitas vezes a desmontar o raciocínio deles para os outros perceberem.

(S12, p. 1)

Deste excerto sobressaem algumas preocupações de Manuel que poderão relacionar-se com esta sua necessidade de centrar em si próprio estes momentos, apesar de reconhecer que deveriam estar mais focados nos alunos. Um primeiro motivo relaciona-se com modos de agir que, de alguma forma, considera que estão instalados na turma e que, na sua perspetiva, são difíceis de romper. Os alunos estão habituados a falar para o professor e a ouvir as suas explicações. Um segundo motivo parece estar associado à necessidade que Manuel revela de que o discurso proferido na sala de aula seja o mais claro possível, preocupação que alias também demonstrou no momento de apresentação das tarefas. Considera que é importante “desmontar os raciocínios” (S12, p. 1), no sentido de os tornar mais claros para os restantes elementos da turma. Ainda nesta sessão, reafirma a dificuldade que os alunos têm em efetuar explicações de forma clara, referindo que: “Muitas vezes eles não sabem explicar. É um problema muitas vezes deles!” (S12, p. 1).

7.5.4 A exploração das tarefas numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número

(i) O estabelecimento da relação entre os contextos dos problemas e os cálculos

Este é um aspeto que Manuel parece valorizar nos vários momentos da exploração de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número. No que se refere ao momento de apresentação das tarefas, como vimos, tende a efetuar alguns comentários e a

dar algumas explicações que auxiliam na interpretação dos problemas e das eventuais imagens que lhes estão associadas. Por vezes, estes comentários/explicações incluem algumas pistas/ sobre os procedimentos de cálculo que são suscitados, quer pela situação descrita pelo problema, quer pela imagem que lhe está associada (situação ilustrada pelo episódio I-7, no ponto 7.5.1.1, item (i)). A reflexão sobre a exploração das tarefas leva Manuel a considerar que este modo de atuação deverá ser alterado, assumindo que “...acabo por induzi-los sempre para um determinado caminho” (S10, p. 10).

O diálogo que Manuel estabelece com os alunos, relativo à tarefa 1.4 – Quantos ovos?, anteriormente apresentado (ver episódio IV-7, no ponto 7.5.2.1, item (i)), ilustra a preocupação que manifesta com a relação entre os contextos dos problemas incluídos nas tarefas e os cálculos que os alunos efetuam durante a sua realização. Efetivamente, neste caso, chama a atenção para o modo como os ovos estão dispostos nas caixas, tentando que os alunos compreendam que a imagem traduz 3×24 e não 24×3 , como inicialmente tinham registado.

Também no momento de discussão das tarefas se observa esta preocupação de Manuel, incentivando os alunos a justificarem os cálculos que efetuaram, tendo por base o contexto dos problemas. O diálogo que estabelece com Miguel durante a discussão da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6), exemplifica esta preocupação (ver episódio VII-7, no ponto 7.5.3.2, item (i)). O valor que atribui a este aspeto revela-se também no modo como organiza o momento de apresentação das tarefas que incluem problemas e cujas imagens associadas apresentam uma forte relação com os eventuais cálculos que os alunos efetuam. A Figura 7.20 mostra a afixação, no quadro, de imagens ampliadas das tarefas 2.3 – Quantos mini donuts? e 3.3 – Embalagens de garrafas de água, com a intenção de suportarem as explicações dos alunos no momento da discussão destas tarefas. Também a representação, no quadro, do painel de azulejos na exploração da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I, é exemplo desta preocupação (ver Figura 7.13).



Figura 7.20 - Imagens ampliadas das imagens das tarefas afixadas no quadro, no momento da sua discussão

(ii) *A consciencialização da existência de múltiplas estratégias*

Pelo que foi descrito nas secções 7.4 e 7.5, com a participação no projeto, Manuel passa a valorizar o facto de os alunos adquirirem a percepção de que existem várias estratégias para resolver uma mesma tarefa. Na sala de aula, este aspeto sobressai no momento em que vai observando o modo como os alunos estão a resolver as tarefas. Numa fase inicial do desenvolvimento do projeto, a opção dos alunos pelo uso do algoritmo para efetuarem os cálculos constitui uma preocupação para Manuel, pelo que chega a solicitar-lhes que tentem recorrer a outros procedimentos de cálculo (ver episódio VI-7, 7.5.2.2, item (ii)).

O valor que atribui à consciencialização da existência de várias estratégias evidencia-se, sobretudo, pelo modo como organiza e sugere a discussão das tarefas, revelando uma crescente preocupação em que sejam apresentadas à turma todas as que são diferentes. Mostra um certo desapontamento quando, nas sessões de trabalho da equipa, se apercebe que não solicitou a apresentação de alguma estratégia que considera interessante, no sentido desta evidenciar o conhecimento e destreza com os números e as operações. É o caso da estratégia usada por Ana, na resolução da questão 2 da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (ver Figura 7.18), que recorre à decomposição do número 15 em $4 + 4 + 4 + 3$, para efetuar o produto 6×15 a partir de produtos já conhecidos (o 6×4 e o 6×3).

É de salientar que a importância que confere a este aspeto tende a circunscrever-se à percepção que cada aluno vai construindo da existência de outras estratégias que tenham sido usadas pelos colegas. Efetivamente, o recurso a diferentes estratégias de um aluno numa mesma tarefa, em alguns casos, provoca em Manuel um certo desconforto. Por

exemplo, ao observar os registos de Rui (ver Figura 7.15) e ao considerar que a ‘segunda’ estratégia apresentada por este aluno corresponde a um nível inferior de aprendizagem, conclui que não deverá solicitar aos seus alunos a apresentação de mais do que uma estratégia quando resolvem as tarefas.

(iii) O uso de representações e/ou métodos eficazes

Como vimos ao longo desta secção, a preocupação com as características das representações e métodos utilizados pelos alunos evidencia-se logo no momento de realização da tarefa. Efetivamente, quando Manuel passa a seleccionar os alunos pelas estratégias que estes utilizam, sobressaem aspetos que se relacionam com os conhecimentos e destreza com os números e as operações evidenciadas nos seus registos, ou no modo como verbalizam os seus raciocínios, nomeadamente: o *recurso a sistemas de referência*, o *uso de propriedades das operações*, a *compreensão da relação entre as operações* e a *compreensão do efeito das operações*.

Por exemplo, quando reflete sobre a exploração da tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos (anexo 6), apesar das dificuldades que sentiu em lidar com a falta de registos do modo de pensar dos alunos, valoriza o facto de estes terem recorrido à multiplicação do número de cromos de cada carteira, sucessivamente, por 10, 20 e 30 para se aproximarem do número total de cromos. Manuel mostra valorizar o recurso a *sistemas de valores de referência* (neste caso, dos múltiplos de 10) na realização dos cálculos.

Também o recurso a *propriedades das operações* parece ser um elemento fundamental na seleção das estratégias dos alunos e que traduz o valor que atribui a este aspeto. Efetivamente, algumas das tarefas construídas no âmbito do projeto, principalmente pelas características das suas imagens, suscitam o uso de propriedades da operação multiplicação. A tensão evidenciada por Manuel pela persistência do recurso ao algoritmo da multiplicação por parte dos seus alunos, em vez do recurso às suas propriedades e a produtos já conhecidos, evidencia o valor que atribui a este aspeto (ver ponto 7.5.2.2, item (ii)).

Manuel parece encarar o momento de discussão das tarefas como fundamental para o reconhecimento de representações e métodos eficazes por parte dos alunos da turma. Como vimos na secção 7.5, tenta organizar a apresentação das várias estratégias que

selecionou, da ‘menos eficaz’ para a ‘mais eficaz’, comparando-as e salientando a importância destas últimas. Por exemplo, a Figura 7.16 e a Figura 7.17 apresentam a ordem pela qual Manuel solicitou a apresentação das estratégias na resolução das questões 1 e 3 da tarefa 3.3 – Embalagens de garrafas de água (anexo 6), respetivamente. Nesta ordenação surgem, em primeiro lugar, as estratégias que envolvem procedimentos aditivos e, em último, as que incluem procedimentos multiplicativos, havendo a preocupação de, durante a discussão das várias estratégias, salientar a *relação entre as operações* acima referidas.

A satisfação que revela com a estratégia de Ana e Rui na resolução da questão 3 da tarefa 3.3 – Embalagens de garrafas de água (ver Figura 7.17), mostra o valor que Manuel atribui à *compreensão do efeito das operações*. Efetivamente, estes alunos recorrem aos resultados da questão anterior para concluir que: num produto, quando um dos fatores duplica e o outro passa a metade, o valor do produto mantém-se.

Apesar de, na sessão da equipa, ao refletir sobre as opções que tomou na sala de aula, por vezes, revelar que alteraria a ordem da apresentação à turma de algumas das estratégias, mostra valorizar aquelas cujas representações e métodos são, na sua opinião, as mais eficazes. Na perceção de Manuel estas são as que incluem procedimentos rápidos e que permitem chegar a resultados certos. No caso de estar perante a resolução de um problema, parece também considerar que são estratégias cujas representações e/ou métodos estão de acordo com aqueles que são suscitados pelas imagens que lhe estão associadas e que, habitualmente, fazem parte do conjunto de estratégias antecipadas pela equipa (ver ponto 7.5.3.2, item (ii)).

7.5.5 Síntese

A exploração de tarefas nas aulas de Manuel é marcada por três momentos distintos: a apresentação, a resolução e a discussão. Em cada um destes momentos Manuel revela aspetos que valoriza e desafios com que se depara. Em alguns casos, quer uns quer outros, resultam de preocupações já manifestadas no momento de seleção/construção e preparação das tarefas.

No momento de apresentação, para além de se preocupar em fornecer informações acerca do modo como será organizado o trabalho em torno da tarefa, às quais estão associados essencialmente aspetos relacionados com normas sociais, Manuel fornece também um conjunto de explicações sobre a tarefa. Estas explicações relacionam-se diretamente com o receio que os alunos sintam dificuldades na sua resolução, apreensão que começa na seleção/construção da tarefa. Assim, preocupa-se em fazer chamadas de atenção sobre elementos que poderão ser importantes na resolução da tarefa ou que ajudam na sua interpretação. Em muitas destas situações, acaba por fornecer pistas acerca do(s) caminho(s) que os alunos poderão seguir para a resolver, aspeto que é reconhecido por Manuel como algo que se deve esforçar para contrariar. Este é um desafio que o acompanha ao longo de todo o projeto, originando, por vezes, situações de ambivalência. Estas relacionam-se sobretudo com os alunos que Manuel sabe que apresentam mais dificuldades na área da Matemática, para quem a falta deste tipo de explicações, na sua perspetiva, poderá ser sinónimo de bloqueios e consequente desmotivação relativamente à tarefa proposta.

Ao contrário do que acontece na apresentação da tarefa, no momento da sua realização, não fornece demasiadas indicações acerca do que os alunos devem ou não fazer. As suas ações traduzem-se num apoio ao seu trabalho, questionando-os ou clarificando algum aspeto pontual sem que tal corresponda a sugestões de procedimentos que eles devam seguir. Manuel parece, assim, encarar este momento como um momento do aluno e em que as ajudas que considera importantes serem dadas já o foram, durante a apresentação da tarefa. Durante a realização da tarefa, procura também conhecer e compreender as estratégias usadas pelos alunos, com o intuito de utilizar este conhecimento no momento de discussão da tarefa. Embora numa fase inicial do projeto esta intenção não seja consciente, Manuel reconhece a sua importância na qualidade dos momentos de discussão, passando até a pensar numa possível ordenação das estratégias que permita aos alunos irem refletindo sobre elas, comparando-as e relacionando-as, das menos eficazes às mais eficazes. Ligada a esta intenção, revela algumas preocupações no que respeita à qualidade dos registos que os alunos vão produzindo. Tenta, por isso, levar os alunos a registarem os seus raciocínios e a melhorarem as suas produções. Ao fazê-lo,

depara-se com algumas dificuldades. Efetivamente, os seus alunos não estão habituados a escrever o que pensaram, a não ser que tenham efetuado os cálculos através dos algoritmos. Contudo, reconhece que, ao longo do projeto, os alunos foram melhorando a qualidade dos seus registos, aspeto que associa ao desenvolvimento da sua capacidade de comunicação matemática e a uma espécie de esforço que tiveram de realizar pela necessidade de, eventualmente, terem de apresentar para toda a turma, de forma clara, o modo como pensaram para resolver a tarefa. Revela também um certo desconforto com o facto de observar nos seus alunos alguma preferência pelo uso do algoritmo como procedimento de cálculo. Ao longo do projeto, vai desenvolvendo alguma tolerância relativa a esta situação para o caso de cálculos que considera menos ‘fáceis’, por reconhecer que os seus alunos não tiveram um percurso, nos dois primeiros anos, centrado no desenvolvimento do cálculo mental.

O momento de discussão das tarefas constitui talvez aquele que mais alteração sofreu relativamente às práticas de sala de aula anteriores. A correção das resoluções dos alunos dá lugar a momentos de discussão das tarefas em que Manuel valoriza aspetos importantes que enriquecem estes momentos. Passa a selecionar os alunos que irão apresentar o seu trabalho à turma de acordo com as estratégias que estes utilizam, preocupa-se com a ordem pela qual solicita estas apresentações, tenta compreender os diferentes modos de pensar dos alunos e em dar-lhes mais protagonismo em termos do discurso. Contudo, os aspetos que valoriza neste momento da exploração das tarefas, constituem também aqueles que lhe criam alguns desafios, o que se pode justificar por corresponderem a intenções e preocupações muito diferentes das da sua prática habitual. A dificuldade de lidar com um grande número de solicitações dos alunos para apresentarem as suas estratégias e a tentativa de alguns deles ‘inventarem’ supostas resoluções das tarefas para poderem participar, conduz Manuel a encarar o momento de resolução da tarefa como aquele que efetivamente poderá ser o indicado para selecionar os alunos que irão apresentar as suas estratégias. Também a ordenação da apresentação destas estratégias cria-lhe algumas dúvidas. Tenta sequenciá-las da menos eficaz para a mais eficaz por considerar que esta opção poderá contribuir para a evolução das estratégias dos alunos. Contudo, *a posteriori*, ao refletir sobre a sequenciação realizada, considera que nem

sempre esta terá sido bem pensada, apresentando e justificando uma nova proposta de ordenação. Compreender como os alunos pensam é outro dos seus desafios. Este nasce logo na preparação das tarefas a serem exploradas na sala de aula quando se envolve na antecipação dos possíveis caminhos a seguir pelos alunos na sua realização. Na sala de aula, umas vezes, surpreende-se com algumas delas, outras vezes, mostra alguma dificuldade em compreendê-las. Ao longo do projeto, observa-se uma maior sensibilidade em interpretar as produções dos alunos e, conseqüentemente, em compreender como eles pensam. Finalmente, dar voz aos alunos é algo que valoriza, mas que revela alguma dificuldade em colocar em prática. Manuel reconhece o esforço que deverá fazer para ir alterando esta situação, mas a sua preocupação com a correção do discurso e uma prática instituída, assumida tanto por Manuel como pelos alunos, do discurso centrado no professor, constituem obstáculos que dificultam um maior protagonismo dos alunos neste momento da aula.

É interessante observar que a resposta para alguns desafios com que se depara no momento de resolução ou de discussão das tarefas é identificada como um aspeto que valoriza, ou passa a valorizar no momento anterior. Este aspeto traduz uma certa antecipação dos problemas com que se vai deparando na sala de aula quando explora tarefas com os seus alunos e, simultaneamente, uma tentativa de os resolver. Neste processo, identificam-se aspetos importantes da exploração das tarefas na sala de aula que contribuem para o desenvolvimento do sentido de número nos alunos. Concretamente, pode observar-se o valor que Manuel passa a atribuir à partilha e discussão de diferentes estratégias de resolução das tarefas e à identificação e compreensão das que poderão ser mais eficazes. Estas opções permitem aos alunos refletir sobre as estratégias e procedimentos de cálculo usados e ir assimilando um repertório de estratégias e procedimentos que constituirão uma espécie de recurso para a resolução de tarefas posteriores.

No que respeita aos aspetos mais diretamente relacionados com desenvolvimento do sentido de número, sobressai a preocupação com o estabelecimento da relação entre os contextos dos problemas e os cálculos realizados pelos alunos nos vários momentos de exploração das tarefas na sala de aula. Mantendo esta preocupação desde a apresentação da

tarrafa à sua discussão, Manuel vai fazendo comentários, observações e questões que visam salientar esta relação. Sobretudo no momento de discussão das tarefas prevalece o valor que atribui à consciencialização da existência de múltiplas estratégias por parte dos alunos, promovendo momentos de discussão das tarefas baseados em estratégias diferentes que foram surgindo. Por fim, o uso de representações e/ou métodos eficazes corresponde a um aspeto que atribui importância, tanto no momento de realização das tarefas, como durante a sua discussão. Efetivamente, Manuel seleciona as tarefas tendo em conta as representações e os métodos de cálculo que os alunos usaram e promove a sua discussão de modo a relacioná-las entre si e salientar a ou as que se mostram mais eficazes. Ao fazê-lo, manifesta o valor que atribui aos seguintes aspetos relacionados com o conhecimento e destreza dos números e das operações: (i) o *recurso a sistemas de referência*, (ii) o *uso de propriedades das operações*, (iii) a *compreensão da relação entre as operações* e (iv) a *compreensão do efeito das operações*.

Capítulo 8

Maria José

Este capítulo descreve e analisa as práticas de Maria José na concepção de sequências de tarefas com vista ao trabalho com os números e as operações, na seleção/construção e preparação dessas tarefas e na sua exploração na sala de aula, no contexto do projeto descrito no capítulo 6. A primeira secção visa traçar um retrato de Maria José com base no seu percurso e motivos inerentes às suas escolhas profissionais. Inclui também a referência à sua relação com a Matemática e a análise das suas motivações e vivências, no que respeita à sua participação do referido projeto. A segunda secção foca-se nas suas perspetivas sobre o novo Programa de Matemática (ME, 2007), em particular sobre o tema Números e Operações, sobre o significado que atribui a sentido de número e como perceciona o seu desenvolvimento. Para além destes aspetos, descreve e analisa o modo como, habitualmente, esta professora planifica o trabalho a realizar com os alunos, o valor que atribui a esta atividade e os materiais a que recorre.

As três secções seguintes – ‘A concepção de sequências de tarefas’, ‘A seleção/construção e preparação de tarefas’ e ‘A exploração de tarefas na sala de aula’ – embora distintas, apresentam alguns elementos comuns. Em todas, é identificado o que

Maria José valoriza e os desafios com que se depara, quando se envolve em cada uma destas atividades. As últimas duas destas secções apresentam, ainda, uma análise dos aspetos específicos relacionados com o sentido de número que sobressaem quando seleciona/constrói, prepara e explora as tarefas.

8.1 Traçando um retrato de Maria José

Quando iniciámos o projeto colaborativo, Maria José tinha 55 anos. Para caracterizar o seu percurso como professora refere-se ao grande número de escolas onde lecionou, afirmando “Tenho 30 anos de trabalho mas já corri 20 e tal escolas” (E1, p. 2). A possibilidade de lidar diariamente com crianças orientou as suas hipóteses de escolha profissional. A primeira em que pensa é Medicina Pediátrica, opção que, para além de lhe permitir um contacto permanente com crianças, viria a quebrar uma certa tradição familiar em ser professor. Contudo, o momento em que tem de efetuar a sua escolha profissional coincide com o período em que se dá o 25 de Abril de 1974 e por uma consequente instabilidade familiar. Maria José opta pela profissão de professora do 1.º ciclo por constituir uma forma mais rápida de aceder ao mercado de trabalho, ingressando, nesse mesmo ano, no Magistério Primário, em Évora.

Inicialmente eu não tinha pensado muito em ir para professora, apesar de eu gostar muito de crianças. Eu sempre pensei em Medicina e especializar-me em Pediatria porque gostava muito de crianças, e porque grande parte da minha família é toda ligada ao ensino, tudo professores (...) Quando se dá o 25 de Abril, eu sou da geração do 25 de Abril, eu estava em Angola. (...) Foi um bocado conturbado, porque o meu pai e a minha mãe ficaram em Angola e eu vim para cá sozinha, para iniciar no 11.º ano sozinha. Era complicado. (...) Optei logo por ir para o Magistério de Évora. (E1, p.1)

Quando se refere à sua opção profissional, fá-lo com alguma emoção e manifesta satisfação, reafirmando que: “o que me satisfaz mais nesta profissão é o contacto com as crianças” (E1, p. 3). Assume que aprende com elas e que aprecia a sua ingenuidade e sinceridade. Refere também que é o trabalho com o 1.º ano de escolaridade que mais a

entusiasmo, por ser aquele em que é mais visível a vontade em aprender e uma maior evolução em termos de aprendizagem:

Como disse no início, adoro crianças e ver despertar nelas... Gosto muito de trabalhar com o 1.º ano. (...) Quando nós pegamos nos trabalhos deles no início (...) e depois vemos o *dossier* no final do ano, vê-se ali um trabalho crescente, um interesse por aprender, por saber e isso é extremamente gratificante (...). Aquilo que eles nos ensinam, aquilo que eles nos transmitem, a sinceridade deles, a abertura que eles têm, a ingenuidade que eles têm (...). (E1, pp. 3, 4)

Embora pareça ser o gosto em lidar com crianças a base de um sentimento positivo relativamente à sua profissão, paralelamente parece existir um certo conforto e contentamento no que respeita ao percurso profissional realizado até este momento, quando em jeito de balanço afirma: “Fiz o meu percurso...e gostei! (...) Eu sempre gostei muito de crianças e não estou nada arrependida, de facto, de ter vindo para esta profissão” (E1, p. 2). Contudo, quando lhe peço para se referir aos momentos que considerou mais significativos da sua vida profissional, Maria José centra-se nas contrariedades com que se deparou numa das escolas onde esteve colocada. Recorda com alguma amargura as dificuldades que sentiu em lidar com uma turma que classifica como ‘difícil’ e a falta de condições de trabalho dessa escola, sobretudo, em termos de recursos humanos. Apesar destas recordações negativas, refere que a sua passagem por esta escola constituiu um momento de aprendizagem, no sentido de a obrigar a encontrar formas para lidar com este tipo de situações:

Foi muito, muito complicado e chorei muito, porque era um sítio, uma escola horrível. Tinha um horário que a partir das 15:15h ficava sozinha na escola com os alunos, porque as funcionárias saíam. Faltavam, uma série de coisas. Mas ensinou-me a lidar com estas situações, portanto falta de pessoal e alunos difíceis, não é? (E2, p. 3).

No momento em que iniciámos o projeto colaborativo, era professora efetiva nesta escola há seis anos, na qual já tinha estado anteriormente durante um período de 3 anos. Elege-a como a “escola de coração” (E1, p. 2), por ser aquela a que melhor se adaptou, salientando o bom ambiente que se criou entre os professores:

Há uma boa relação entre os professores desta escola. Isso é muito importante e eu considero esta escola, como a minha segunda casa. Eu não me importo de vir para

aqui de manhã. Eu deixo os meus filhos na escola e venho para aqui com agrado. Se for preciso eu venho, estou e não me preocupo com as horas... Venho! (E2, p. 4)

Ao justificar o que esta escola tem de especial para si, manifesta uma grande disponibilidade e dedicação ao dia-a-dia da escola que parece relacionar-se com o gosto com que desempenha a sua vida profissional. Apresenta também uma imagem muito positiva dos seus recursos materiais disponíveis, afirmando ser “uma escola que tem praticamente tudo. (...) Temos uma biblioteca recheada com computadores, com multimédia, com tudo. Apesar de não termos internet nas salas de aula, podemos dizer que temos uma escola com tudo, e aí podemos dizer que até estamos bem” (E1, p. 5).

Para Maria José um ‘bom’ professor é, essencialmente, um amigo, perspetiva que surge associada à ideia de alguém que é capaz de dar e de estar disponível para o outro. Este “dar” não se relaciona unicamente com a componente afetiva da relação com os alunos, aspeto que valoriza bastante, mas também com o investimento que o professor é capaz de fazer para ensinar e a disponibilidade que manifesta para ouvir os seus alunos:

Acima de tudo um bom professor tem que ser amigo! Tem que dar muito dele (...) E quando eu digo dar, tem que saber ensinar, tem que estar predisposto muito a ouvir os alunos. (...) E tem que estar sempre atualizada, para além dos conteúdos, tem que estar em cima dos acontecimentos, daquilo que vai saindo. (...) Não é deixar-se ficar acomodada. (E1, pp. 4, 5)

Fala da necessidade do professor ser capaz de investir, de forma continuada e permanente, na sua atualização. Para além de essa atualização contemplar os conteúdos a ensinar, tem de estar desperto para os acontecimentos do dia-a-dia. Esta necessidade resulta da sua perspetiva acerca das características dos alunos de hoje – mais exigentes e com acesso a mais informação que é veiculada de forma rápida e diversa. Considera que os conteúdos definidos pelos Programas ficam aquém da curiosidade e interesse que outros temas lhes suscitam. Ao tentar ir ao encontro destes anseios, assume que frequentemente se afasta dos aspetos que tinha inicialmente previsto abordar nas aulas e que, por vezes, sente alguma dificuldade em dar resposta às questões que os alunos lhe colocam sobre esses temas:

Depois há mais uma coisa, e que aí é que não é fácil, e cada vez está a ser mais difícil (...) Eles [os alunos] exigem muito de nós, porque hoje eles têm muito lá fora. O mundo exterior dá-lhe muito! (...) Como têm tudo lá fora, eles também exigem muito de nós. Aquilo que nós dizemos na sala de aula, que são os conteúdos que temos que lhes ensinar, para eles aquilo já não chega. (...) Muitas vezes uma pessoa vai preparada para uma aula, para lhes dizer qualquer coisa, e quando dou por mim já estou noutro sítio completamente diferente, e eles próprios dizem: *Oh Mizé, mas nós começámos a dar isso e nós já estamos em outro lado completamente diferente!* (...) Eles fazem perguntas que, muitas vezes, eu não estou preparada para responder, porque esses miúdos são miúdos interessados e que sabem muito. (E1, pp. 5, 6)

Ao referir-se ao modo como se relaciona com a Matemática, Maria José fala da preferência que sempre teve pelas disciplinas relacionadas com as áreas de Ciências e, em particular, pela Matemática. Apesar desta preferência, assume que nunca foi uma aluna muito boa a esta disciplina, considerando-se razoável:

É assim, eu sempre gostei muito da área de Ciências! Tanto que eu quando fiz o meu 7º ano, foi pela antiga alínea f, porque eu não gostava de Letras (...) gostava muito da Matemática! (...) E digo-lhe muito honestamente, eu gostava muito de Matemática, eu até era uma aluna bastante razoável. Nunca fui assim uma aluna muito boa a Matemática, não! (...) Eu gostava muito de Matemática e gosto muito de ensinar Matemática. (E1, p. 8)

Mesmo não tendo sido uma aluna com um desempenho muito bom, o gosto que afirma ter em ensinar Matemática parece relacionar-se com boa relação que sempre manteve com esta disciplina. Contudo, confessa que recentemente sente algumas lacunas no que respeita à Matemática para ensinar, o que contribui para uma perceção diferente em relação a si própria quanto aos conhecimentos que possui sobre esta área. Afirma que, neste momento, “não me considero assim tão... como eu disse gosto... não sou tão boa a Matemática como o era” (E1, p. 9).

Atribui a origem das atuais dificuldades nesta área às mudanças curriculares que têm ocorrido nos últimos anos, considerando que a Matemática que se ensina hoje aos alunos é diferente daquela que foi ensinada em grande parte do seu percurso como professora. Relembrando a sua experiência no PFCM, assume a necessidade que sente em investir nas novas abordagens da Matemática:

Eu acho, e sinto hoje um bocado, e pela formação que tive há 3 anos, eu digo assim: *Eu de facto sinto-me com falha a nível de matemática*. Porque eu acho que era uma aluna razoável, boa a Matemática e gostava muito de Matemática, mas agora sinto-me com falhas de Matemática, porque eu acho que houve uma evolução muito grande a nível de Matemática. (...) Há coisas que hoje em dia se fazem na Matemática, que no meu tempo, deixe-me falar um bocado assim, que no meu tempo não faziam. Percebe? Eu fico assim um bocado: *Espera aí que eu estou um bocado... tenho que me debruçar sobre isso e tenho que ir mesmo trabalhar porque me sinto com falhas a nível mesmo da Matemática, de conhecimentos para ensinar*. (...) Eu senti isso quando foi da formação. O trabalhar o Geoplano, o Tangram, os Pentaminós, são coisas que surgiram, não muito recentemente, mas para mim, são novidades. Quando eu comecei a trabalhar isso não se trabalhava, não é?! Trabalhava-se muito pouco e eu confesso que não trabalhava muito. Comecei a trabalhar e despertou-me mais. (E1, p. 8)

Os exemplos que apresenta para ilustrar as “falhas” que afirma sentir na Matemática, relacionam-se sobretudo com o uso de alguns materiais (Tangram, Pentaminós e Geoplano) sugeridos em documentos curriculares, que embora não correspondam a indicações muito recentes, distanciam-se da época em que Maria José realizou a sua formação inicial. Efetivamente, estes exemplos ligam-se ao confronto com novas abordagens de ensino dos tópicos matemáticos, estando mais próximos de questões relacionadas com o conhecimento didático do que com o conhecimento matemático.

A ideia de que houve mudanças na Matemática que se ensina aos alunos é reforçada por Maria José quando explicita o que, na sua opinião, será um bom professor de Matemática. Nesta ocasião e contrapondo com a ideia acerca desta área que lhe fora transmitida antigamente – a Matemática é fazer contas –, refere-se às mudanças nos tópicos matemáticos que são ensinados, salientando uma maior diversidade e uma forma diferente de trabalhar esses tópicos. Considera que para ensinar Matemática o professor deverá possuir um bom conhecimento dos conteúdos e do modo como se ensinam. Parece também considerar que, atualmente, para se ser um ‘bom’ professor desta área é necessário ‘aprender muito’ para poder ‘ensinar bem’:

Um bom professor de Matemática tem que trabalhar muito, muito matemática. Tem que saber muito bem toda a história do número, das operações... Como ensinar a parte dos cálculos e, agora, as estratégias. A geometria e toda uma vasta... agora uma quantidade de coisas que temos que aprender para lhes poder dar. (...) A Matemática é assim um mundo muito vasto. (...) Antigamente eram só

as contas não é?! *Vais para a Matemática, vais saber os números e contar, não era?! Quando eu vim para a escola, isso já há muitos anos.* (E1, p. 6)

A frontalidade com que assume, no início do projeto, a falta de conhecimento acerca do novo Programa (ME, 2007) e sobre um modo adequado de trabalhar alguns dos seus novos tópicos com os alunos, mantém-se ao longo do seu desenvolvimento, sempre que sente que não domina algum assunto. “Eu tenho uma dúvida!” (S3, p. 2) e “Deixa-me cá ver se é assim!” (S4, p. 1) são frases que surgem com alguma frequência no seu discurso durante as sessões de trabalho da equipa, mostrando à-vontade e frontalidade em reconhecer eventuais aspetos que desconhece, ou que não compreende totalmente. Na 4.^a sessão de trabalho da equipa, fala abertamente acerca da sua participação no projeto, mostrando alguma ambivalência de sentimentos. Se, por um lado, afirma sentir-se desconfortável por ser confrontada com aspetos do novo Programa (ME, 2007) que desconhece, por outro lado, encara o projeto como uma oportunidade importante de os aprender.

Maria José: (...) estou com a sensação que afinal eu que não percebo nada de Matemática. Eu tenho que estudar isto muito bem, porque eu não sei nada destas coisas. O sentido das operações... é tudo novo. É mesmo tudo novo para mim. Quero dizer, ainda bem porque estou a aprender. É que eu estou mesmo, mesmo a aprender...

Eu: E essa sensação é...?

Maria José: É desconfortável por um lado, porque me sinto mal em não saber. Por outro lado, é boa em eu me aperceber que não sei para depois aprender. Não sei se está a ver?

Eu: Sim...

Maria José: Pronto, tenho uma sensação desconfortável, mas ao mesmo tempo boa, porque tenho a sensação que estou a aprender, pronto, e que ainda bem. Porque quando eu pegasse no novo programa e nos livros, era obrigada, pronto tinha que aprender., agora, eu digo: *Ai meu Deus, como eu estou!* Isto deu uma volta importante, pronto. Não há dúvida nenhuma.

(S4, p. 2)

Também ao defender uma determinada ideia, justificando e apresentando os seus argumentos, Maria José assume uma postura recetiva a opiniões contrárias, iniciando frequentemente o seu discurso com expressões do tipo “Não sei se será bom, se não...” (S18, p. 2). Por vezes, esta postura parece ser reveladora, não só de respeito pela opinião do outro e de aceitação de diferentes ideias, mas também de alguma dúvida, ou mesmo de insegurança. Insegurança perante um Programa de Matemática com que está a lidar pela

primeira vez, uma formação inicial realizada há cerca de 30 anos e um projeto que assenta numa nova forma de encarar o trabalho com os números e com as operações. A consciência destes aspetos, por um lado impulsiona Maria José para aceitar participar neste projeto (ver subsecção 6.2.2), mas, por outro, cria-lhe alguns receios por poder não ser a pessoa indicada para se constituir participante neste estudo. Na última entrevista, explicita a angústia que por vezes sentia por, eventualmente, não estar a corresponder às minhas expectativas e que esse aspeto pudesse estar a prejudicar a minha investigação.

Vou ser sincera, vou-lhe dizer! Eu vivi este projeto assim, muitas vezes..., e deu para perceber, ... ficava assim um bocado angustiada! Tinha medo que as coisas não resultassem! E uma das coisas que eu me lembro perfeitamente, e que lhe disse na 1.^a entrevista... que o meu receio de participar, era não ir de encontro das expectativas que a Catarina pudesse criar, e que aquilo que eu pudesse fazer não lhe servisse (...) que para si não lhe tinha sido útil! Percebe? (E2, p. 41)

Assim, caracterizar Maria José enquanto professora e participante deste projeto leva-me, não só, a salientar a sua vontade de aprender, a facilidade com que assume as suas fragilidades, a disponibilidade que revela para rever as suas ideias e opiniões, mas também, referir os seus receios em defraudar as expectativas dos outros. Quando fala dos alunos, da sua relação com a profissão, do modo como vê a sua escola e do trabalho desenvolvido pela equipa do projeto, é também evidente o valor que atribui ao ambiente de trabalho e ao desenvolvimento de relações de confiança e afetivas com as pessoas que dele fazem parte (ver ponto 6.6.2.3).

8.2 Perspetivas

8.2.1 O ‘novo’ Programa de Matemática

O ‘novo’ Programa, em geral: promove uma maior articulação entre ciclos e tem em conta as necessidades atuais dos alunos. No início do projeto (Maio de 2010), Maria José assume que ainda não teve oportunidade de analisar o novo Programa (ME, 2007),

afirmando: “Muito sinceramente, como o Programa é novo, eu ainda não me debrucei sobre ele (...). Sei que as coisas agora estão muito diferentes” (E1, p. 20). A ideia de que existem muitos aspetos que mudaram resultou de uma “leitura muito na diagonal” (E1, p. 28) e das conversas que manteve com uma colega da escola que leciona uma turma do 3.º ano de escolaridade que, durante o corrente ano letivo (2009/2010), trabalhou com este Programa. Afirma que se sente “muito ansiosa com o novo Programa” (E1, p. 9) e a percepção que criou é que este permite uma maior articulação entre o 1.º e o 2.º ciclos e que foram introduzidos novos tópicos, nomeadamente a estatística e as frações:

(...) o que eu acho que mudou, é (...) a nível de estatística, que vai ser introduzida, que não estava até agora. (...) as frações, que também vão ser trabalhadas, que não tinham sido. (E1, p. 28)

Na última entrevista, já depois de ter tido a oportunidade de analisar e trabalhar com o novo Programa (ME, 2007) durante cerca de dois períodos letivos, afirma ter uma opinião positiva acerca dele, salientando sobretudo uma maior adaptação dos tópicos e do modo como são trabalhados às necessidades e interesses dos alunos que frequentam atualmente a escola. Nesta apreciação, recorre ao seu passado enquanto aluna e professora, identificando aspetos que não fazem sentido serem ensinados hoje em dia aos alunos.

Nós dávamos as equivalências das medidas da área, das medidas agrárias, do volume, portanto tudo isso (...) Eu não sei muito bem o programa do 4.º ano, ainda não me debrucei sobre ele, mas eu vejo, por exemplo, a nível do programa do 3.º ano, onde as medidas de massa ou peso praticamente elas não são faladas e nós já tínhamos dado desde toneladas até ao decígrama, milígrama e por aí a fora. Eles davam uma quantidade de conteúdos e ao fim ao cabo, não sei se até que ponto se os irão aplicar hoje em dia, não é? (...) É um bocado parecido com o que nós, antigamente, tínhamos que saber! Tínhamos que saber as linhas de comboio, os apeadeiros e tínhamos que saber isso tudo, não é? (E2, p. 19)

O tema Números e Operações: valoriza o raciocínio. No início do projeto, para além da introdução dos números racionais na representação de fração, Maria José não refere outros aspetos que eventualmente tenham sido alterados com o novo Programa (ME, 2007) relativamente ao tema Números e Operações. No final do desenvolvimento do projeto, centra-se na perspetiva de ensino da Matemática que considera que lhe está subjacente, afirmando que “neste Programa trabalha-se muito mais o desenvolvimento do raciocínio”

(E2, p. 17). Justifica esta afirmação salientando o papel pouco ativo na aprendizagem dos seus alunos em anos anteriores.

Com este novo programa, eu senti que eu fazia tipo uma introdução... e aproveitava muito daquilo que eles podiam transmitir. Punha-os a pensar, a raciocinar sobre a maneira de lá chegar. (...) Ouvia-os mais e houve um maior desenvolvimento aqui. (E2, p. 17)

Para exemplificar a aposta do novo Programa (ME, 2007) no desenvolvimento do raciocínio dos alunos, refere-se também à resolução de problemas, considerando que este documento valoriza o surgimento de várias estratégias de resolução, em contraponto com o trabalho que era realizado anteriormente, mais mecanizado e de resolução única, centrado na identificação da operação a efetuar.

Eu acho que neste programa trabalha-se muito mais o desenvolvimento do raciocínio. Eles têm que raciocinar, têm que pensar. Porque a Matemática é pensada! Tem que se pensar, não é verdade? Como é óbvio! Mas era muito mecanizada. Os problemas, os tipos de problemas... Se o problema diz isto, isto e isto, se faz essa pergunta já sabemos que é ‘de mais’, ou já sabemos que é ‘de menos’. Com o novo programa isso não se verifica, porque eles têm várias estratégias para chegar à resolução. Antigamente eles seguiam aqueles caminhos e era aquilo, e pronto. (E2, p. 18)

Refere, ainda, alterações no modo como é sugerido o ensino das tabuadas, salientando a importância da sua construção para uma maior facilidade em memorizá-las. Na sua opinião, o processo de construção das tabuadas sugerido pelo novo Programa (ME, 2007) permite aos alunos determinarem produtos mais facilmente, através do estabelecimento de relações com outros produtos, principalmente no caso em que se esquecem de algum deles.

[O novo Programa] apela mais ao raciocínio do que o anterior. Porque o anterior é muito aquilo! Claro que têm conceitos que eles têm que saber, eles têm que memorizar as tabuadas, porque senão... não criemos ilusões não é?! Eles também têm que memorizar, mas que se calhar será mais fácil memorizá-las e como eles as construíram... do que com a lengalenga que eles sabiam. Porque se calhar se falhar uma, depois já perdem um bocado o fio à meada, não é? (E2, p. 20)

É interessante observar que os exemplos escolhidos por Maria José para ilustrar o facto do novo Programa (ME, 2007) promover o desenvolvimento do raciocínio dos

alunos, são explicitados por comparação com as suas práticas anteriores à sua participação no projeto. Efetivamente, quando se refere ao trabalho em torno da resolução de problemas, das tabuadas e, principalmente, do modo como perspetiva o seu papel e dos alunos na sala de aula, não faz apelo ao que era preconizado no antigo Programa, mas sim, ao modo como, enquanto professora, lidava e passou a lidar com estes aspetos na sala de aula.

A introdução dos algoritmos apenas no 3.º ano constitui para Maria José o único ponto negativo do PMEB (ME, 2007). Na sua perspetiva os algoritmos da adição e da subtração deveriam ser introduzidos no 2.º ano de escolaridade e os da multiplicação e de divisão no 3.º ano. Maria José parece concordar com o trabalho em torno dos números e das operações durante o 1.º ano de escolaridade, centrado no desenvolvimento de estratégias de cálculo e sem a introdução de qualquer algoritmo, tal como se preconiza no novo Programa (ME, 2007) para este ano de escolaridade. Mas, considera que o mesmo já não deve ser feito no 2.º ano e que no 4.º ano os alunos deveriam ter disponível o conhecimento dos algoritmos das quatro operações elementares, tendo a oportunidade de os usar durante este ano.

Não sei se não seria no 2.º, no 1.º não! No 2.º ano haver uma introdução do algoritmo da adição e da subtração. Claro com as várias estratégias... porque eles aí já vêm trabalhados do 1.º ano no raciocínio (...) Começava logo no 2.º ano, na subtração e na adição. (...) Depois o da multiplicação e da divisão no 3.º ano e, depois, o 4º ano, seria mais uma sistematização. (E2, p. 22)

No final do projeto, refere que sentiu algumas dificuldades em colocar em prática o novo Programa (ME, 2007). Considera que foi a mudança de programa que trouxe mais alterações, quer no modo como se perspetiva a abordagem dos tópicos do tema Números e Operações, quer na forma como é organizado o seu ensino em termos temporais. A acrescentar a este aspeto, refere que os seus 30 anos de experiência se basearam noutras formas e perspetivas de ensino da Matemática, deixando inculcados modos de trabalho que classifica de “vícios” (E2, p. 26).

Tive dificuldade em lidar com as coisas novas. Porque eu tinha 30 anos de trabalho com os programas antigos e, parecendo que não, nós já temos vícios! Nós ao trabalharmos 30 anos e, apesar de ter havido alterações, porque há sempre

programas novos e não sei o quê... Mas não havia as mudanças que têm havido! Nunca foram tão significativas como está a ser agora com novo Programa de Matemática! Nunca foram! (E2, pp. 26, 27)

8.2.2 O sentido de número e o seu desenvolvimento

No início do projeto, quando peço a Maria José para descrever o que na sua perspetiva será um aluno com ‘bom’ sentido de número, refere que tem ideia que esta é uma noção algo recente, que é referida no novo Programa (ME, 2007), mas acerca da qual não fez ainda qualquer leitura. Tentando uma interpretação intuitiva da expressão ‘sentido de número’, coloca várias hipóteses sobre o que poderá significar este conceito. Questionando-se, desenvolve um discurso um tanto confuso, sobressaindo a ideia que ter sentido de número é compreender os vários significados de número de acordo com o contexto em que estes surgem (medida, quantidade, etc.).

Um aluno com bom sentido de número? E o que é o bom sentido de número? (...) Essa noção do sentido de número é recente porque eu não me lembro de nunca ter ouvido falar em sentido de número. Quando eu estudei nunca se falou em sentido de número. (...) O sentido de número será o perceber que o número pode ter várias interpretações? O número representa várias noções de grandeza? (...) Se acompanhado pode dizer-nos que é uma grandeza de massa, de peso?... Se formos pôr numa operação representa uma quantidade?... Será isso o sentido de número? (...) tenho ideia que está no novo Programa. Já ouvi falar em sentido de número e, no outro dia, quando falou de sentido de número é *mea culpa* pois já devia ter ido ver o que era sentido de número e não fui, de facto. Mas acho que sentido de número... O número pode representar várias coisas. Portanto, o número é um mundo porque ele representa muita coisa, se formos a ver. Representa uma distância, uma quantidade... É a noção que eu tenho. (E1, p. 33)

A dificuldade em falar sobre o conceito de sentido de número revelada por Maria José na primeira entrevista, contrasta com a rapidez com que na última entrevista nomeia os alunos que, na sua opinião, têm um ‘bom’ sentido de número. Contudo, ao justificar estas escolhas não são identificados aspetos específicos que permitem identificar o modo como entende este conceito, mas sim a forma como o avalia. Efetivamente sobressai a ideia que a rapidez com que os alunos resolvem as tarefas numéricas e a correção com que o fazem, constitui para Maria José um indício da existência de um ‘bom’ sentido de número.

Maria José: Com um bom sentido de número...o Henrique! (...) O Rúben... e o Albérico!

Eu: Porquê?

Maria José: Porque são alunos que quando eu faço a apresentação de uma tarefa, seja ela qual for, tanto faz a nível de situações problemáticas, como seja de raciocínio, de... sei lá... de um algoritmo, de uma situação... eles conseguem muito rapidamente resolver a situação e arranjar estratégias para a solução. Têm uma facilidade muito grande e... rápida! São miúdos que rapidamente me dão a resposta.

(E2, p. 31)

Para desenvolver o sentido de número, salienta o papel das tarefas, referindo-se a exemplos de algumas delas concebidas durante o projeto. Apesar de advertir que todas elas permitem atingir este objetivo, acaba por selecionar tarefas cujo foco é o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental, parecendo associar o desenvolvimento do sentido de número a este aspeto.

Toda aquela primeira parte, em que nós trabalhámos a multiplicação, essa sequência de cadeias numéricas, de relacionar para calcular... tudo isso, acho que contribuiu para o desenvolvimento do sentido de número. (E2, p. 33)

Ao nomear os alunos que, na sua perspetiva, têm ‘bom’ sentido de número, transmite a ideia de que existem alunos que, à partida, terão este aspeto mais desenvolvido. Considera que cada um de nós tem uma maior facilidade para aprender uma determinada área, e que esses alunos serão aqueles que revelam uma “maior predisposição (...) para os números” (E2, p. 32).

É assim, eu penso que a pessoa quando nasce já tem uma tendência para qualquer coisa, tanto para as artes, letras, ciências... Acho que a pessoa quando nasce há qualquer coisa que está mais predisposta para. O que é que depois, com o desenrolar, se não se desenvolve essa predisposição, se não for muito aguçada, fica! Ou então, tem que se desenvolver! (...) Eu não sei explicar! Isso eu não consigo, mas acho que uma pessoa tem uma tendência especial e mais inclinação, como se dizia antigamente, para os números: *Ah, o meu filho gosta mais de números do que de letras!*. Não sei se é o nascer ou se é uma tendência que a pessoa tem... por gosto... por gostar mais de... (...) Eles próprios dizem: *Gosto mais de Matemática*, ou *gosto mais de Língua Portuguesa*, porque é aquilo que estão mais à-vontade e estão mais confortáveis a desenvolver e a trabalhar! (E2, p. 32)

Maria José considera, assim, que o sentido de número é algo que se pode promover em todos os alunos, havendo alguns deles que o desenvolvem mais facilmente. Assume

que é algo que não sabe explicar, colocando a hipótese de existir uma tendência natural, uma espécie de motivação intrínseca ou de predisposição associada a cada pessoa.

8.2.3 A atividade de planificar

8.2.3.1 Como a caracteriza e valor que lhe atribui

As planificações anual, mensais e semanais: guiões do trabalho a realizar com os alunos. Maria José encara a planificação anual, mensal e semanal como uma forma de organizar temporalmente a sua atividade de prática de sala de aula. Entende-as como ‘projetos’ que devem ser desenvolvidos num determinado período de tempo:

(...) reunimos ali uma vez e planificamos logo o projeto durante o mês. Da semana tal à semana tal trabalhamos esse projeto, trabalhamos isso. Da semana tal à semana tal, trabalhamos aquilo. Depois vamo-nos organizando, depois cada um vai-se organizando na sala, os alunos que tem, durante a semana. (E1, p. 10)

Referindo-se concretamente à planificação semanal, afirma que nem sempre sente a necessidade de efetuar registos, bastando-lhe pensar como irá organizar em cada semana o que está estipulado na planificação mensal. Considera que a experiência que adquiriu ao longo do seu percurso profissional a ajudam a ter a perceção do trabalho que irá realizar com os seus alunos dentro de cada tema:

Tenho sempre o cuidado de ver o assunto que vou trabalhar, (...) com a quantidade de anos que já tenho já sei aquilo que vou fazer sem ter a necessidade de estar ali a planificar com muito cuidado... de escrever. Portanto, olho e vejo. (E1, p. 10)

A planificação diária: de dispensável a imprescindível para preparar o trabalho em torno das tarefas. À semelhança do que acontece com a planificação semanal, nos últimos anos da sua atividade letiva, Maria José não sente a necessidade de efetuar planificações diárias. Apoiando-se sobretudo no manual adotado vai trabalhando com os alunos o que foi pensado para aquela semana. Afirma que no início da sua atividade profissional investia mais na preparação das aulas, nomeadamente no que se refere à realização de fichas de trabalho. Para além de uma maior experiência de lecionação que o passar do tempo lhe trouxe, esta mudança relaciona-se também com o facto de os manuais

trazerem já fichas de trabalho prontas a serem usadas pelos alunos e por ter pouca disponibilidade para se dedicar à concepção e organização de fichas de trabalho. Considera, que atualmente a escola exige do professor muito investimento na realização de relatórios de natureza diversa, deixando pouco tempo livre para se dedicar à preparação das aulas:

No início, eu era mais cumpridora. (...) Porque tinha mais cuidado, planificava com mais cuidado. Tudo escrito. Tinha um *dossier* muito mais organizado, porque punha lá as fichas todas. (...) Hoje fazemos nos livros que eles nos dão. (...) Ao longo dos anos, e digo muito sinceramente, exigem-nos muitos relatórios. E faz mais isto, e faz mais aquilo, e é preciso mais este relatório deste menino, e é preciso mais este plano de recuperação e é preciso mais aquilo e nós... quer dizer, com tanta burocracia, com tanto tempo que também nos ocupam, vamo-nos descuidando um bocado. Às vezes comento com o Manuel “quem me viu e quem me vê”. Eu fazia imensas coisas com eles [os alunos]. (E1, pp. 11, 12)

Com a sua participação no projeto Maria José parece aumentar o valor que atribui a este tipo de planificação, afirmando que “é importante para nos orientar e para sabermos concretamente aquilo que vamos trabalhar” (E2, p. 1). Para além de a encarar como uma forma de orientar o trabalho que será realizado na sala de aula, vê-a como uma garantia de que este seja bem sucedido. Salienta a sua importância, principalmente quando se pretende trabalhar um novo conteúdo, ou quando se opta por uma abordagem diferente da habitual.

Embora com os anos de prática chegamos ali e conseguimos perfeitamente pôr a situação e trabalhá-la, mas parecendo que não, se queremos introduzir um conteúdo, se queremos trabalhar um conteúdo de maneira diferente, se não é preparado perde-se tempo e as coisas não correm bem. Acho que para as coisas correrem bem tem que se ter uma certa orientação, uma certa preparação anterior. (E2, p. 2)

8.2.3.2 Materiais a que costuma recorrer

No início do projeto, ao descrever o modo como habitualmente planifica as suas aulas, Maria José refere que não sente a necessidade de consultar com frequência o Programa, dado que tem por base os planos mensais definidos em Conselho de Ano que foram concebidos com apoio deste documento: “Como tenho as planificações [mensais] no *dossier* e as planificações foram tiradas do Programa, não vou consultar o Programa” (E1, p. 11). Quando por algum motivo sente a necessidade de o consultar, assume que se centra essencialmente nos tópicos de ensino. Por exemplo, na 3.^a sessão de trabalho quando a

equipa tenta elencar os aspetos em que irá investir durante o desenvolvimento do projeto, Maria José, sorrindo, assume precisamente este modo de agir: “É que nós olhamos sempre muito para os tópicos (risos)” (S3, p. 6).

Para preparar as propostas de trabalho para os alunos recorre, sobretudo, a manuais escolares do ano de escolaridade que leciona naquele momento. Apesar de consultar diversos manuais escolares, afirma que o manual adotado constitui uma referência importante do trabalho que realiza na sala de aula, opção que resulta essencialmente de uma certa preocupação em utilizar um material que foi indicado para ser adquirido pelos Encarregados de Educação:

Procuramos seguir um pouco o manual. Porque os miúdos têm o manual. Apesar de nós fazermos outras fichas, temos que seguir um bocado o manual. Porque eles depois ficam um bocado... *Tenho ali o livro para quê?*. (E1, p. 9)

A primeira afirmação deste excerto parece dar a entender que Maria José opta por utilizar o manual adotado de modo sequencial. Contudo, ao explicitar mais detalhadamente o trabalho que realiza em termos da preparação das aulas sobressai a ideia de que a sequência de abordagem dos tópicos é definida em Conselho de Ano, podendo esta não corresponder totalmente à sequência de abordagem dos tópicos do manual adotado. Afirma também que, por vezes, recorre a fichas elaboradas por outros colegas, que pertencem ao conjunto de materiais que foi juntando ao longo do seu percurso profissional ou que constrói inspirando-se em propostas de outros manuais escolares.

As planificações que são feitas no Conselho de Ano. (...) Eu pego na planificação de Maio, depois dessa planificação, planificamos por semanas. Portanto, da semana tal à semana tal fazemos isso. E depois nós nas semanas vamos limpando. Vamo-nos orientando assim, e vamos consultando o manual [adotado]. Às vezes consultamos outros. Preparamos umas fichinhas de acordo com o assunto que vamos trabalhando. É assim que eu preparo as aulas. (E1, p. 11)

[As fichas] tiro de vários livros e depois faço uma montagem, ou, às vezes faço fichas que há em manuais. Outras vezes, de colegas minhas. Ou até minhas, de outros anos, que eu tenho e que vou juntando. (E1, p. 14)

Para além do manual adotado e das fichas de trabalho, refere que, frequentemente, coloca um conjunto de questões no quadro para os alunos resolverem. Refere que estas questões surgem após a resolução de tarefas propostas no manual adotado e relacionam-se

com o trabalho que os alunos acabaram de realizar, constituindo uma forma de aplicação dos aspetos abordados e de os manter ‘atentos’ enquanto passam as questões para os seus cadernos:

Eu também funciono assim: dou um assunto, um conteúdo. Vamos fazer o que está no manual, fica feito! Ao invés de trabalhar em fichas de papel, faço perguntas no quadro e eles passam para o caderno. (...) Estou no quadro e vou escrevendo, não olho para nada. (...) Eles passam para o caderno e respondem! Não há fichas. Faço muitas vezes isso. Obrigo-os a copiarem, a estarem atentos e ... e escrevem. (E1, p. 15)

8.2.4 Síntese

No início da sua participação no projeto, Maria José apresenta ideias muito vagas acerca do novo Programa (ME, 2007). Terá ouvido falar numa maior preocupação com a articulação entre o 1.º e 2.º ciclos e na introdução de alguns tópicos novos. No final do projeto manifesta uma opinião positiva acerca deste documento, considerando que revela um maior esforço de adaptação aos interesses e necessidades dos alunos que atualmente frequentam o 1.º ciclo.

No que respeita ao tema Números e Operações, ainda numa fase inicial da sua participação no projeto, refere apenas que tomou conhecimento da introdução do trabalho com frações neste ciclo. No final do mesmo, resume as suas ideias sobre o modo como passou a ser perspectivado o trabalho deste tema, afirmando que se valoriza o desenvolvimento do raciocínio. Para justificar esta afirmação refere-se, a título de exemplo, à importância atribuída ao uso de diferentes estratégias na resolução de problemas e ao modo como é proposto o ensino das tabuadas.

O que significa ter sentido de número e o modo como se pode contribuir para o seu desenvolvimento são aspetos sobre os quais Maria José vai construindo algumas perceções com a sua participação no projeto. Do seu discurso, sobressai a ideia de que ter um ‘bom’ sentido de número passa por ser capaz de, com rapidez e de uma forma correta, resolver tarefas numéricas. Considera que é algo que se pode e deve desenvolver, mas que existem à partida alunos que possuem um melhor sentido de número, considerando que estes

possuem uma espécie de tendência natural para ‘os números’, assim como existem os que terão mais aptidão para ‘as letras’. Atribui importância às características das tarefas para o desenvolvimento do sentido de número, salientando as que visam a aprendizagem de estratégias de cálculo mental.

Os 30 anos de experiência de ensino e o conhecimento que foi construindo acerca dos conteúdos a ensinar no 1.º ciclo constituem as justificações de Maria José para não considerar necessário planificar diariamente as suas aulas. Realiza essencialmente as planificações anual, mensais e, por vezes, semanais, encarando-as como uma forma de organizar temporalmente o ensino dos vários conteúdos. O manual adotado constitui uma base importante da sua prática habitual de sala de aula e a sequência de abordagem dos tópicos corresponde à que foi definida em Conselho de Ano. A experiência de participação no projeto leva-a a valorizar a planificação diária, aspeto que se parece relacionar, essencialmente, com a importância que passa a atribuir à preparação das tarefas por estas incluírem ‘novos conteúdos’ e/ou por corresponderem a uma ‘nova abordagem’ de ensino dos números e das operações.

8.3 A conceção das sequências de tarefas

8.3.1 Aspetos que valoriza

A construção de sequências de tarefas constituiu algo de novo para Maria José. Durante os momentos em que a equipa se envolve neste tipo de trabalho, em particular quando define os objetivos das sequências, principalmente numa fase inicial do projeto, Maria José parece ficar um pouco à espera que eu e Manuel avançássemos com as nossas opiniões e sugestões. Atenta ao que cada um ia dizendo, na maioria das vezes, concorda com as opções que estavam a ser tomadas, abanando a cabeça em sinal de concordância e terminando algumas das nossas frases. A intervenção de Maria José torna-se mais efetiva quando a equipa se detém na procura das tarefas que visam os objetivos definidos para as

sequências e quando analisa a ordem pela qual as tarefas devem ser propostas dentro de cada sequência.

Por exemplo, na 3.^a sessão de trabalho, quando discutimos se colocaríamos primeiro a tarefa 2.4 – Cadeias numéricas II (anexo 6) ou a tarefa 2.5 – Relacionar para calcular I (anexo 6), Maria José considera que a tarefa 2.5 deve ser proposta primeiro. Discordando de Manuel, na sua opinião o facto de esta tarefa permitir a cada aluno escolher o primeiro cálculo a efetuar, torna-a mais fácil para os alunos. Argumenta que esta primeira escolha será feita de acordo com os cálculos que os alunos sabem efetuar, não sendo à partida definido pelo professor, como acontece com as cadeias numéricas.

Maria José: Eu punha antes. (...) Partindo do princípio que quando se propõe uma cadeia se tem que ter o cuidado de começar por um número de referência, e é a escolha do professor... para ser mais fácil para ele [aluno], eu acho que se deve pôr primeiro esta [tarefa 2.5]... Ele [o aluno] pode resolver a partir daquilo que ele acha... e depois com a nossa referência.

Manuel: Mas ele [o aluno] aqui [tarefa 2.5], ao optar, fez a escolha da referência.

Maria José: Sim, mas a [referência] dele [do aluno]!

(...)

Manuel: Mas para fazerem uma escolha já tenho que ter algum cálculo mental. (...)

(S3, p. 8)

Também na 6.^a sessão, quando a equipa se envolve na construção da sequência 1, Maria José apresenta, não só, algumas sugestões das tarefas que a constituirão, como também, da ordem pela qual poderão surgir. Refere que começaria por apresentar situações problemáticas, em que uma das estratégias é recorrer à multiplicação e em que um dos fatores é 6. A seguir, propõe que se discutam as diferentes estratégias apresentadas no manual para se efetuarem estes produtos, que os alunos colem no caderno a tabuada do 6 ‘já completa’ e, no final, que efetuem os produtos 11×6 e 12×6 , com o intuito de perceberem que a tabuada não termina quando um dos fatores é 10, como estavam habituados a fazer no ano anterior:

Eu penso que, se calhar, começaria por aqui, portanto pela situação problemática aqui do livro. Portanto, aproveitando aqui o livro em que eles têm aqui estas estratégias e estes problemas. A seguir, já vem o 6x4, com o exemplo das diferentes estratégias. Tem aqui depois esta tabela que vão fotocopiar e colocar no caderno. Isto é já uma maneira diferente daquilo que estão habituados... e dizer-lhes que além do 10, que eles estão habituados, vai aparecer o 11, o 12 (...). Pronto, partem de situações que eles conseguem ver melhor, visualizar,

concretizar... Pronto, conseguem ver e perceber melhor o significado (...) e depois é passar aqui para o papel o que nós dissemos e apresentar a tabuada como costumamos fazer, pronto mais tradicional (...). Embora, com uma *nuance*, pronto, de justificar (...). (S6, p. 1)

As sugestões apresentadas por Maria José correspondem a tarefas do manual adotado e pela mesma sequência que nele é proposta. Ao descrevê-las, sobressai a importância que atribui ao facto de os alunos começarem por atribuir significado aos produtos em que um dos fatores é o 6 através da resolução de situações problemáticas, terminando com o registo da tabuada ‘completa’, tal como faziam em anos anteriores, mas incluindo também outros produtos. Ao efetuarem este registo apelaria à justificação dos produtos obtidos, aspeto que identifica como uma *nuance* relativamente ao trabalho em torno da tabuada que costumava desenvolver em anos anteriores.

Quando no final do desenvolvimento do projeto lhe peço para escolher a sequência de tarefas que na sua opinião melhor resultou, Maria José identifica um conjunto de tarefas relacionadas com a abordagem da multiplicação que fazem parte de várias sequências (sequências 1, 2, 3 e 5). Um dos argumentos destas escolhas, relaciona-se com as características da atividade dos alunos que as tarefas permitiram desencadear: “o criar, o calcular, o fazer” (E2, p. 9), salientando, neste caso, as tarefas que envolveram a construção de tabuadas (tarefas 1.2, 2.2, 3.1 e 5.2). Menciona também a evolução das aprendizagens que pôde observar nos seus alunos, no que diz respeito tanto às tabuadas como ao uso de procedimentos de cálculo multiplicativos. Referindo-se em concreto às tarefas dos azulejos (tarefas 1.1 e 3.2), realça a mudança de procedimentos de cálculo utilizados pelos alunos – da contagem um a um passaram a usar o modelo retangular. Refere, ainda, a importância de ter proposto este conjunto de tarefas na mudança das suas futuras práticas de ensino das tabuadas, salientando o facto de serem os próprios alunos a construí-las.

A que eu acho que resultou melhor e que comecei a ver uma evolução neles que foi a da multiplicação! O trabalhar as tabuadas, o criar, o calcular, o fazer as tabuadas... Depois pusemos em simultâneo com a tarefa dos azulejos... Portanto, aí houve uma evolução deles. (...) foi uma sequência que eu gostei. Porque foi uma coisa completamente diferente daquilo a que eu estava habituada a trabalhar. Porque a tabuada não era elaborada por eles... Era toda dada, não é?! E foi uma maneira que eu achei interessante e que eu, particularmente, gostei e notei que

quando se deu a primeira, que foi a do 6, quando depois se fez as outras, houve uma evolução grande neles. (...) Quando se pôs a dos azulejos, eles iam contando um a um... e já começaram rapidamente a fazer o modelo retangular... Portanto foi uma das sequências que deu-me um bocado mais gosto em fazer. Porque vi a evolução neles. Acho que deram um salto. (E2, 9 e 10)

Maria José parece entender todas as tarefas que permitiram realizar o trabalho em torno da multiplicação como uma só sequência, centrando-se nas características individuais de algumas das tarefas realizadas neste âmbito para justificar a sua preferência. Apesar da evolução da aprendizagem dos alunos constituir um argumento para esta preferência, não parece surgir associado à importância de articulação das tarefas em termos dos objetivos que lhes estão subjacentes.

8.3.2 Desafios que se colocam

(i) *A integração de propostas que permitam ‘exercitar e sistematizar’ os conceitos: soluções que não encontra no manual adotado*

Como vimos, o manual adotado em cada ano escolar constitui um forte apoio do trabalho realizado na Matemática nas aulas de Maria José (ver ponto 8.2.3.2). Durante a realização do projeto, a sua preocupação de integração das propostas deste material curricular continua a ser visível. Em várias situações, no momento de construção das sequências de tarefas, sugere a inclusão de algumas propostas do manual adotado, afirmando: “agora podíamos propor esta página” (S19, p. 1), “e se eles fizessem esta a seguir [aponta para uma proposta do manual adotado]?” (S22, p. 3).

Contudo, na última entrevista, explicita as dificuldades com que se deparou em trabalhar com este manual. Relembrando os seus 30 anos de serviço, afirma que estava habituada a trabalhar com manuais que, depois de introduzirem um determinado conceito, apresentavam um conjunto de exercícios para os alunos aplicarem o que tinham aprendido.

Enquanto que, nos outros [manuais anteriores], era dado o conceito e eles tinham vários exercícios para resolver, ali [no manual adotado], para já, metade das coisas não tinham nada para trabalhar! Tudo era muito falado, muito escrito. Havia poucos exercícios para eles praticarem, para fazerem! E eu aí senti dificuldade, em trabalhar o manual, porque o manual está de acordo com o novo programa. Eu senti um pouco, aí, essa dificuldade. (E2, pp. 26, 27)

Quando refere que o manual adotado apresenta poucos exercícios sendo “tudo muito falado, muito escrito” (E2, p. 27), parece referir-se a dois aspetos distintos. Um primeiro, diz respeito às várias situações de explicação que este manual apresenta, dando exemplos de várias estratégias de cálculo a que os alunos podem recorrer. Um segundo aspeto, parece relacionar-se com o facto de o manual solicitar aos próprios alunos a explicação e justificação dos seus raciocínios, aspeto que como veremos na secção seguinte constitui também uma dificuldade para Maria José.

Também a falta de tarefas que visam uma sistematização dos conceitos é outra das críticas que dirige a este manual, nomeadamente no que se refere às diferentes unidades das medidas de grandeza que foram abordadas. Por exemplo, considera que na cadeia que visou o trabalho em torno dos números racionais na sua representação decimal (sequência 7), deveriam ter sido incluídas tarefas que permitissem trabalhar as várias unidades de medida das grandezas massa e de capacidade. Na sua perspetiva, este trabalho teria sido feito de uma forma integrada com as tarefas desta cadeia, se o manual adotado tivesse propostas de trabalho que permitissem fazê-lo.

Maria José: Porque já agora ficávamos com as medidas trabalhadas. Porque agora vamos acabar por falar nas medidas de capacidade e nas medidas de massa. Pelo menos o quilograma e o grama.

Manuel: É que nós acabámos por fazer uma tarefa desta sequência todas as semanas. Já que estamos a trabalhar os números decimais podíamos ter aproveitado para fazer outras tarefas sobre as medidas.

Eu: E isso não aconteceu porquê?

Maria José: Se o livro tivesse tarefas sobre isso seria mais fácil. Encaixávamos e aproveitávamos para trabalhar...

Manuel: Eu acho que o manual... como é que eu posso explicar? Atira para a frente muita coisa. Há coisas que não podem ser desligadas. Neste momento falar só em litro para mim não faz sentido. Isso é num 1.º ano ou num 2.º ano que tem essas unidades de referência. Agora acho que temos de puxar algumas coisas como fazíamos no antigo Programa.

Maria José: Porque eu acho que este livro é assim, atira um contexto. Pronto, tem aquela página a trabalhar aquele contexto, depois larga, depois à frente é capaz de ir buscar o que deixou lá atrás. Pronto, é um bocado assim.

Eu: E isso cria algum tipo de dificuldades?

Maria José: Eu acho que deveria ser mais sistemático... sistematizar mais. Abordávamos um assunto e ficava arrumado esse assunto e íamos para outro.

(S28, p. 6)

Observe-se que, no final deste excerto, Maria José generaliza a crítica que realiza ao modo como o manual propõe o trabalho em torno das medidas de grandeza, aos vários temas. Parecendo utilizar aqui a palavra contexto com o significado de ‘situações’ ou ‘assuntos’, é da opinião que o manual adotado não permite uma sistematização dos assuntos, no sentido de os aprofundar e de os encerrar, retomando-os em páginas posteriores.

Apesar das dificuldades que sentiu em lidar com o manual adotado para o 3.º ano de escolaridade, afirma que no próximo ano o manual do 4.º ano terá um papel importante na organização do ensino da Matemática, sabendo, neste momento, que será adotado o manual da mesma editora e que, provavelmente, apresenta o mesmo tipo de princípios na organização e apresentação das propostas. Dois motivos podem ser identificados para esta opção. Um primeiro, que já foi referido anteriormente, tem a ver com o facto de considerar que quando se adota um manual ele deve ser utilizado, dado que corresponde a um investimento das famílias. Um segundo, prende-se com a ideia, também já manifestada anteriormente por Maria José, que ao ser um manual construído à luz do novo Programa (ME, 2007), constitui um apoio importante para pôr em prática o modo como este perspectiva o ensino da Matemática, ajudando-a a interpretá-lo.

Contudo, Maria José afirma que, no próximo ano, não irá basear-se só no manual adotado. Pensa também adaptar algumas tarefas que foram concebidas no âmbito do projeto, referindo-se especificamente às cadeias numéricas e às tarefas “relacionar para calcular”. Menciona, ainda, que as adaptações a efetuar incluirão, sobretudo, os conjuntos numéricos e a grandeza dos números envolvidos.

Eu: A Maria José referiu que se não fosse a sua participação no projeto iria seguir sempre o manual. No próximo ano como pensa fazer?

Maria José: Sim, porque como o manual estava de acordo como programa, era mais facilitador eu ter o manual e servir-me dele do que ir consultar constantemente o programa.

Eu: Então por aquilo que eu entendo, por exemplo, para o próximo ano vai seguir o manual porque, em princípio, estará de acordo o novo programa...

Maria José: Se calhar, se calhar, eu com base nestas tarefas que fizemos este ano, vou apoiar-me um pouco e procurar... outros tipos de tarefas baseadas neste género que nós trabalhamos este ano. Para além de trabalhar o manual, penso continuar com as cadeias numéricas (...) o relacionar para calcular, para trabalhar com eles, com outros números ou mesmo com os números decimais... aprender, pronto! Ir e basear-

me nestas... naquilo que foi dado este ano, aplicando de acordo com a programação desse ano. Não basear-me só no manual. Penso fazer isso.

(E2, pp. 43, 44)

Esta intenção revela uma maior segurança de Maria José de, sozinha, avançar para propostas diferentes da do manual adotado. O trabalho realizado ao longo do projeto, e em particular o trabalho em torno de algumas tarefas que passou a valorizar e acerca das quais parece ter ganho confiança para as explorar com os seus alunos, indicia uma interligação mais pacífica entre as propostas do manual e estas tarefas.

(ii) ***O caminho ‘habitual’ de ensino dos algoritmos e o que é perspectivado pelo ‘novo’ Programa***

Na 9.^a sessão, a equipa discute a abordagem dos algoritmos proposta no novo Programa (ME, 2007). Ao analisar, neste documento, as indicações sobre este aspeto, pela primeira vez, Maria José dá conta que se aconselha um caminho diferente daquele que estava habituada para ‘ensinar’ os algoritmos das operações adição, subtração e multiplicação. Começa por se surpreender, quando observa que para se iniciar o trabalho com os algoritmos destas operações, se sugere a realização dos cálculos no sentido contrário daquele que sempre ensinou, isto é, da esquerda para a direita. Após a surpresa, surge a preocupação de não ter trabalhado anteriormente com esta turma os algoritmos destas operações, deste modo. Apesar de tanto eu como Manuel irmos tentando tranquilizá-la, dizendo-lhe que não precisa, durante este ano, de ensinar desta forma porque os alunos já aprenderam os algoritmos destas operações, Maria José continua a mostrar-se preocupada. Esta preocupação parece resultar de dois aspetos. Um tem a ver com o facto de ter trabalhado os algoritmos de uma forma diferente e, o outro, de continuar a permitir que alguns alunos recorram à identificação das centenas, dezenas e unidades dos números envolvidos nos cálculos.

Maria José: Eu estou a olhar para isso (aponta para a minha folha onde fui fazendo alguns registos para explicar as sugestões do novo Programa) e é tudo ao contrário... Não é bem o contrário, mas nós...

Manuel: Tu não começaste assim...

Maria José: Mas é que eu digo que começamos sempre a fazer pelas unidades...

Manuel: Mas o algoritmo aparece agora no 3º ano, não aparece no 2º ano.

Maria José: Não, mas como nós iniciámos começamos sempre por dizer: *Começamos pelas unidades, nunca pelas centenas nem pelas dezenas quando é um*

número mais pequeno. Começamos sempre pelas unidades, depois as dezenas e depois as unidades. Perante isso eles vão começar a pôr primeiro as centenas.

Eu: Não, Maria José, isto é para a sua próxima turma o 2.º ano. Não é para esta. Nós não podemos agora introduzir isto aos alunos... Eles já aprenderam este algoritmo. (Continuo a ‘explicar’ o modo como é perspectivado o caminho para a aprendizagem dos algoritmos. Quando chego ao da multiplicação observo alguma preocupação em Maria José manifestada pelo seu semblante. Interrompo e solicito a Maria José que explicita o que está a pensar)

Eu: Diga Maria José...

Maria José: É que estou aqui a pensar. Pronto, eu não sei se fará sentido... e eu ainda faço com os meus alunos... eles ainda fazem centenas, dezenas e unidades.

Manuel: Têm de ultrapassar isso.

Eu: Mas ó Maria José esses algoritmos já estão dados. Não vamos voltar atrás.

Maria José: Mas é que eu acho que assim (aponta para o programa) faz mais sentido.

(S9, p.4)

É a propósito do algoritmo da divisão, que revela mais dúvidas e receios. Logo na 1.ª sessão de trabalho, quando ‘percorremos’ o novo Programa (ME, 2007), Maria José refere que não conhece aquele modo de introduzir este algoritmo, afirmando: “a divisão, eu, por exemplo, não sei trabalhá-la assim” (S1, p. 9). A equipa decide deixar para mais tarde a análise deste processo e, apesar de ao longo do projeto este ser um assunto recorrente, é na 27.ª sessão, quando os professores decidem que efetivamente não iriam abordar este algoritmo como é sugerido no novo Programa (ME, 2007), que sobressaem perspetivas sobre este modo de trabalhar o algoritmo da divisão. Numa primeira fase desta conversa, Maria José evidencia algumas dúvidas relativamente ao modo como surgem os números que vão sendo registados no quociente. Contudo, o seu principal problema não é a compreensão relativa aos processos que este inclui, mas o modo como irá ‘ensiná-los’ aos alunos. Este, sim, parece constituir a fonte de receios e insegurança que Maria José assume no seguinte excerto.

Maria José: Eu tenho muita dificuldade em fazer isto. Eu olho para aí e penso: *Mas porque é que eu vou pôr ali aquilo? Como é que vou transmitir-lhes...?* Por exemplo, 370 a dividir por 24, eu vou pôr aqui um dez.

Eu: Ora eu tenho 24. Se tivermos 10 vezes 24, temos 240. Vou gastar 240, fico com 130. Isto apela ao cálculo mental e a ideia é aproximarmo-nos de 370. (...)

Maria José: Nós há bocado ao almoço, estivemos a falar em relação ao algoritmo da divisão. Eu estou muito receosa de irmos trabalhar assim. Porque não tenho confiança em mim. Portanto eu vou ter de o trabalhar muito bem. Pronto aquele (aponta para o algoritmo da divisão na sua forma condensada) tudo bem. Agora este,

para o poder explicar... Eu não sei. Eu não sei se não será mais confuso para eles. Muitos números. Este está mais arrumadinho.

(S27, p. 3)

Na tentativa de perceber se, para além do receio que sente em investir no ensino de um novo método de ensino do algoritmo, existe uma perspetiva menos positiva em relação às suas mais-valias, tento centrar a discussão nos efeitos de cada um dos processos na aprendizagem dos alunos. Neste sentido, procuro levar Maria José a refletir sobre a sua experiência anterior relativa ao ensino deste algoritmo e ao modo como perceciona as reações dos alunos no que respeita à sua aprendizagem. Efetivamente, tem uma opinião positiva em relação ao modo como é sugerido o seu ensino, por apelar ao uso do cálculo mental. Em contrapartida, considera que o modo como costuma abordá-lo é mais mecanizado e exige um maior domínio das diversas tabuadas.

Eu: Quando trabalha o algoritmo da divisão com os alunos, acha que eles compreendem o que estão a fazer? Ou estão simplesmente...

Maria José: Aquilo é mais mecanizado, porque aquilo é um método, pronto, é seguir aquilo, é uma regra vá que eles têm que seguir aquilo é fazer. Têm que saber dominar muito bem as tabuadas, as tabuadas têm que ser muito bem dominadas para se poder fazer a divisão com aquele algoritmo. Eles têm que as saber muito bem decoradas porque se não sabem não conseguem Aqui [aponta para o slide da Figura 7.1] já é diferente é mais porque o cálculo mental tem que estar muito presente.

(S27, p. 4)

Na última entrevista, Maria José reconhece as dificuldades que inicialmente sentiu ao confrontar-se com o novo Programa (ME, 2007), salientando a questão dos algoritmos. Afirma inclusive que, futuramente, quando tiver de abordá-los com os seus alunos, terá de se preparar muito bem, mostrando ainda alguma insegurança relativamente a estas ‘novas’ formas de abordagem dos algoritmos.

Inicialmente, senti dificuldade quando foi da construção da tabuada. Do ter de relacionar para calcular, que nem sempre conseguia ver o que é que estava lá. E um dos assuntos que, vai ser para o ano e que para este ano não, que eu sinto quando olho é o algoritmo das divisões. Aliás, todos os algoritmos e as novas estratégias que são dadas no novo programa, eu tenho dificuldade... Sinto dificuldade e tenho que trabalhar muito bem antes. E, porque lá está, foram muitos anos a trabalhar de modo diferente! (E2, p. 25)

8.3.3 Síntese

Quando a equipa se envolve na construção de sequências de tarefas, a participação de Maria José torna-se mais efetiva no momento em que se procura, em diversos materiais, propostas que permitissem colocar em prática os objetivos que tinham sido definidos. Nestes momentos, dá sugestões de tarefas e apresenta argumentos que sustentam a sua opinião sobre a ordem pela qual devem ser exploradas na sala de aula. Nas suas intervenções durante a realização deste trabalho destacam-se preocupações relacionadas com o nível de dificuldade crescente das tarefas, com a compreensão dos cálculos que os alunos vão efetuando e com a necessidade de uma espécie de sistematização dos resultados que foram sendo obtidos. O manual adotado continua a constituir um material de referência para o trabalho que pretende realizar com os seus alunos, propondo a realização de algumas das suas tarefas pela sequência nele propostas. Revela também a preocupação de procurar pontes entre o que se preconiza no novo Programa (ME, 2007), com o modo como abordava os conteúdos anteriormente.

A articulação das tarefas, em termos dos objetivos que lhes estão subjacentes, parece não constituir para Maria José um elemento orientador da construção das sequências de tarefas. Efetivamente, no final do projeto, quando questionada acerca das sequências de tarefas que na sua opinião terão melhor resultado, centra-se nas características de algumas delas isoladamente, não salientando a importância de se encontrarem inseridas em sequências. Como veremos na secção seguinte, valoriza, sobretudo, algumas tarefas, em particular, as que na sua perspetiva contribuíram para diversificar e alterar a atividade matemática dos alunos e os procedimentos de cálculo usados por estes.

No processo de construção de sequências de tarefas identificam-se dois desafios com que Maria José parece deparar-se. Um primeiro corresponde à dificuldade de integração das propostas do manual adotado nas sequências de tarefas que iam sendo concebidas. Apesar do manual adotado continuar a ser uma referência do trabalho que realiza com os seus alunos, sugerindo a integração de algumas das suas propostas nas sequências de tarefas elaboradas pela equipa, o facto de este não oferecer suficientes

propostas de exercícios, de solicitar frequentemente a explicação e justificação dos raciocínios e de não incluir tarefas que permitam a sistematização de alguns conceitos, constituem para Maria José inconvenientes importantes. Um segundo aspeto relaciona-se com o confronto com uma nova sequência de ensino perspectivada pelo PMEB (ME, 2007). O confronto com ‘novas’ formas de trabalho propostas por este Programa, com os ‘hábitos’ de ensino de alguns tópicos sedimentados pelos seus 30 anos de serviço, conduz Maria José a sentimentos de insegurança e ao reconhecimento da necessidade de se preparar melhor antes de propor a sua exploração na sala de aula.

8.4 A seleção/construção e preparação das tarefas

8.4.1 Aspetos que valoriza

8.4.1.1 Características das tarefas

Quando, na primeira entrevista, Maria José apresenta a sua perspetiva sobre o que poderão ser ‘boas’ tarefas centra-se na dificuldade que estas poderão constituir para os alunos a que se destinam, classificando-as em dois grupos – as fáceis e as difíceis. Na sua perspetiva, uma tarefa fácil terá uma resolução quase imediata e em que os alunos não manifestam muitas dificuldades em resolvê-la. Associa-as às fichas que propõe para aplicarem aspetos já aprendidos, designando-as por “fichas formativas”. Por seu lado, as tarefas difíceis são as que elege como ‘boas tarefas’, por levarem os alunos a pensar.

Uma boa tarefa era...

Eu: O que é que considera ser uma ‘boa tarefa’ para propor aos alunos? Uma ‘boa tarefa’ na área da Matemática...

Maria José: Eu não gosto de fazer as coisas muito fáceis para eles, do tipo eles olham para ali e conseguem responder logo. Às vezes faço fichas que obriguem um bocado mais a pensar. Aquelas muito fáceis, normalmente, não faço. Por vezes sou surpreendida e eles não conseguem e depois tenho que fazer as outras mais fáceis. (...) tenho a preocupação de procurar aquelas que os obriguem a pensar um pouco mais. Porquê? Porque eu faço as fichas, explico e eles fazem sozinhos e depois vou fazer correção com eles. Ainda ontem fizemos uma... eu levo para casa, corrijo-as e depois vou corrigi-las com eles e explicar o que eles fizeram mal. Não faço isso em

todas! Faço naquelas que eu acho que são as mais complicadas e que eles erram mais em determinados pontos, e já foi propositadamente que surgiu aquilo para depois eu explicar-lhes para situações futuras. (...) Há outras que quando estou a trabalhar... são aquelas fichas mais formativas, em que nós damos a matéria para eles trabalharem, são mais fáceis. (...) são aquelas formativas quando vamos dar um assunto, vamos fazer aquelas fichazinhas mais fáceis para ver se eles perceberam e, depois, fazemos as mais difíceis.

Eu: Então uma boa tarefa é...?

Maria José: Para mim tem que ser aquela mais complicadinha que é para ver se eles perceberam bem! Também aquelas muito fáceis, eles depois fazem aquilo tudo num instante. (...) Para ver se eles perceberam, tornamos a explicar as vezes que forem necessárias e a fazer exercícios semelhantes.

(E1, pp. 13, 14)

Afirma que o modo como costuma organizar o trabalho com os alunos depende do nível de dificuldade que confere às tarefas. Perante uma tarefa difícil, usualmente, antevê que os alunos manifestem algumas dificuldades ou que cometam alguns erros, pelo que, opta por levá-las para casa para as corrigir e, posteriormente, na sala de aula, chama a atenção desses erros. Caso considere necessário, em seguida, propõe mais ‘exercícios’ do mesmo género, até que os alunos aprendam a resolvê-los. Refere também, que na abordagem de novos tópicos, costuma começar por propor tarefas mais fáceis a que se seguem as mais difíceis. Quando, perante uma tarefa ‘fácil’ os alunos manifestam algumas dificuldades que não tinha inicialmente previsto, propõe, em seguida, tarefas ainda mais fáceis sobre o mesmo assunto.

Numa fase inicial do desenvolvimento do projeto salientam-se dois aspetos que orientam as suas escolhas das tarefas. Um relaciona-se precisamente com o seu nível de dificuldade, que associa à perceção que foi desenvolvendo acerca do que os seus alunos são capazes de fazer. O outro diz respeito ao valor que começa a atribuir ao cálculo mental e ao modo como perspetiva esse desenvolvimento.

(i) *Tarefas exequíveis: tarefas resolvidas com sucesso pelos alunos*

Quando seleciona ou constrói tarefas, uma das preocupações reveladas por Maria José é que essas sejam exequíveis, no sentido dos alunos não revelarem muitas dificuldades. Para atender a este aspeto, aposta na diferenciação do nível de dificuldade das tarefas em função dos alunos a que se destinam. Assim, ao seleccioná-las, afirma que tem em conta os conteúdos que pretende abordar e a perceção sobre o desempenho dos seus alunos: “Penso no conteúdo que estou a trabalhar e a turma que tenho!” (E1, p. 14).

Referindo-se em particular à área da Matemática e à sua turma atual, que considera ser ‘boa’, afirma que costuma propor a realização de tarefas com um nível de dificuldade razoável. Por vezes, recorre a tarefas mais fáceis para os alunos que considera mais fracos:

A escolha das tarefas tem muito a ver com a turma que tenho. (...) esta turma é uma turma que eu considero boa, posso fazer umas determinadas tarefas. Quando há um grupo de alunos, que tem que fazer outras tarefas, não é?! Depois também tenho umas fichas... tenho umas um bocadinho mais fracas para esses alunos. (...) E, às vezes, já houve o tempo, lá está, que fazia eu própria. Até construía, por exemplo, não muito a Matemática, mas a nível da Língua Portuguesa, construía os textos e depois fazia perguntas. (E1, p. 14)

Maria José revela, assim, preocupação com a adequação das tarefas à turma mediante eventuais dificuldades que os alunos costumam manifestar. Embora seja mais evidente numa fase inicial do projeto, esta preocupação mantém-se ao longo do seu desenvolvimento e parece associar-se a uma outra ideia – que os alunos consigam resolver as tarefas que lhes são propostas. Utilizando a expressão ‘tarefas acessíveis’, por exemplo, na 3.^a sessão de trabalho, justifica as propostas que trouxe para serem discutidas na equipa, e que foram previamente discutidas com Manuel, do seguinte modo: “Nós quando estivemos a fazer isto, tivemos a preocupação de fazer as coisas acessíveis para que eles (...) pronto, que eles sentissem que são capazes” (S3, p. 7).

Para além de revelar preocupação em propor tarefas mais fáceis para alunos que manifestam mais dificuldades na área da Matemática, parece também considerar que existem formas de os ajudar a terem sucesso na resolução de algumas tarefas, em particular, no que se refere às que envolvem o uso de estratégias de cálculo mental. Por exemplo, na discussão (ver subsecção 7.4.2, item (i)) acerca da adequação da justificação de “300 mais 300 são 600 porque 3 mais 3 são 6 e acrescentamos dois zeros”, assinalada na Figura 7.3, defende que este processo corresponde a uma estratégia de cálculo mental mais fácil. Considera, também, que os alunos que habitualmente evidenciam mais dificuldade em realizar este tipo de cálculos poderão ter mais sucesso na sua realização, caso sejam orientados para o uso deste tipo de ‘regras’ de cálculo.

Principalmente para aqueles miúdos que têm mais dificuldade... pronto, para eles é mais fácil perceberem que $3 + 3$ é 6 e depois acrescentam dois zeros... acho eu! (S5, p. 2)

(ii) ***Tarefas que visam o desenvolvimento do cálculo mental: são tarefas rápidas e que não necessitam de registos escritos***

Na fase inicial do projeto, mais concretamente na 2.^a sessão de trabalho, a equipa discute as características das tarefas que potenciam o desenvolvimento do cálculo mental. Os exemplos de tarefas selecionados por Maria José com esta finalidade permitem evidenciar, não só, os elementos que na sua perspetiva contribuem para esse desenvolvimento, como também, a ideia que possui, até este momento, sobre o que é cálculo mental. Menciona uma tarefa em que se solicita aos alunos para, rapidamente, efetuarem algumas adições e subtrações e elege uma em que eles são levados a observar a regularidade que existe na multiplicação de um número por 11. Detém-se na descrição desta última, sobressaindo, não só, a preocupação de que é algo que os seus alunos são capazes de fazer com alguma facilidade, como também a ideia de que é uma tarefa ‘engraçada’, no sentido de permitir evidenciar algumas relações numéricas surpreendentes. A surpresa que poderá criar aos alunos parece ser avaliada por aquela que ela própria sentiu quando se envolveu na sua resolução e se apercebeu que não é necessário recorrer ao algoritmo para efetuar estes cálculos.

Maria José: Eu estive à procura na internet... Eu sou muito esperta, não é? (risos)... E vi alguns exercícios relacionados e achei engraçados estes. Portanto, temos a decomposição... pronto, têm de fazer as somas e a subtração. (...) Têm aqui estes que eu achei engraçadíssimos, pronto, que eu não sabia: o multiplicar por 11, a maneira de multiplicar por 11... a tabuada do 11... como é que se chega ao multiplicar por 11 sem fazer a operação, e eu não sabia. Sem fazer o algoritmo, e eu não sabia e vi que agora é fácil (...) achei, particularmente, este exercício muito engraçado, porque eu aprendi.

Manuel: É uma estratégia para calcular.

Maria José: É uma estratégia para calcular e é engraçado. Dá-me ideia que eles vão rapidamente aprender isto, não tenho dúvidas.

Manuel: É uma das tabuadas que aparece agora também no 3.º ano que é a multiplicação por 11.

Maria José: Eu achei isto muito engraçado, pronto. Achei muito engraçado e depois tirei. (...) Estes ainda não olhei bem, imprimir só (...).

(S2, p. 1)

É de notar que a folha retirada da internet tinha escrito no cabeçalho “Cálculo mental”, título que poderá ter sido indiciador para Maria José, que estava perante tarefas que permitissem desenvolver este aspeto. Efetivamente, nenhum dos exemplos descritos correspondiam a tarefas que visassem o desenvolvimento do cálculo mental. Perante um

pedido meu de esclarecimento sobre as potencialidades das tarefas tendo em conta este objetivo, apresenta como argumento o facto de em nenhuma delas ser necessário recorrer a qualquer registo escrito.

Eu: Porque é que a Maria José considera que estas situações são adequadas para desenvolver o cálculo mental?

Maria José: Pronto, porque eles têm que mentalmente... aqui eles não vão utilizar nada, pronto, vai ser só ao nível de raciocínio, de cabeça. Não vão utilizar nem canetas, nem nada. E vão pensar, vão ter que estruturar.

(S2, p. 3)

Para além da ideia que cálculo mental é efetuar cálculos sem a necessidade de qualquer registo escrito, sobressai no discurso de Maria José a perspetiva que esta forma de cálculo é independente do tipo de procedimentos utilizados. Por exemplo, quando nesta mesma sessão peço a ambos para calcularem mentalmente $235 + 125$, Maria José recorre ‘mentalmente’ ao algoritmo, descrevendo o seu modo de calcular do seguinte modo: “Cinco e cinco, dez e vai um. Três e dois, cinco e um, seis. Dois e um, três. Trezentos e sessenta” (S2, p. 5). Parece, assim, considerar que o recurso ao algoritmo corresponde a uma estratégia de cálculo mental, desde que não se efetue qualquer registo escrito.

A participação no projeto parece ter contribuído para uma mudança quanto às características das tarefas que Maria José valoriza. Na última entrevista, quando apresenta exemplos de tarefas que, na sua perspetiva, constituem ‘boas’ tarefas elege as tarefas 2.5 e 3.4 – Relacionar para calcular I e II (anexo 6), respetivamente, e a tarefa 1.4 – Quantos ovos? (anexo 6).

Uma boa tarefa passou a ser...

Eu: De todas as tarefas, globalmente, qual é que selecionaria como sendo uma boa tarefa e porquê?

Maria José: Que pergunta difícil! (...) Uma boa tarefa é aquela em que os alunos se empenharam bastante e que eu visse frutos desse empenhamento... Ora, nós tivemos as... eu estou a tentar lembrar-me de uma (...). Eles fizeram uma que eles particularmente gostaram, que foi o de relacionar para calcular. (...) Eu acho que, sendo uma tarefa diferente daquilo que eles estavam habituados a fazer ..., se empenharam e conseguiram perceber o que estavam a fazer. Perceberam a sequência, que podiam ir lá atrás buscar, para depois saberem os resultados. (...) Também aquela das caixas de ovos... também resultou bem. Também foi uma tarefa que resultou bem... eles empenharam-se bastante. (...) por exemplo, a dos ovos e o relacionar para calcular, eles gostaram imenso de fazer, porque acharam: *É tão fácil, então se eu juntar... este e aquele, então vou juntar este e o outro e sai aquele resultado!*. Eles estiveram empenhados e conseguiram resolver bem.

(E2, p. 11)

Note-se que o primeiro conjunto de tarefas acima referido visa o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental, incentivando o uso das propriedades das operações, o estabelecimento de relações numéricas e os respetivos registos escritos, o que contraria algumas das ideias que apresenta no início do desenvolvimento do projeto, acerca do que poderão ser tarefas adequadas para atingir este objetivo. A escolha destas tarefas é justificada pelos efeitos que provocaram nos alunos, tanto em termos de envolvimento na sua resolução, como das aprendizagens que realizaram.

(iii) *Tarefas que ajudam a ‘avançar’ na sua resolução: uma forma de envolver os alunos e, por isso, são tarefas que ‘dão frutos’*

Embora Maria José não explicita as características particulares das tarefas que refere no excerto “Uma ‘boa’ tarefa passou a ser...”, o modo como descreve o trabalho realizado na sala de aula em torno dessas tarefas, permite salientar o valor que atribui ao envolvimento dos alunos na sua resolução. Justifica este envolvimento, pelo facto de estas tarefas permitirem que, sozinhos, estes sejam capazes de compreender o que se pretende e de irem avançando na sua resolução. Esta ideia encontra eco em algumas intervenções de Maria José durante as sessões de trabalho em que a equipa se envolve na reflexão sobre a exploração das tarefas na sala de aula. Por exemplo, na reflexão da tarefa 3.2 – Vamos colocar azulejos II (anexo 6), associa o facto de os alunos a terem resolvido com alguma facilidade por terem conseguido relacionar as várias questões que a constituem.

Eles começaram logo a fazer e tiveram facilidade em fazer isto... e foram usando as perguntas anteriores. (...) e noto que já usam o modelo retangular enquanto que na outra ainda havia muitas adições sucessivas. (S18, p. 2)

No mesmo excerto, afirma também valorizar tarefas que ‘dão frutos’, parecendo referir-se aos efeitos que estas podem ter na aprendizagem dos alunos. Na sua perspetiva, o facto de os alunos se envolverem na resolução da uma tarefa, facilita a sua compreensão e, conseqüentemente, contribui para a sua aprendizagem. Também, na 13.^a sessão quando reflete sobre a exploração da tarefa 2.1 – Quantas bolas de Natal? (anexo 6), sobressai esta ideia.

Eu acho que por estarmos a trabalhar desta maneira, com estas tarefas, com estes objetivos, penso eu, que eles criaram um maior gosto por esta área [Matemática]. Nesta tarefa em concreto eu acho que eles se empenharam bem e resultou. Apesar

de não terem usado todos os caminhos possíveis, compreenderam e conseguiram. (S13, p. 1)

É interessante observar que, no que se refere às características das tarefas que Maria José valoriza, sobressaem dois elementos fundamentais que se relacionam entre si: as tarefas que ajudam os alunos a avançar na sua resolução contribuem para um maior envolvimento dos alunos e, por sua vez, este envolvimento promove uma maior compreensão do trabalho que estão a realizar, contribuindo para a sua aprendizagem.

8.4.1.2 Preparação das tarefas

Quando Maria José reflete sobre o trabalho realizado no projeto, salienta a importância de dois aspetos que, habitualmente, não faziam parte da sua prática de preparação das tarefas a serem exploradas na sala de aula: a antecipação dos possíveis caminhos a seguir pelos alunos na sua resolução e a definição clara dos objetivos que as tarefas visam atingir.

(i) *A antecipação das resoluções dos alunos: uma forma de se precaver e de direcionar o trabalho da sala de aula*

Durante o projeto, um dos aspetos que Maria José salienta na preparação das tarefas, é a importância da antecipação dos possíveis caminhos que os alunos adotam na resolução das mesmas. Na sua perspetiva, esta antecipação constitui uma forma de se preparar para eventuais questões ou estratégias que os alunos possam apresentar.

Também os possíveis caminhos que eles poderão dizer e nós estamos já alertados para isso. (...) Aí é que eu posso precaver-me um pouco mais da resposta antecipada que eu poderei dar. (E2, p. 4)

Maria José encontra nesta antecipação também uma forma de ‘completar’ o momento de discussão das tarefas. Mais concretamente, ajuda-a a estar desperta para estratégias que podem ser importantes partilhar com toda a turma e que, na eventualidade de não surgirem, poderão ser apresentadas por ela própria.

E aí isso tem mais-valia! Tem, porque nós podemos também, quando estamos a trabalhar o conceito, podemos também direcioná-los e levá-los para aquilo, se eles não chegarem lá, que nós pensamos. E notou-se perfeitamente, porque os possíveis

caminhos que eles não iam, nós podíamos ir lá buscá-los. Portanto, levá-los a isso. (E2, p. 4)

Considera, ainda, que o facto de pensar antecipadamente no modo como os alunos podem resolver as tarefas, a ajuda a lidar melhor com a sua exploração, em função dos objetivos com que foi proposta. Refere em concreto que “permite aproveitar melhor aquilo que eles [os alunos] dizem, tendo em conta aquilo que nós também queremos... e tentar encaminhá-los” (E2, p. 16).

Para além destes aspetos, a antecipação dos caminhos que os alunos podem seguir na resolução das tarefas parece funcionar como uma forma de ir tendo uma noção se a tarefa está, ou não, a ‘resultar’. Em comparação com o que foi previsto e o que está a acontecer, vai ficando com a perceção se os alunos percebem a tarefa e se estão a seguir, ou não, estratégias adequadas na sua resolução.

No desenrolar [da exploração das tarefas], vejo se eles mais ou menos perceberam e se estão a ir pelo caminho... porque lá está... quando pensamos nos possíveis caminhos deles, também temos noção daquilo que eles irão percorrer, e ver se eles... irão percorrer aquilo que nós pensámos... se está a correr bem. (E2, p. 15)

(ii) *A definição dos objetivos das tarefas: uma forma de direccionar e aprofundar o trabalho em torno dos tópicos*

O modo como anteriormente costumava organizar a sua atividade letiva caracterizava-se por partir de objetivos muitos gerais, relacionados com cada tema. Estes eram definidos em Conselho de Ano e constituíam uma base para a seleção das tarefas a propor aos seus alunos. A dinâmica desenvolvida no projeto, conduziu Maria José a envolver-se num trabalho com características diferentes – para cada tarefa passam a ser identificados e definidos objetivos que se pretendem atingir com a sua exploração.

Nós organizamos, mensalmente, os conceitos quando vamos trabalhá-los. (...) Pensamos nos objetivos no global, de um todo, e não é específico para cada tema. (...) Na minha prática corrente faço mais mensalmente. Não faço tão direccionado para o tema, criando objetivos. Portanto, eu sei aquilo que vou fazer, preparo as tarefas dos alunos, mas não identifico logo os objetivos... os objetivos específicos daquela tarefa. (...) No projeto houve essa necessidade, de criar objetivos para cada tarefa. (E2, p. 2)

Na sua perspetiva, este ‘novo’ modo de planificar contribuiu para um trabalho mais direcionado, no sentido de orientar a exploração das tarefas na sala de aula em conformidade com os objetivos que estas pretendem atingir. Afirma também que “ao fazermos isso [definir os objetivos das tarefas], vamos buscar os pormenores, que fazendo [somente] os outros mais abrangentes, se calhar, nos escapam” (E2, p. 3), parecendo referir-se aos contributos que este aspeto trouxe para um maior aprofundamento do trabalho em torno dos tópicos.

Apesar de reconhecer a importância das tarefas que se propõem aos alunos, nomeadamente no que respeita a uma definição clara dos seus objetivos e da antecipação dos possíveis caminhos que estes poderão seguir para as resolverem, considera que um trabalho com estas características é difícil de ser levado a cabo por um professor do 1.º ciclo para todas as tarefas. O seu principal argumento é o tempo. Na sua opinião, para se realizar um trabalho de planificação das aulas com uma forte incidência na preparação de tarefas com estas características, o professor terá de dispor de muito tempo, principalmente, se pretender fazê-lo para todas as áreas disciplinares.

Seria bom fazermos isso para todas [as tarefas], mas muito sinceramente, de facto o tempo não é muito! Porque não trabalhamos só a Matemática, trabalhamos todas as áreas, e fazer aquilo que nós fizemos para todas as áreas leva muito tempo! (...) o tempo não dava para podermos trabalhar tão direcionado... no conceito e na especificidade de cada tema. Trabalhá-lo assim seria bom, mas não há tempo! Temos o Estudo do Meio, temos o Apoio ao Estudo, temos a Língua Portuguesa, temos a Formação Cívica... Temos uma série de áreas que não nos dá... Por isso é que nós, a nível de Conselho de Ano abordamos mensalmente. (...) Fazemos os objetivos mensalmente para as diferentes áreas porque, de facto, o fator tempo é complicado (...). Mas que tem mais-valias, tem! (E2, p. 4)

Assim, adotar o processo de seleção/construção e preparação das tarefas realizado ao longo do projeto, nomeadamente no que se refere a uma definição clara dos seus objetivos e à antecipação dos caminhos a seguir pelos alunos, parece constituir para Maria José, simultaneamente, um desejo e uma impossibilidade quando pensa na prática diária de um professor do 1.º ciclo.

(iii) A modalidade de trabalho: a importância do trabalho a pares

Numa fase inicial do projeto, Maria José não mostra preocupação com a modalidade de trabalho que será adotada na resolução das tarefas. Era uma decisão que me era comunicada, normalmente já após a exploração das tarefas na sala de aula, como tendo sido combinada entre Manuel e Maria José e que praticamente resultava de uma espécie de alternância entre trabalho individual e trabalho a pares. Recorde-se que os materiais em que a equipa se apoiou para selecionar/construir algumas tarefas incluíam indicações explícitas sobre a modalidade de trabalho a adotar na exploração das tarefas, indicando, na maioria das vezes, a referência a trabalho individual e a pares.

Como vimos no capítulo 7, este foi um assunto discutido na 23.^a sessão de trabalho da equipa. Durante esta sessão, Maria José, apesar de atenta à conversa que se desenrolava entre mim e Manuel, fez poucas intervenções (ver ponto 7.4.1.2, item (iii)). Todavia, na última entrevista salienta que um aspeto que pensa alterar na sua prática futura é a proposta de mais tarefas realizadas a pares. Assume que na sua prática habitual, antes de participar neste projeto, não costumava recorrer a esta modalidade de trabalho na área da Matemática.

E uma das coisas que eu... que se calhar, vou alterar na minha prática, é pô-los a trabalhar mais a pares, mais em grupos. Serem dois! Porque eu acho que resultou. Porque eu costumava trabalhar, principalmente a Matemática, em individual. Eu praticamente não trabalhava em grupos a Matemática, e foi uma das coisas que se propôs e que... que eu alteraria em mim. Vou alterar na minha maneira de trabalhar. (E2, p. 8)

Maria José justifica a sua opção por considerar que esta modalidade de trabalho possibilita um maior confronto e partilha de ideias acerca dos caminhos que poderão seguir para resolverem as tarefas. A valorização do trabalho a pares do trabalho na área da Matemática parece surgir, assim, associada ao reconhecimento da existência de diferentes possibilidades de resolução de uma tarefa e da importância das discussões que se estabelecem entre os alunos nestes momentos, como uma forma de melhorar a escolhas desses caminhos.

Porque eles ficam em confronto um com o outro e há ali uma disputa de... saberes de conhecimentos, e uma troca de impressões: *Ah! não... não vamos por aqui, porque se calhar é melhor ir por ali.* E eles obrigam-se a ouvir um ao outro. Para

além da prática, do trabalho na Matemática, também tem a ver com o trabalho todo de uma sociedade... de eles saberem, de começarem a ouvir-se uns aos outros. Porque eu acho que isso é um trabalho importante, não se fica só direcionado nesta área, também tem que ser um pouco mais abrangente. (E2, p. 8)

Para além destes aspetos mais diretamente relacionados com a Matemática, apresenta argumentos transversais para salientar a importância de esta modalidade de trabalho, considerando-a uma dimensão importante na formação pessoal e social dos alunos. Na sua perspetiva, o trabalho a pares promove a capacidade dos alunos partilharem ideias e de se ouvirem uns aos outros, fundamental para a vida em sociedade.

8.4.2 Desafios que se colocam

Identificam-se alguns desafios com que Maria José se deparou na seleção/construção de tarefas, durante a realização do projeto. Dois deles relacionam-se com o facto de trabalhar com um Programa novo (ME, 2007), confrontando-a com formas de abordar o tema Números e Operações diferentes das que usava e por ter de o fazer a meio de um ciclo de escolaridade. Os outros dois relacionam-se com diferenças das suas perspetivas sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática, evidenciadas, quer na exploração das propostas do manual adotado, quer nas discussões que se realizaram nas reuniões da equipa do projeto.

(i) *O ‘novo’ Programa: aprender a ensinar de outra forma*

Tal como Maria José suspeitava no início da realização do projeto, trabalhar com o novo Programa trouxe-lhe alguns desafios. Estes traduzem-se em sentimentos de surpresa, preocupação, dificuldade e até de algum receio de não conseguir corresponder ao modo como se perspetiva a abordagem dos tópicos neste documento. Ao longo do projeto identificam-se dois aspetos que suscitaram frequentemente este tipo de sentimentos – o desenvolvimento do cálculo mental e o ensino dos algoritmos.

O desenvolvimento do cálculo mental. Uma das dificuldades que Maria José sentiu, principalmente no início do projeto, foi em se adaptar a uma nova abordagem de ensino dos números e das operações, em que um dos aspetos fundamentais é o desenvolvimento

do cálculo mental. Por exemplo, na 5.^a sessão de trabalho, descreve as dificuldades com que se deparou ao explorar uma tarefa do manual adotado.

Porquê pensar em $2 + 20$ para efetuar $3 + 19$?

Maria José: Por exemplo, hoje quando eu estive a trabalhar esta folha... Acontece aqui com o $3 + 19$. Eles disseram logo que era 22. E disseram: *Ó professora é muito mais fácil que fazer $2 + 20$* . E, aqui, fizeram logo 22. Portanto, eles quando fazem isto, é muito mais fácil...e tenho lá miúdos que dizem logo, do que agora irem trabalhar isto e trabalhar aquilo. Para mim tem sido muito complicado. Este livro tem dado dores de cabeça. Quero dizer, em 30 anos a trabalhar completamente diferente e agora... Sinto-me a aprender.

Eu: E o que é que a Maria José disse a esse aluno?

Maria José: Eu disse: *Olha filho, está bem, mas agora vamos tentar, para ser mais fácil, porque vocês percebem melhor, se calhar... Vemos aqui que dá 22. Depois, temos o 20 e duas unidades e vocês conseguem agrupar para que dê o número 22*. Portanto, decompor o número de maneira a que dê 22. Pronto a partir daqui eles já fazem. Depois eu fiz outros exemplos. Eles acharam graça. Porque o livro até é engraçado. Pronto, diferente. Completamente diferente.

Manuel: (...) É um livro feito à luz do novo programa. (...) Agora, eles não estão habituados, se calhar, por culpa nossa... se calhar, por ser também novidade.

Maria José: Não é muito culpa nossa, Manuel. Repara porque nós tínhamos o outro programa e no ano passado trabalhámos o outro programa. Por exemplo, há uma das coisas que eu não acho muito bem e já no outro dia falei com ele é... Isto é a minha perspetiva, portanto a minha opinião. É iniciar um programa a meio do ciclo, pronto. Porque aprenderam no 1.º e no 2.º num programa anterior, pronto, e agora, num 3.º ano em que já vinha aquilo tudo mecanizado e de uma determinada maneira, e, agora, volta tudo. Pronto, é a sensação que tenho. Pronto, mas quem sou eu.

Eu: Mas eles não estão necessariamente a perder...

Maria José: Sim eles absorvem.

(S5, pp. 3, 4)

A observação do aluno parece ter feito todo o sentido para Maria José, dado que rapidamente este teria chegado ao resultado certo sem estar a recorrer a uma transformação das parcelas. Efetivamente, ele poderá ter contado um a um a partir do 19 e, como só tem de ‘juntar’ a quantidade três, até é mais rápido do que transformar as parcelas. Ao ser confrontada com os argumentos do aluno, assentes na rapidez dos cálculos, Maria José não identificou de imediato a mais-valia da exploração desta situação para o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental, quando estão envolvidos números maiores ou cuja diferença entre eles é também maior. Para além do seu discurso revelar a falta de compreensão desta intencionalidade da proposta de trabalho do manual, ilustra também os problemas com que se debateu em trabalhar com os seus alunos, propostas, que visam o desenvolvimento do cálculo mental. Tenta ajudar os alunos a compreender as tarefas e,

simultaneamente, parece sentir a necessidade de os ‘convencer’ que as estratégias de cálculo mental apresentadas no manual adotado são eficazes.

Contudo, não deixa de ser curioso que no final do projeto quando seleciona tarefas que na sua perspetiva constituem ‘boas’ tarefas, realça as tarefas 2.5 e 3.4 – Relacionar para calcular I e II, respetivamente, que constituem exemplos de propostas para desenvolver estratégias de cálculo mental (ver ponto 8.4.1.1, item (ii)). Este aspeto, não só indicia que Maria José passou a valorizar o desenvolvimento deste tipo de estratégias, como também parece revelar um maior conhecimento sobre as suas potencialidades e intencionalidade.

A distinção entre ‘ensinar o algoritmo’ e ‘trabalhar a operação’. Logo na 1.^a sessão de trabalho, quando a equipa faz o levantamento dos aspetos que considera fundamentais apostar durante o próximo ano letivo, no que respeita ao tema Números e Operações, Maria José adverte: “eu ainda não trabalhei a divisão” (S1, p. 5). Neste momento tentei perceber o que significava para Maria José ‘trabalhar a divisão’. A minha dúvida era se estaria a referir-se ao ensino do algoritmo ou se, de facto, nunca tinha proposto aos seus alunos um problema a que estivesse associada a operação divisão.

Eu: Não trabalhou a divisão em que termos?

Maria José: Nada.

Eu: Nunca propôs um problema de divisão?

Maria José: (...) É o que vem agora a seguir, ainda não trabalhámos isso. Eu não trabalhei e tu também não! (dirigindo-se a Manuel)

(S1, p. 6)

Efetivamente, nunca tinha proposto aos seus alunos nenhuma situação à qual estivesse associada a operação divisão. Os motivos desta opção parecem relacionar-se com o facto de considerar que só poderá propor problemas de divisão quando os alunos souberem efetuar o algoritmo desta operação. Ou seja, ‘dar a divisão’ é dar o algoritmo da divisão e só após este trabalho é que podem surgir ‘problemas de divisão’. Esta minha suspeita inicial confirmou-se quando, posteriormente, Maria José afirma: “Ainda não propusemos problemas de divisão, porque ainda não demos a divisão” (S3, p. 4). Entretanto, a equipa começa a envolver-se na construção de sequências de tarefas sobre a multiplicação, sendo discutidas diferentes estratégias que os alunos podem utilizar para

resolver os problemas e observa que estes vão, progressivamente, usando procedimentos de cálculo diferentes dos do algoritmo da multiplicação. Após esta experiência, parece fazer sentido para Maria José propor tarefas que incluam a divisão, sem que os alunos conheçam o algoritmo desta operação. Ainda assim, ao antecipar os caminhos que os alunos poderão seguir na resolução da tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos (anexo 6), tarefa que inclui dois problemas aos quais estão associados sentidos de divisão, considera que numa situação semelhante, com números ‘grandes’, se torna pouco exequível sem o recurso ao algoritmo.

Maria José: Se o número é muito grande eles nunca mais acabam de fazer isso.

Eu: O quê? Isto aqui dos pauzinhos? (Aponto para uma representação de conjuntos em que se vão colocando pauzinhos).

Maria José: Sim, isto, isto e isto. Nunca mais acabam! (Maria José aponta para as estratégias de subtração e adição sucessivas, para a tabela e para a estratégia com recurso à multiplicação como operação inversa da divisão).

Eu: E vocês acham que este é um número muito grande?

Manuel: Não.

Maria José: Não, não, não.

Eu: E se for trezentos e tal?

Maria José: Bem, trezentos e tal é. (...) Faz-me confusão os números grandes. Pronto, como é que eles depois fazem (...).

(S21, p. 3)

O que Maria José parece questionar é o tempo que os alunos ‘perdem’ quando utilizam outros procedimentos, diferentes do algoritmo, para efetuarem os cálculos. Na sua perspetiva, quando o número já não é pequeno, o uso de estratégias icónicas ou de outras estratégias, como por exemplo o recurso à multiplicação, torna-se muito demorado, pelo que a aprendizagem do algoritmo deverá praticamente acompanhar a introdução de situações que envolvam a divisão. Parece acrescer a este argumento, uma experiência anterior marcada por esta perspetiva e o conhecimento que os outros professores que fazem parte do Conselho de Ano já terem ‘dado’ o algoritmo da divisão com um algarismo no divisor. Numa sessão posterior, estas ideias sobressaem no seu discurso quando, a propósito da discussão do modo como os alunos resolveram um problema de ‘divisão’ proposto no manual, Maria José afirma: “Se eles soubessem o algoritmo, isto era um instante!” (S23, p. 1).

Eu: E como é que eles dividiam por 24?

Maria José: Ah! Mas isso já tinha que ter sido trabalhado. Eu não podia pôr este problema sem primeiro ter trabalhado a divisão por um número com dois algarismos.

Eu: Então, os seus colegas do agrupamento não podem propor este problema aos seus alunos! Verdade?

Manuel: Verdade. Tem razão! (Risos)

Maria José: Ah! Pois, não podem. Eles ainda não deram a divisão por dois algarismos. E penso que não deram!

Manuel: Mas, vão tê-lo aqui no manual...

Maria José: Eles não podiam aplicar esta situação aos alunos deles.

Manuel: Bem, poder, podiam...

Maria José: Pois, eles teriam de resolver como os nossos.

Eu: Seguindo a perspetiva de que se só se pode colocar um problema com determinada operação quando se tem o algoritmo disponível, nesse caso não o iriam colocar...

Manuel e Maria José: (risos)

(S23, p. 4)

Os dois professores reconhecem uma certa provocação da minha parte relativamente ao que Maria José tem vindo a afirmar sobre a necessidade de, nesta fase, introduzir o algoritmo da divisão. Nesta discussão, Maria José parece compreender, por um lado, que a proposta do manual é feita com a ideia de os alunos utilizarem procedimentos de cálculo diferentes do algoritmo. Por outro, mesmo que tivesse realizado o percurso de ensino da divisão como costumava fazer em anos anteriores e que, de algum modo, está a ser feito pelos outros professores do agrupamento, não poderia propor este problema aos seus alunos, dado que corresponde a uma situação em que o divisor é um número com dois algarismos.

É de salientar que a sucessão destes acontecimentos e destas discussões sobre a ligação entre a resolução de problemas numéricos e o uso dos algoritmos vão contribuindo para uma mudança de perspetiva de Maria José sobre este assunto. Em última análise, estas situações vão ajudando na distinção entre ‘trabalhar com uma operação’ e ‘dar o algoritmo dessa operação’. Na verdade, com o desenvolvimento do projeto, Maria José parece ir mudando o modo como vai encarando a resolução de problemas numéricos, valorizando a existência de diferentes estratégias de resolução desses problemas e do uso de diferentes procedimentos de cálculo. No final do projeto, parece reconhecer, efetivamente, que para resolver um problema não é necessário ter disponível o algoritmo da operação que eventualmente está associada a esse problema. Contudo, as opções do Conselho de Ano e a

sua experiência anterior no que respeita a este assunto parecessem contribuir para que Maria José vacile entre uma e outra ideia.

(ii) *O ‘novo’ Programa: a sua introdução a meio de um ciclo de escolaridade*

Ao esforço pessoal para se adaptar a uma nova forma de abordagem dos tópicos perspectivada pelo novo Programa (ME, 2007), Maria José acrescenta-lhe as dificuldades que sentiu em lidar com algumas aprendizagens realizadas pelos alunos em anos anteriores e, sobretudo, com o modo como estes se habituaram a trabalhar a Matemática. Na sua opinião, ao iniciarem o 3.º ano, os alunos transportavam consigo formas de trabalhar esta área, que contrastam com as perspectivas veiculadas pelo novo Programa (ME, 2007), tendendo a recorrer ao mesmo tipo de procedimentos. Considerando que o desenvolvimento do raciocínio matemático constitui o eixo central do tema Números e Operações e que, por isso, apela a um trabalho com características diferentes, Maria José fala das dificuldades que sentiu em lidar com esta tendência dos seus alunos.

Foi difícil, foi muito difícil porque eu apanhei-os já no 3.º ano e eles já vinham muito mecanizados do 1.º e do 2.º. Mas se os levar neste programa do 1.º ano até o 4.º ano, eu penso que se calhar ... Por exemplo, este grupo no 4.º ano, eles vão encarar a Matemática de outra maneira, porque já estão mais predispostos a participarem, a serem eles também a descobrirem... (E2, p. 18)

A sua expectativa é que no 4.º ano estes alunos já tenham uma postura diferente em relação à Matemática. Quando afirma “serem eles também a descobrirem” (E2, p. 18), parece querer referir-se a uma maior liberdade em seguirem os seus raciocínios e em apresentarem diferentes caminhos de resolução das tarefas numéricas. Embora expectante em relação a este aspeto, considera que tudo teria sido mais fácil se tivesse trabalhado com novo Programa (ME, 2007) com estes alunos desde o 1.º ano de escolaridade. Para Maria José a introdução de um ‘novo’ programa a meio do ciclo de escolaridade exigiu um esforço suplementar relativamente ao trabalho que realizou com os alunos. Este esforço traduz-se numa tentativa de conciliação entre o que os alunos aprenderam e como aprenderam e o que era suposto ser feito agora com o novo Programa (ME, 2007).

O que eu tente foi fazer um pouco daquilo que eles sabiam e perspectivá-los para o novo programa. Fazer um paralelo entre o que era aquilo que tinha mudado e aquilo que eles estavam a dar agora. (...) E, por vezes, senti dificuldades. E, por isso, é que eu dizia muitas vezes, e, digo, que este grupo, nunca se devia ter

iniciado agora, nesta altura! No 3.º ano pegar num programa novo, porque eu própria também tive dificuldade e eles também. Mas eles habituam-se mais facilmente do que nós! As crianças dão a volta melhor do que nós! (E2, p. 27)

Apesar de nestes dois últimos excertos, Maria José não concretizar as dificuldades que sentiu por trabalhar com um programa novo a meio de um ciclo, as situações descritas no item anterior constituem exemplos dessas dificuldades. Efetivamente, estas não se relacionam apenas com o desconhecimento acerca de novas formas de trabalhar os algoritmos ou do entendimento de cálculo mental e da forma como este pode ser desenvolvido, mas também, com os hábitos dos alunos nos primeiros anos de escolaridade e com os seus próprios modos de trabalhar a Matemática, ao longo de cerca de 30 anos.

(iii) *O manual adotado: lidar com uma nova forma de abordagem dos tópicos*

Um dos aspetos que Maria José aponta como dificuldade na preparação das tarefas a explorar na sala de aula prende-se com o uso do manual adotado. Estas dificuldades parecem ter dois focos que, de algum modo, se interligam: os hábitos de trabalho dos alunos e os seus próprios hábitos de trabalho. Por exemplo, a situação sobre o desenvolvimento do cálculo mental, descrita no item (i) do presente ponto, dá conta das suas dificuldades em compreender a intencionalidade da proposta do manual e, conseqüentemente, em explorá-la com os alunos.

Na 5.ª sessão de trabalho conjunto, referindo-se ao manual adotado para o 3.º ano de escolaridade, Maria José afirma “ainda não sei se gosto muito dele [do manual adotado]” (S5, p. 2). Quando a questiono sobre os motivos que a levam a fazer esta afirmação, evidencia alguma ambivalência. Por um lado, este manual leva-a a uma abordagem diferente dos números e das operações da que tem realizado ao longo do seu percurso profissional, obrigando-a a um investimento maior na preparação das aulas quando estas incluem propostas do manual. Por outro lado, considera que os seus alunos se mostram mais envolvidos nas atividades da área da Matemática quando realizam essas propostas e sente que, enquanto professora, está também a aprender.

Eu digo isso, pronto, porque é diferente e uma pessoa agarrada há 30 anos (...) É um tipo de trabalho que uma pessoa já sabe a cantiga de cor como o galo e agora... Nós todos os dias temos que estudar. Tenho que ver muito bem porque, de facto, as

coisas são diferentes. Este livro tem-me dado dores de cabeça. Quero dizer, em 30 anos a trabalhar completamente diferente e agora... Sinto-me a aprender. (S5, p. 5)

Numa das primeiras sessões do desenvolvimento do projeto, quando se refere às diferenças de abordagem dos números e das operações deste manual, Maria José afirma que “apela mais ao cálculo mental” (S5, p. 5) e que conduz o aluno a explicar/justificar os seus raciocínios, aspeto que habitualmente era apenas solicitado perante a resolução de situações problemáticas:

O justificar tudo. Nós dizíamos aquilo e não tínhamos aquela preocupação, pronto, e eu falo por mim, de perguntar ao aluno porquê. O porquê. (...) Onde isso era mais trabalhado, o porquê, era nas situações problemáticas. Quando era nestas situações assim [aponta para um de realização de um cálculo] aquilo era tudo mais mecanizado. Não havia a justificação. (S5, p. 6)

Na última entrevista, fala precisamente da relação que estabeleceu com o manual adotado. Assume que no início do ano letivo sentiu dificuldades em compreender a intencionalidade de algumas das suas propostas, tanto no que se refere a situações problemáticas, como de situações exemplificativas de eventuais estratégias de cálculo que designa por “apresentações de trabalhos” (E2, p. 29). Atribui estas dificuldades à diferença entre o modo como as questões estão formuladas e de como é proposta a abordagem dos tópicos neste manual, comparativamente com os manuais com que trabalhou em anos anteriores.

Eu tive dificuldade! (...) Porque havia até determinadas situações que o manual tinha de situações problemáticas, ou de apresentações de trabalhos que eu lia a primeira e lia a segunda vez e dizia: *Espera aí, parece que eu não estou a ver muito bem como é que é!*, e pedia-lhe ajuda para perceber, o raciocínio, o que se pretendia com aquilo! (...) Senti dificuldade, principalmente, nas questões, como elas eram postas, na abordagem... (...) Aquele tipo de... não é de questões... que se põem agora, que são diferentes do que... Não se punham. E, depois, não há exercícios, percebe? E os exercícios são muito... Muito escrita! Percebe? (...) Depois o aluno tem que ler aquilo muito bem, interpretar! (...) Para interpretar o que eles pretendem, tem que se ler muito bem (...) Eles às vezes têm dificuldade. Se não for eu a ler, eles sentem dificuldade em perceber o que lá está escrito. A maneira como eles [os autores do manual adotado] as apresentam! (E2, p. 29)

Concretizando estas diferenças, refere que o manual praticamente não inclui exercícios e os que existem apelam muito a explicações sobre o modo de pensar (note-se

que continua a utilizar a palavra exercício para se referir a problemas). Considera, também, que inclui muito texto, obrigando a um grande esforço de interpretação por parte dos alunos. Para suprimir eventuais dificuldades que estes possam sentir, afirma que, para além de ler em voz alta as propostas, tinha de os ajudar a interpretá-las. Estes três aspetos – a ‘falta de exercícios’, a ‘exigência de explicações/justificações’ e o ‘excesso de texto’ – parecem constituir inconvenientes para Maria José, dado que, quebram substancialmente com as suas práticas habituais de ensino e, em particular os dois últimos, constituem dificuldades acrescidas para os alunos na realização das tarefas.

(iv) *O projeto: o confronto com perspetivas diferentes sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática*

Durante o desenvolvimento do projeto Maria José depara-se com perspetivas diferentes acerca do ensino e aprendizagem da Matemática e que não se limitam ao facto de estarmos perante um Programa novo. A discussão que emerge sobre a distinção entre exercício e problema provoca um confronto com as ideias que foi construindo ao longo das suas vivências enquanto aluna e professora. A discussão sobre a importância de propor tarefas cujos contextos permitam a atribuição de significado por parte dos alunos e do trabalho a pares na área da Matemática, parecem ter constituído uma possibilidade de reflexão sobre estes aspetos, surgindo o primeiro associado a uma situação de tensão sentida por si na exploração de uma das tarefas propostas no âmbito do projeto.

A distinção entre exercício e problema: um problema é um exercício ‘específico’. Quando, na primeira entrevista, Maria José descreve o que na sua opinião é uma ‘boa’ tarefa, não introduz elementos no seu discurso que permitam caracterizar o tipo de tarefas que costuma propor aos seus alunos. Como vimos, utiliza como sinónimo de tarefas a palavra ‘fichas’ e classifica-as segundo o seu grau de dificuldade – as ‘fichas fáceis’ e as ‘fichas difíceis’. É a propósito da discussão sobre outros aspetos que acaba por transmitir o tipo de tarefas que costuma propor aos alunos. A palavra exercício surge frequentemente no seu discurso, dando a entender que é um tipo de tarefa que tem valorizado na sua prática de ensino da Matemática. Por exemplo, ao referir-se ao manual afirma “não há exercícios” (E2, p. 29), quando seleciona uma tarefa que na sua perspetiva permite desenvolver o cálculo mental, refere “achei particularmente este exercício muito engraçado” (S2, p. 1). Para explicar como trabalha a Matemática na sala de aula afirma “...para ver se eles

perceberam, tornamos a explicar as vezes que forem necessárias e fazer exercícios semelhantes” (E1, pp. 13, 14). Por vezes, refere também as expressões: ‘problema’ e ‘situação problemática’. Por exemplo, ao descrever o que é na sua perspetiva um bom aluno a Matemática afirma que:

Eu, a nível de problemas, situações problemáticas, eu leio um problema e eles dizem logo: *Temos que fazer isto, isto, isto, porque temos que...* Eu pergunto: *Mas porquê?* E eles dizem que se tem que fazer isso para se chegar ali. Ponho-lhes uma dada situação e eles conseguem fazer o enunciado do problema. (E1, p. 7)

Tal como referi no capítulo 7, na 22.^a sessão, na sequência de ambos os professores designarem por exercício os problemas propostos na tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos (anexo 6), suscito uma discussão acerca do uso destes termos. Nesta discussão, Maria José parece entender um problema como um exercício especial. O que o distingue o primeiro do segundo é a existência de uma situação associada ao problema. Em qualquer um dos casos, a ideia é exercitar, no sentido de quanto mais os alunos fizerem/resolverem, melhor será o seu desempenho.

Eu: Vocês, de vez em quando, chamam a estas tarefas exercício. É um exercício? É um problema? Um problema é a mesma coisa que um exercício?

Maria José: Que pergunta difícil!

Manuel: Esta tarefa? Eu acho que tem a ver com rigor.

Eu: Mas acham que há uma distinção entre os dois?

Maria José: Ao fim ao cabo, se formos a ver, eles vão exercitar. Vão fazer qualquer coisa. Portanto, poderá ser um exercício. Mas é um exercício específico. Pronto, se eu ponho uma expressão para eles resolverem, eles vão exercitar e vão treinar aquele assunto. Nisto [tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos] eu também posso... bem, se calhar, não posso! (risos). É uma situação específica porque é dada uma situação problemática. Porque eu lembro-me dos meus manuais em que era tudo exercício e mandavam para casa resolver o exercício tal. Era tudo exercício. Agora, não sei, mas eu acho que não deixa de ser um exercício. Mas, específico!

(S22, p. 8)

O discurso de Maria José revela também a origem do entendimento que tem de problema e de exercício. O seu passado enquanto aluna e os manuais que utilizou, parecem ter reforçado a ideia que para aprender Matemática é necessário ‘exercitar’ e as tarefas que apoiam essa aprendizagem são, por este motivo, ‘exercícios’. Neste sentido os problemas serão os tais ‘exercícios específicos’, por incluírem situações associadas que necessitam de ser interpretados. Esta ideia parece ter implicações no modo como perspetiva a resolução

de problemas – algo que se pode exercitar. Na mesma sessão reforça esta ideia quando, a propósito da conceção da sequência de tarefas que envolvem a operação divisão, afirma: “Quanto mais treinarmos este tipo de problemas, eu penso que mais facilidade eles terão” (S22, p. 2).

A importância dos alunos atribuírem significado aos contextos das tarefas. Este é um aspeto que Maria José revela valorizar em vários momentos do desenvolvimento do projeto. Faz referências, ainda que muito gerais, às mais-valias do novo Programa (ME, 2007), por sugerir situações que considera mais próximas dos interesses dos alunos (ver subsecção 8.2.1) e embora, de forma pouco explícita, em várias sessões da equipa, foi mostrando atribuir importância a estas características dos contextos das tarefas, acenando afirmativamente com a cabeça quando Manuel ou eu nos referíamos a este aspeto.

Contudo, é perante uma situação de dificuldade de atribuição de significado ao contexto de uma tarefa que Maria José acaba por sentir e explicitar o valor que lhe atribui. Na 26.^a sessão de trabalho da equipa, reflete sobre a exploração da tarefa 7.4 – Gasolina (anexo 6). Ao fazê-lo, refere as dificuldades que observou nos seus alunos em compreenderem a que poderia corresponder o último dígito dos preços dos vários combustíveis que constam na tabela que faz parte desta tarefa (ver Figura 8.1).

Gasóleo	1,	0	6	8
Gasolina 95	1,	3	3	3
Gasolina 98	1,	4	6	8
Diesel plus	1,	1	3	8

Figura 8.1 - Tabela de preços de combustível incluída na tarefa 7.4 explorada na turma de Maria José

Maria José: A leitura do número tornou-se muito complicada. Mas eu já estava a prever isso. Porque este número aqui é muito complicado de ler, tendo em conta o contexto. Porque eles diziam 68 centimos [refere-se ao preço da gasolina 98 que consta na tabela da Figura 8.1]. E não é!

Manuel: É 46 centimos, 33 centimos...

Maria José: 46 centimos e 8 décimas do centimo.

Eu: Ou 8 milésimas do euro.

Manuel: Mas aí é algo que eles não estão ainda... a décima do centimo ainda é difícil.

Maria José: E não há um valor... uma moeda que tu possas pegar.

Manuel: É que a leitura décima, centésima, milésima ainda é algo que eles estão a começar.

(...)

Maria José: Por exemplo, quando foi das medidas de comprimento, e nós fomos até ao milímetro, não surgiu esta dificuldade. Porque havia um nome específico, porque eles perceberam o que era a milésima, que era a parte mais pequeninha e estava lá tudo divididinho.

Manuel: Pois, aí eles podiam dar significado e visualizar. Viam na régua, cada risquinho daqueles é um milímetro.

Eu: Eles aqui teriam que compreender que este 8 correspondia a 8 milésimas do euro ou 8 décimas do cêntimo (...).

Maria José: Mas isso é muito complicado.

(S26, pp. 2, 3)

Maria José atribui as dificuldades dos alunos ao contexto da tarefa, considerando que estas se ligam ao facto de não existir um material físico que represente os valores monetários que constam na tabela da Figura 8.1. Contrapondo com o trabalho já realizado anteriormente em torno das medidas de comprimento, chama a atenção que, naquela situação, a possibilidade de os alunos poderem ‘ver’ o que cada uma destas medidas representa fisicamente e de possuírem uma designação própria, ajudou-os a compreender as relações que podem ser estabelecidas entre elas. Na última entrevista, reforça esta ideia. Referindo-se às características da tarefa 7.1 – O homem mais alto do mundo (anexo 6), e ao modo como esta foi explorada na sala de aula, Maria José realça a possibilidade que os alunos tiveram de observar fisicamente a medida de um metro, de se medirem a eles próprios e de como estes aspetos foram importantes para a compreensão das medidas de comprimento.

Quando foi nas medidas de comprimento, concretamente nós tivemos a preocupação de eles verem e de trabalhar... de se medirem a eles próprios, trabalhar o metro, para terem a noção daquilo que é o metro concreto. Porque se não tivesse dado esta noção, eles tinham muito mais dificuldade. (E2, p. 6)

Para além de considerar que as dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução da tarefa 7.4 – Gasolina (anexo 6), resultaram da falta de atribuição de significado aos números envolvidos, considerando-a uma situação especialmente complicada, na última entrevista realça a dificuldade que atribui de, uma forma geral, às tarefas que envolvem unidades monetárias.

(...) o trabalhar com dinheiro talvez seja um pouco mais complicado, mais difícil e daí não terem resultado tão bem. O dinheiro não é fácil! Há pessoas que trabalham melhor com o dinheiro do que outras... Eu tenho muita dificuldade em trabalhar com este dinheiro! Eu sei porquê, mas eles não, porque nunca viram outro, não é?! Mas, talvez tenha a ver com isso, não sei... (E1, p. 11)

Na sua perspetiva, o contexto do dinheiro pode constituir para alguns alunos uma dificuldade acrescida, na compreensão e resolução das tarefas. Confessa que ela própria sente algumas dificuldades em lidar com os euros, atribuindo parte delas à adaptação da mudança de moeda.

8.4.3 A seleção/construção e preparação das tarefas numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número

(i) *O estabelecimento da relação entre os contextos dos problemas e os cálculos*

Ao longo do desenvolvimento do projeto, Maria José revela estabelecer a relação entre o contexto das tarefas e os cálculos a realizar, sobressaindo, em particular, a importância que atribui a dois aspetos: a situação associada ao contexto da tarefa e os números neles envolvidos.

Como vimos no ponto anterior, valoriza o facto de os alunos atribuírem significado às situações associadas às tarefas. Na última entrevista, reforça a importância deste aspeto, quando se refere à tarefa 7.1 – O homem mais alto do mundo (anexo 6), como uma tarefa que facilitou a compreensão das medidas de comprimento e do estabelecimento de relações entre elas. Justifica este aspeto pela possibilidade que os alunos tiveram de recorrer a um instrumento de medida (neste caso a uma fita de papel com 1 metro de comprimento) para determinarem o valor da sua própria altura (ver subsecção 8.4.2, item (iv)). Pensando numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número, estas considerações correspondem a uma valorização de tarefas que facilitem a compreensão do *sentido das grandezas, relativas e absolutas, dos números*, nomeadamente através do recurso a referenciais físicos.

Quando justifica a sua opinião acerca da ordenação das tarefas 2.4 – Cadeias numéricas II (anexo 6) e 2.5 – Relacionar para Calcular I (anexo 6), centra-se na

importância de os alunos poderem recorrer aos seus próprios *sistemas de valores de referência*, considerando que uma tarefa que oferece esta possibilidade será mais fácil do que uma que os orienta a usar valores de referência pré-estabelecidos (ver subsecção 8.3.1). Também quando se refere às suas intenções de futuramente adaptar algumas cadeias numéricas e as tarefas 2.5 – Relacionar para calcular I e 3.4 – Relacionar para calcular III, adaptando os números envolvidos ao que pretende trabalhar com os alunos no próximo ano (ver subsecção 8.3.2, item (i)), mostra sensibilidade para a importância da adequação dos números das tarefas no que respeita ao uso de *sistemas de valores de referência* adequados.

A relevância dos números que fazem parte dos contextos das tarefas é também salientada por Maria José na última entrevista, quando se refere aos cuidados que o professor deve ter quando seleciona tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos. Apesar de apresentar um discurso um tanto confuso, realça a importância de os alunos lidarem com números cuja grandeza seja adequada aos conhecimentos que já possuem acerca dos números, sobressaindo a preocupação com *sentido das grandezas, relativas e absolutas, dos números*:

Não podemos partir de uns números que, para eles, não lhes digam nada. Eles têm que ter um número, no concreto, que eles tenham uma noção (...) Não é avançarmos com números ou conceitos que eles a partida não consigam abranger, eles ficam no ouvido mas não concretamente, não conseguem... não percebem aquilo que eu estou a dizer. Não vamos avançar com números, com conceitos, com números muito abrangentes...com uma grande quantidade. (E2, p. 5)

(ii) A consciencialização da existência de múltiplas estratégias

A importância que Maria José atribui à possibilidade das tarefas suscitarem o uso de diferentes estratégias não é referida explicitamente no seu discurso quando seleciona/constrói tarefas que permitem abordar os números e operações numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número. Evidencia-se, sobretudo, nos diferentes argumentos que apresenta para justificar o valor que atribui à antecipação dos possíveis caminhos a seguir pelos alunos no momento em que se envolve na preparação das tarefas (ver ponto 8.4.1.2, item (i)). Por exemplo, quando refere que a antecipação destes caminhos constitui uma forma de perceber se a tarefa “está a correr bem” (E2, p. 15), parece reconhecer que o uso de diferentes estratégias por parte dos alunos é um aspeto

valorizado. Também quando se refere à importância que passou a atribuir ao trabalho a pares, salienta a possibilidade desta modalidade de trabalho favorecer o surgimento e a discussão entre os alunos de diferentes estratégias de resolução das tarefas (ver ponto 8.4.1.2, item (iii)). É de salientar que, apesar de atribuir valor ao uso de diversas estratégias por parte dos alunos que incluam o uso de representações e de métodos diferentes, Maria José revela, principalmente numa fase inicial do desenvolvimento do projeto, algum conflito entre esta ideia e a possibilidade de recorrerem ao algoritmo como um método mais rápido e eficaz, aspeto que, por isso, será desenvolvido no ponto seguinte. Contudo, como veremos na secção 8.5, é no momento de exploração das tarefas na sala de aula que efetivamente se evidencia o valor que atribui ao recurso a múltiplas estratégias por parte dos alunos, explicitando-o no seu discurso.

(iii) *O uso de representações e/ou métodos eficazes*

Como vimos na secção 8.3, quando Maria José tenta dar exemplos de sequências de tarefas que resultaram bem, acaba por indicar tarefas que, na sua perspetiva, contribuíram para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos em termos da multiplicação. Em particular, considera que essas tarefas contribuíram para a mudança de procedimentos menos eficazes (como a contagem um a um) para procedimentos multiplicativos (ver subsecção 8.3.1), argumento que exemplifica o valor que Maria José atribui ao *uso de métodos eficazes*.

Quando se refere à importância que atribui ao uso de representações e/ou métodos eficazes, vai manifestando preocupações com o conhecimento e destreza com os números e com as operações. Efetivamente, algumas das tarefas que elege como sendo as que considera serem ‘boas’ tarefas (tarefas 2.5 e 3.4 – Relacionar para calcular I e II, respetivamente) têm como principal objetivo o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental que, naturalmente apelam ao uso de métodos eficazes de cálculo (ver subsecção 8.3.2, item (i) e ponto 8.4.1.1, item (ii)). Apesar de não explicitar no seu discurso aspetos diretamente relacionados com o desenvolvimento do sentido de número que a levam a salientar estas tarefas, efetivamente estas, para além de apelarem ao recurso a *sistemas de referência*, envolvem a *compreensão das propriedades das operações, da relação entre as operações e do efeito das operações*.

É de salientar que o valor atribuído por Maria José ao uso de representações e/ou métodos eficazes de cálculo foi aumentando ao longo do desenvolvimento do projeto, fruto do seu envolvimento do trabalho realizado em torno da seleção/construção e preparação de tarefas e da reflexão sobre a sua exploração na sala de aula. Contudo, uma experiência anterior centrada no ensino dos algoritmos e na resolução de problemas orientada para o uso deste procedimento de cálculo, parece contribuir para o surgimento de conflitos em alguns aspetos a valorizar nas tarefas, principalmente numa fase inicial do projeto.

Parte deles, curiosamente, relacionam-se com tarefas que visam o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental, que, como vimos, são as que Maria José acaba por eleger como sendo as suas preferidas. Por exemplo, parece considerar que para se calcular 300 mais 300 se deve apostar no ensino da regra – 3 mais 3 são 6 e acrescentam-se dois zeros – , principalmente quando se trata de ensinar alunos que revelam mais dificuldades na área da Matemática (ver ponto 8.4.1.1, item (i)). Ao longo do projeto, parece reconhecer que se trata de uma regra que pode ser usada pelos alunos, desde que compreendidos os aspetos do sentido de número que lhe estão subjacentes.

Também numa fase inicial do projeto, Maria José parece encarar os algoritmos como procedimentos de cálculo mental, até porque, constitui a forma como ela própria realiza alguns cálculos mentalmente (ver ponto 8.4.1.1, item (ii)). Como vimos, a sua participação no projeto condu-la a alterar a sua perspetiva do significado de cálculo mental e as características das tarefas que contribuem para o seu desenvolvimento (ver subsecção 8.3.2, item (i) e ponto 8.4.1.1, item (ii)). Depara-se, entretanto, com momentos em que questiona a utilidade do recurso a estratégias de cálculo mental, por ser mais fácil e rápido recorrer à contagem um a um (ver subsecção 8.4.2, item (i)).

No que se refere a procedimentos de cálculo usados na resolução de problemas, sobressai também algum conflito entre a eficácia do uso do algoritmo e de outras estratégias que, embora incluam aspetos importantes do desenvolvimento do sentido de número, não se mostram tão rápidas. Por exemplo, a propósito da tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos (anexo 6), Maria José afirma que se os alunos já conhecessem o algoritmo da divisão, demorariam muito menos tempo a resolvê-la (ver subsecção 8.4.2, item (i)).

8.4.4 Síntese

No início do projeto, as justificações de Maria José acerca do que poderão ser ‘boas’ tarefas afastam-se das que apresenta quando este termina. Numa fase inicial classifica as tarefas em dois grupos. As ‘fáceis’, às quais associa as que visam a aplicação de conceitos já aprendidos. E, as ‘difíceis’, que são mais exigentes em termos do pensamento dos alunos. Afirma que valoriza mais este último tipo, mas que a sua principal preocupação é propor tarefas que os alunos consigam resolver sem grandes dificuldades. Tenta, por este motivo, adaptar as tarefas, em termos do seu nível de dificuldade, à turma que tem em cada ano, e, sempre que possível, opta pela diferenciação de tarefas propondo, aos alunos com mais dificuldades na área da Matemática, tarefas mais fáceis.

A exequibilidade das tarefas por parte dos alunos constitui uma preocupação que evidencia ao longo de todo o projeto, mas as que manifesta quando se refere a tarefas que favorecem o desenvolvimento do cálculo mental sofrem alterações. De uma ideia baseada em situações que exigem cálculos rápidos e em que não se efetuam registos escritos, Maria José passa a valorizar tarefas que, para além de poderem envolver registos escritos, se centram no estabelecimento de relações numéricas e no uso de propriedades das operações. Relacionado com o modo como as tarefas se encontram estruturadas, salienta, ainda, a importância de estas ajudarem os alunos a avançar na sua resolução. Na sua perspetiva, esta característica contribui para um maior envolvimento dos alunos nas tarefas e consequentemente para a melhoria das suas aprendizagens. Por fim, revela uma crescente atenção aos contextos das tarefas, salientando a importância de os alunos lhe atribuírem significado para a sua compreensão e resolução.

Durante a preparação das tarefas nas sessões da equipa, Maria José revela valorizar a antecipação dos caminhos que os alunos poderão seguir na sua resolução. Na sua perspetiva, este modo de agir constitui uma mais-valia em quatro aspetos: (i) garante maior segurança e preparação para dar resposta à imprevisibilidade do trabalho desenvolvido pelos alunos, (ii) possibilita a discussão em torno de estratégias que, talvez, não surjam naturalmente nas resoluções efetuadas pelos alunos, (iii) facilita a orientação do desenvolvimento do trabalho de acordo com os objetivos que as tarefas visam atingir e (iv)

proporciona uma noção sobre até que ponto a exploração da tarefa está ou não a resultar. Com o desenvolvimento do projeto passa, também, a atribuir importância à definição da modalidade de trabalho na exploração das tarefas, valorizando o trabalho a pares na área da Matemática. Considera, ainda, fundamental uma definição clara dos objetivos das tarefas, por permitir direcionar e aprofundar o trabalho que vai realizando com os seus alunos na sala de aula. Mais concretamente, afirma que o facto de ter bem presente os objetivos que as tarefas visam atingir lhe permite orientar as suas intervenções e ações, contribuindo para um maior aprofundamento dos conteúdos abordados. Contudo, o tempo que a equipa necessitou para conceber e preparar as tarefas, tendo em conta as duas dimensões acima referidas, fornece-lhe argumentos para considerar este processo inexequível para todas as tarefas de todas as áreas lecionadas no 1.º ciclo.

Ao realizar as atividades de seleção/construção e preparação de tarefas, Maria José depara-se com alguns desafios. Estes relacionam-se com o facto de trabalhar com um Programa novo, por este ter sido introduzido a meio de um ciclo de escolaridade, por lidar com um manual adotado com características diferentes dos manuais anteriores e por se confrontar com perspetivas diferentes acerca do ensino e da aprendizagem da Matemática decorrentes da sua participação no projeto.

Os desafios que o novo Programa (ME, 2007) lhe traz relacionam-se com a necessidade de ter de aprender a ensinar de uma forma diferente. Estes evidenciam-se sobretudo no modo como lida com tarefas que visam o desenvolvimento do cálculo mental e a forma como passa a ser sugerido o ensino dos algoritmos. Constitui, também, uma fonte de dificuldades a introdução do novo Programa (ME, 2007) a meio de um ciclo de escolaridade, uma vez que os hábitos de trabalho e os procedimentos de cálculo a que os seus alunos usualmente recorrem são diferentes dos que são preconizados neste documento. Relacionado com estes dois aspetos, revela algumas tensões e ambivalências no que se refere ao manual adotado. Se, por um lado, considera ser positivo este estar de acordo com o novo Programa (ME, 2007) e que os alunos se envolvem com entusiasmo nas suas propostas, por outro, sente dificuldades ao utilizá-lo na sala de aula, ao exigir de si uma abordagem dos tópicos diferente da que usa há cerca de 30 anos e, aos seus alunos,

por solicitar frequentemente explicações e justificações dos seus raciocínios, aspetos a que estes também não estavam habituados.

O confronto com perspectivas diferentes sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática decorrentes da sua participação no projeto constituíram também uma fonte de desafios para Maria José. Destaca-se: (i) a indiferenciação de exercício e problema e as implicações que este aspeto tem no modo como habitualmente explorava a resolução de problemas com os seus alunos e (ii) a importância que passa a conferir à atribuição de significado aos contextos das tarefas por parte dos alunos e os problemas com que se depara na sala de aula quando tal não ocorre.

No que respeita aos aspetos relacionados com o sentido de número, com a sua participação no projeto, Maria José revela preocupar-se: (i) com a *relação entre o contexto dos problemas e os cálculos a efetuar* pelos alunos, salientando a importância do significado da situação e dos números associados ao contexto, (ii) com a possibilidade de *surgirem diferentes estratégias* e (iii) com o *uso de representações e/ou métodos eficazes*. Nas situações em que revela preocupação com estes aspetos que se relacionam com a *aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações*, sobressaem também preocupações especificamente relacionadas com conhecimentos e destrezas com os números (*sentido das grandezas, relativas e absolutas dos números e sistemas valores de referência*) e com as operações (*compreensão das propriedades das operações, das relações entre as operações e do efeito das operações*).

8.5 A exploração das tarefas na sala de aula

Grande parte das aulas em que Maria José explora tarefas numéricas durante o projeto segue a estrutura discutida pela equipa, incluindo três momentos distintos: a apresentação, a realização e a discussão da tarefa. Embora se identifiquem aspetos que valoriza e desafios com que se depara específicos de cada um destes momentos, dar ‘voz’ aos alunos constitui um aspeto que Maria José passa a atribuir importância em todos os

momentos da exploração das tarefas e que, simultaneamente, lhe traz alguns desafios. Tendo em conta a sua transversalidade na exploração das tarefas, este assunto será, desde já, descrito e analisado antes da análise dos que são específicos a cada um dos momentos da aula.

Ouvir os alunos: Um aspeto a valorizar em todos os momentos da aula

Recuando nos meus anos anteriores, que já são alguns, por exemplo, eu quando dava um conteúdo qualquer, um conceito qualquer, (...) eu chegava e dizia: *Olha, hoje vamos trabalhar* (...) falava muito eu! Expunha aquilo que tinha a dizer, e os alunos eram mais um... um mecanizar (...) Havia uma participação, mas era uma participação menor! Claro que eles participavam, como é óbvio! Mas tinham uma participação menor, eles normalmente participavam na resolução das tarefas, depois de eu expor, depois de eu dizer não sei o quê... de eu trabalhar e não sei o quê. Com este programa, eu senti que eu fazia tipo uma introdução, fazia a apresentação daquilo que iríamos trabalhar e aproveitava muito daquilo que eles podiam transmitir. Punha-os a pensar, a raciocinar a maneira de como eu havia de lá chegar, aquilo que nós poderíamos fazer para chegar ali... E houve uma abertura maior... minha! Ouvia-os mais e houve um maior desenvolvimento aqui. Porque eu acho que com este programa trabalha-se muito mais o raciocínio. (E2, p. 18)

O desafio foi a maneira de chegar... como é que hei-de dizer? De expor, de... de trabalhar os conteúdos. (...) Eu tive que alterar a minha maneira de trabalhar com os alunos dentro da sala de aula. O facto de os ouvir, (...) deles colaborarem, e não ser eu só a falar! E foi no novo Programa, eu senti que não era eu, mas sim eles que tinham que desenvolver e tinham que arranjar eles soluções (...). Eu tinha que ter a noção, de ajudá-los e, depois, haver uma seleção dos trabalhos para a apresentação de como eles trabalhavam. Isso foi um desafio para mim, de ser tudo novo. Não quer dizer que eles não participassem, e participavam... Mas era diferente! Era eu mais que trabalhava. Trabalhava, quer dizer, expunha, não é? (E2, p. 24)

Maria José afirma que ao longo do projeto alterou as suas práticas de sala de aula, aspeto que resultou na mudança de papéis assumidos por si e pelos alunos. Refere, em particular, o valor que passou a atribuir a uma maior intervenção dos alunos nos vários momentos de exploração das tarefas, dando-lhes mais ‘voz’ para colocarem questões e para apresentarem o modo como tinham resolvido as tarefas. Assume que esta mudança constitui para si um desafio por corresponder a um ‘rompimento’ com a forma de explorar as tarefas que caracterizam as suas práticas de há muitos anos. Expressões como ‘expor’ e ‘dar’ os conteúdos são substituídos no seu discurso por ‘apresentar o que se ia trabalhar’, ‘aproveitar o que os alunos podiam transmitir’, ‘pôr os alunos a pensar’ e ‘selecionar os trabalhos’. Assim, de uma prática mais expositiva em que era Maria José quem explicava

primeiro os conteúdos, a que se seguiam a resolução de tarefas pelos alunos que visavam a aplicação desses conteúdos e que terminava com a sua correção, passa a desenvolver uma prática de sala de aula em que os alunos assumem um papel mais ativo em todos os momentos de exploração das tarefas.

Saliente-se que o primeiro dos dois excertos apresentados acima surge na sequência de uma questão colocada na 2.^a entrevista acerca dos aspetos do novo Programa (ME, 2007) que a teriam surpreendido. É interessante observar que Maria José aproveita esta ocasião para descrever a mudança de práticas, parecendo atribuir a origem desta mudança ao facto de estar a trabalhar com um novo Programa e não tanto ao modo como a equipa perspetivou a exploração de tarefas na sala de aula. Esta assunção parece relacionar-se com o entendimento que tem acerca das perspetivas centrais deste programa – o desenvolvimento do raciocínio – e do modo como o professor deve desenvolver as suas práticas para atingir este objetivo.

8.5.1 O momento de apresentação das tarefas

8.5.1.1 Aspetos que se destacam

No momento de apresentação das tarefas Maria José fala durante largos minutos, repetindo e reforçando o que se pretende que os alunos façam e como o devem fazer. Quando na última entrevista a questiono acerca das suas principais preocupações durante esta fase, refere precisamente a sua intenção de deixar bem claro todo o trabalho que será realizado em torno das tarefas. Relembrando, em particular, como foram demorados estes momentos nas primeiras tarefas, afirma, sorrindo:

Eu estou-me a rir porque estou a lembrar-me quando foram as primeiras apresentações... O que eu demorei! Quase meia hora... e estou-me a rir por causa disso. No momento da apresentação, a preocupação... sei que sou capaz de repetir-me mas... o professor deve ter o cuidado de falar... e aplicar uma linguagem acessível... que seja perceptível aos alunos e que consiga explicar e exprimir-se de uma maneira que os alunos entendam aquilo que é proposto. E aí, quando se faz a apresentação de um trabalho... de uma tarefa, termos o cuidado de falar e explicar bem aquilo que eles irão ter que desenvolver. (E2, pp. 14, 15)

Apesar de não especificar o que pretende deixar bem claro para os alunos no momento de apresentação das tarefas, sobressaem três aspetos que parece valorizar e que, conjuntamente, caracterizam a sua preocupação de “falar e explicar bem aquilo que os alunos irão desenvolver” (E2, p. 15): (i) dar indicações acerca do modo como os alunos devem realizar a tarefa, (ii) fornecer indicações sobre o modo como será organizado o trabalho em torno da tarefa e (iii) ajudá-los a interpretá-la para que a compreendam e dar-lhes pistas para que consigam resolvê-la com sucesso.

(i) *Dar indicações sobre o modo como os alunos devem realizar a tarefa: a importância dos registos dos alunos*

Uma das preocupações de Maria José quando apresenta as tarefas relaciona-se com o modo como os alunos as irão resolver. Ligado ao facto de assumir que eles não estão habituados a explicar como pensam para as resolver, adverte-os constantemente para ‘explicarem como pensaram’ e ‘apresentarem os cálculos que entenderem’. O episódio I-8 mostra como esta indicação é recorrente quando se refere às várias questões que fazem parte da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6), e, que Maria José classifica como ‘situações problemáticas’. Esta preocupação parece estar relacionada com a necessidade de romper com o modo como este tipo de tarefas habitualmente eram resolvidas na sua aula: depois do registo dos dados e da indicação da operação, os alunos realizavam ‘a conta’ (recurso ao algoritmo correspondente) e, finalmente, davam a resposta. Maria José passa, assim, a valorizar as explicações dos alunos e assumir que os cálculos podem ser o que eles ‘entenderem’, não sendo necessariamente o algoritmo.

Episódio I-8

Fazem os cálculos que entenderem e explicam aqui tudo!

Maria José: Eu distribuí uma folha que tem uma tarefa. Temos aí o Sr. João que está a fazer um trabalho e está a colocar uns azulejos numa escola. Ele está a recuperar os azulejos da escola de quem?

Alguns alunos: Do André!

Maria José: E está a colocar os azulejos num complexo desportivo, num ginásio. É como o nosso Sr. João que vem cá arranjar as nossas coisinhas. Ele pintou com dois tons de azul. Pintou este com um tom de azul mais...

Alguns alunos: Claro.

Maria José: E pintou este com um tom mais...?

Alguns alunos: Mais escuro.

Maria José: E o que é que acontece aqui?

Alguns alunos: Ainda está por pintar...

Maria José: Agora temos aqui três perguntas. A 1.1, 1.2 e 1.3, às quais os meninos vão, sozinhos, responder, fazer os cálculos que entenderem para poderem responder. A 1.1 diz assim: *Quantos azulejos já colocou o Sr. João? Explica como pensaste.* Podem fazer os cálculos que entenderem e ficar aqui registado na folha. Cada um faz o seu trabalho. Certo?

Alguns alunos: Sim!

Maria José: Pergunta 1.2.: *Quantos azulejos faltam colocar na parede? Explica como pensaste.* É da mesma maneira. Fazem os cálculos que entenderem e explicam aqui tudo! Tem de ficar tudo! Porque, às vezes, e já repararam, o que acontece com os exercícios que costumamos fazer? Dão só...

Alguns alunos: Só a resposta!

Maria José: Pois, mas isso não pode acontecer. E cada vez que os meninos fazem isso, o que é que eu digo? Têm que ficar os cálculos registados. Portanto, aqui, vão ter de ficar os cálculos, que entenderem, registados na folha. Cada um faz os seus cálculos, regista e dá a resposta. Na 1.3: *Quando terminar, quantos azulejos terá colocado o Sr. João?* Portanto, ele está a meio da tarefa, está a fazer a tarefa dele e tem que a acabar. Quando estiver toda pronta, quero saber quantos azulejos é que o Sr. João colocou lá na parede do ginásio. Portanto, vão explicar como fizeram e dão a resposta. Agora ninguém fala, falam todos sozinhos com a vossa cabecinha, com o lapinhos, com a borrachinha e não olham para o outro.

Cátia: e com a ficha...

Maria José: Com certeza, e com a ficha. E vão ver quais são as estratégias que vão desenvolver para chegar ao resultado. Percebido? Pronto, agora vão ter um tempo e eu não digo mais nada.

(AOMJ2, 03/11/2010)

Perante tarefas cujo principal objetivo é desenvolver estratégias de cálculo mental ou em que está subjacente o uso de algumas propriedades das operações e de relações numéricas (de que são exemplo as tarefas que visam a construção das tabuadas), as preocupações de Maria José relativamente ao modo como os alunos irão responder/resolver as tarefas modificam-se. Nestes casos, faz chamadas de atenção no sentido dos alunos ‘colocarem a cabeça a pensar’ e de se ‘concentrarem’, dado que estas tarefas exigem que eles sejam capazes de relacionarem os cálculos com outros que já realizaram. Por exemplo, na apresentação da tarefa 1.2 – Vamos construir a tabuada do 6 (anexo 6), Maria José revela estas preocupações (ver episódio II-8).

Episódio II-8

Vamos ter a cabeça sempre a pensar...

Maria José: Hoje vamos construir a tabuada do 6. A tabuada do 6, nós já demos no ano passado, no final do ano, lembram-se?

Alunos: Sim!

Maria José: Construimos de uma maneira diferente do que vamos construir este ano (...). Só vão precisar do lápis e da borracha, mais nada? Vocês até a memorizaram mais ou menos, uns, melhor, outros, pior, só que vamos construí-la de uma maneira completamente diferente. Vamos recordar produtos que já aprendemos noutras tabuadas e vamos construí-la de uma maneira diferente. Eu tenho aqui os exemplos, que vocês vão ver, e vamos seguir estas estratégias que aqui estão (...). Eu explico um bocadinho isto que aqui está. Vocês vão fazer a pares, até um produto que eu veja para depois fazermos a discussão. Há uma coisa que eu quero. Que vocês se concentrem bem. A cabeça tem que estar a pensar. Não é estar com a cabecinha no ar. Que se concentrem bem. Deixar a brincadeira. Certo? (Copia para o quadro a proposta e, a seguir, distribui as folhas da tarefa)

Maria José: Então o que é que nós temos aqui? (...) Tenho estratégias diferentes daquelas que nós costumamos fazer. É ou não é?

Alunos: É...

Maria José: Eu justifiquei os resultados de uma maneira diferente. Eu justifiquei que 1×6 é 6 porque é igual a 6×1 . (...) O segundo produto, 2×6 é igual a 12, porque é igual a $6 + 6$. Este resultado que nós temos aqui é igual àquilo que nós, normalmente, fazíamos. Nós fazíamos adições sucessivas para irmos descobrir os produtos. (...) Mas também sabemos que podemos substituir por produtos. Podemos fazer isso utilizando uma multiplicação e vamos aplicar isso agora na nossa tabuada do 6. (...) Vamos procurar aplicar produtos que nós já saibamos anteriormente para aplicar aqui. Vamos ver, descobrir, tentar perceber e ver onde é que há relação numéricas anteriores para aplicar nos seguintes. Por isso temos de ter a cabeça sempre a pensar e ver qual é a relação que existe com o anterior ou com os anteriores. Não é só com o anterior, é com os anteriores. Então 2×6 é igual a...?

Alunos: 6×2 .

Maria José: Até aqui nada de novo! (...)

(AOMJ3, 08/11/2010)

(ii) ***Fornecer indicações sobre o modo como pensou organizar o trabalho em torno da tarefa***

Fornecer um conjunto de informações sobre aspetos relacionados com a organização do trabalho a realizar em torno das tarefas, é outro aspeto a que Maria José dedica algum tempo do momento da sua apresentação. A quantidade de informações parece depender da tarefa que está a ser proposta, no sentido de ser, ou não, uma tarefa ‘semelhante’ a outra que já fora explorada. O episódio III-8 corresponde ao momento de apresentação da tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos (anexo 6), que Maria José considera que ser diferente das que propôs anteriormente. As informações incluem os materiais que os alunos devem usar, o aspeto que devem ter os seus registos, a modalidade de trabalho que será adotada e a sequência de acontecimentos que é suposta realizar-se. Esta sequência inicia-se com a distribuição da folha de tarefa, a que se segue, a leitura em voz alta da mesma, a sua resolução por parte dos alunos e a discussão das estratégias usadas. Maria José informa, ainda, de que modo é que alguns destes momentos se interligam. Neste caso

concreto, comunica aos alunos que a discussão da tarefa só será realizada no final da resolução dos dois problemas que compõem a tarefa.

Episódio III-8

Vamos fazer uma tarefa um pouco diferente...

Maria José: Vamos fazer uma tarefa um pouco diferente das anteriores. Vamos ter dois problemas em que os meninos vão ter de ler e interpretar muito bem. Vamos ver como é que nós vamos conseguir. Portanto, a tarefa é Colecionar cromos. A tarefa vai ser feita em individual. Cada um vai fazê-la sozinho. Tem dois problemas. Portanto, eu agora vou distribuir as folhas por cada um e cada um vai fazê-la mesmo sozinho. Não olha nem para o vizinho do lado, nem para o vizinho da frente, nem de trás. Cada um vai arranjar uma estratégia que considera melhor para resolver aquela situação. Fazem, já sabem, a lápis. Não vale a pena fazerem os números muito grandes... fazem os números normais e, depois, vêm aqui ao quadro explicar. Está bem? Portanto, eu agora vou distribuir e depois vamos ler os problemas. Fazem os dois problemas de seguida. Quando acabarem um fazem o outro. Está bem?

Alguns alunos: Sim.

Maria José: Depois de os resolverem, vamos ver quais foram as estratégias utilizadas, como é que pensaram para resolverem os problemas. Está bem?

Alguns alunos: Sim! (Maria José distribui as folhas)

Maria José: Então, a tarefa Vamos colecionar cromos... então, vamos ler o exercício número um. Lê o António.

Albérico: A Rita está a fazer a coleção dos cromos das WITCH ...

Maria José: Continua Rúben.

Rúben: Então pensou levá-los...

Maria José: Não. Continua Albérico.

Albérico: e já tem 54 repetidos! Então pensou levá-los para a escola e partilhá-los com 9 amigas do 3.º B que também colecionam cromos das WITCH. *Quantos cromos a Rita vai dar a cada uma?*

Maria José: Pronto, quais é que são os dados que nós temos aqui no problema? Temos a quantidade de cromos quê?

Alguns alunos: Repetidos.

Maria José: Repetidos. E ela quer partilhá-los com quantos amigos?

Alunos: 9.

Maria José: Com 9. Portanto, ela tem 54 cromos que quer partilhar com 9 amigos da turma. Pronto. Vamos saber quantos cromos a Rita vai dar a cada amiga. São 9 amigas, ela tem 54 cromos, vamos ver quantos cromos é que ela dá a cada amiga. Está bem? Temos que pensar como é que vamos saber... como é que ela vai partilhar os cromos, os 54, por cada amiga e ficam todas com a mesma quantidade de cromos. Cada amiga fica com a mesma quantidade de cromos. São 9 amigas. Vamos ver como é que vocês vão fazer. Fazem o problema e depois têm aqui o sítio para darem a resposta. O segundo vai ler a Carla.

Carla: A coleção de cromos do Bruno é da FIFA. Ele também tem cromos repetidos, mas são 99 e está a pensar arrumá-los em carteirinhas de 9 cromos para vender na Venda de Carnaval da Escola. Quantas carteirinhas o Bruno vai poder fazer?

Maria José: Pronto, então é assim. Têm aqui o número 99. Cada carteirinha tem?

Alguns alunos: 9.

Maria José: Agora quero saber o quê? Ele quer saber quantas carteirinhas vai juntar para depois poder vender na festa de carnaval da escola e vai pô-los em carteirinhas. Cada carteirinha leva o quê?

Alguns alunos: 9 cromos.

Maria José: 9 cromos. Agora, cada um vai começar a pensar muito bem e vai fazer a lápis. Alguém tem alguma dúvida?

Alunos: Não!

Maria José: Então vamos lá ver como é que vão fazer isso.

(AOMJ11, 23/02/2011)

(iii) *Ajudar os alunos a interpretar as tarefas: uma forma de garantir que eles as compreendem e que conseguem resolvê-las*

Os episódios de sala de aula apresentados no ponto anterior ilustram mais uma das preocupações de Maria José no momento de apresentação das tarefas – que os alunos compreendam a tarefa. Em todos eles é comum a sua leitura em voz alta que, umas vezes, é realizada pelos alunos (Episódio III-8) e, outras, por ela própria (Episódios I-8 e II-8). Neste último caso, vai fazendo perguntas aos alunos para ver se estão a compreender a situação (Episódio I-8, Episódio II-8, Episódio III-8). Nem sempre Maria José lê exatamente o que está lá escrito – faz uma descrição da situação e, de imediato, solicita aos alunos que acrescentem alguns pormenores (ver episódio I-8). Quando pede a algum aluno para ler a tarefa em voz alta, sempre que identifica alguém distraído, pede-lhe que continue a sua leitura. Por exemplo, no episódio III-8, Maria José pede a António para iniciar a leitura do primeiro problema da tarefa, interrompendo-o, de imediato, para solicitar a Rúben que continue a fazê-lo (aluno que identificou como estando distraído). Ouvir os alunos a responder, praticamente em coro às suas solicitações, e acompanharem com atenção o momento da leitura da tarefa, parecem constituir para Maria José indicadores que estão criadas as condições para que os alunos compreendam o contexto da tarefa e as questões que lhe estão associadas e para poderem começar a trabalhar, de forma autónoma.

Para além de tentar garantir a atenção dos alunos à leitura da tarefa, Maria José vai fazendo algumas observações, ou repetindo algumas frases que permitem ajudá-los a interpretar as situações. Por exemplo, no episódio I-8 pretende claramente que os alunos compreendam que existem três zonas de azulejos assinaladas por cores diferentes, aspeto que se mostrará central no uso de algumas estratégias de resolução do problema. No

episódio III-8 as suas intervenções contribuem para que os alunos partam para a resolução do problema ‘conhecendo os dados’, com alguma ideia dos procedimentos de cálculo que vão usar e com a advertência da necessidade de darem a resposta. É interessante observar que estas observações/indicações revelam que perante uma situação problemática, considera fundamental que os alunos tenham disponíveis os dados do problema, os procedimentos que vão usar para o resolver e, no final, devem dar a resposta.

Quando Maria José considera que a tarefa é ‘diferente’ de outras já realizadas anteriormente, inicia a sua apresentação referindo este aspeto. Por exemplo, no episódio II-8 começa por afirmar “A tabuada do 6, nós já demos no ano passado, no final do ano, lembram-se? (...) Construímos de uma maneira diferente do que vamos construir este ano” (AOMJ2, 08/11/2010). Neste caso, parece querer chamar a atenção dos alunos que, apesar de já terem trabalhado aquele tópico (a tabuada do 6) o irão fazer de um modo diferente. Também no episódio III-8 começa por anunciar que: “Vamos fazer uma tarefa um pouco diferente das anteriores” (AOMJ11, 23/02/2011). Nesta situação, o tipo de tarefa não é diferente uma vez que se trata da resolução de dois problemas, mas o tópico matemático associado (a divisão), esse sim nunca tinha sido abordado anteriormente. Quer num caso, quer no outro, a necessidade de Maria José anunciar que se trata de uma tarefa ‘diferente’ parece constituir uma estratégia de aumentar a atenção dos alunos na apresentação da tarefa, o que poderá contribuir para que estes compreendam melhor o trabalho que têm de realizar.

É interessante observar que nos momentos de apresentação das tarefas, Maria José, para além de descrever pormenorizadamente o que se vai fazer, por vezes, justifica também porque é que se irá fazer daquela forma, transmitindo, a intencionalidade de determinadas opções discutidas pela equipa na sessão de preparação da tarefa (Episódio I-8, Episódio II-8 e Episódio III-8). Ao fazê-lo, parece estar a falar com ela própria, em voz alta, como forma de ir ‘guiando/orientando’ as suas ações e de ir justificando perante os seus alunos as mudanças de atuação que pretende que ocorram perante a resolução de tarefas de Matemática.

8.5.1.2 Desafios que se colocam

Quando na última entrevista, questiono Maria José sobre os principais desafios que se lhe colocam no momento de apresentação das tarefas, muito sucintamente, refere que “o principal desafio (...) é, de facto, conseguir exprimir, explicar o que é pretendido concretamente” (E2, p. 15). Este discurso é consistente com os aspetos que Maria José parece valorizar no momento de apresentação das tarefas e também com alguns dos receios que foi manifestando ao longo do projeto, quando refletia sobre estes momentos.

Dizer o que não se deve durante a apresentação da tarefa pode afetar a resolução das tarefas por parte dos alunos

Na 11.^a sessão de trabalho da equipa, ao refletir sobre a exploração da tarefa 1.2 – Vamos construir a tabuada do 6 (anexo 6), afirma que o momento da aula em que sente mais dificuldade é o da apresentação das tarefas. Assumindo-se como uma pessoa naturalmente insegura, refere que os momentos iniciais das aulas são sempre aqueles em que se sente menos à-vontade e mais nervosa. Estes sentimentos parecem resultar, por um lado, de estar a ser alvo de observação por alguém exterior à turma (neste caso por mim) e, por outro, de reconhecer que as informações/indicações fornecidas aos alunos no momento de apresentação da tarefa podem influenciá-los negativamente na sua resolução.

Maria José: O que eu senti mais dificuldade e que eu sinto sempre é no início, na apresentação, no arranque. Percebe? Lá está, tem a ver com a minha própria maneira de estar e maneira de ser. Eu sou um bocado insegura e isso revela-se um bocado, no início. (...) quando estou sozinha com eles, acho que me liberto um bocadinho mais, porque, quer queiramos, quer não... pronto estou só com eles. Não quer dizer que eu diga disparates (risos). (...) Mas eu tenho mais dificuldades e tenho receio, porque não estou segura, de ir dizer alguma coisa incorreta que os leve... pronto ao erro. Percebe?

Eu: E sente isso mais no momento da apresentação da tarefa?

Maria José: Sim, porque quando vou expor... porque depois eles vão dando hipóteses... Embora... poderá haver uma ou outra que eu fique um pouco sem saber muito bem se estou a falar corretamente, ou não. Percebe? Mas o que eu sinto mais dificuldade é no arranque porque, depois, não me sinto tão ansiosa... não é bem ansiedade, fico um bocado preocupada.

(S11, p. 1)

O receio que Maria José refere relativamente ao momento de apresentação das tarefas em dizer algo que afete negativamente o desempenho dos alunos na realização das tarefas, parece relacionar-se com as discussões que se geraram nas sessões de trabalho da

equipa sobre o modo como o momento de apresentação da tarefa pode influenciar a forma como os alunos a realizam.

Efetivamente, na 10.^a sessão, ao analisar as produções dos alunos correspondentes à resolução da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6), mostra-se surpreendida com algumas delas, em particular no que diz respeito às explicações que apresentam para justificar as conclusões a que chegaram. A primeira hipótese que Maria José coloca é que estes registos resultam de uma tentativa dos alunos serem diferentes. Depois de confrontada com o meu relato acerca do modo como observei a forma como esses alunos pensaram, Maria José surpreende-se e reconhece que a mensagem transmitida no momento de apresentação da tarefa, insistindo com os alunos para apresentarem os cálculos (Episódio I-8), poderá ter levado a que alguns deles procurassem uma ‘conta’ que se adaptasse à resposta que encontraram. É o caso de dois alunos, Carlos e Filipe, que efetuaram contagens de um em um e de três em três, respetivamente para determinarem o número de azulejos da imagem associada à tarefa 1.1 (ver Figura 8.2). Na sua folha de registo, o primeiro apresenta 9×2 , como forma de justificar que faltam colocar 18 azulejos (ver Figura 8.3), e, o segundo regista $0 + 54$ para justificar que o painel completo tem 54 azulejos (ver Figura 8.4).

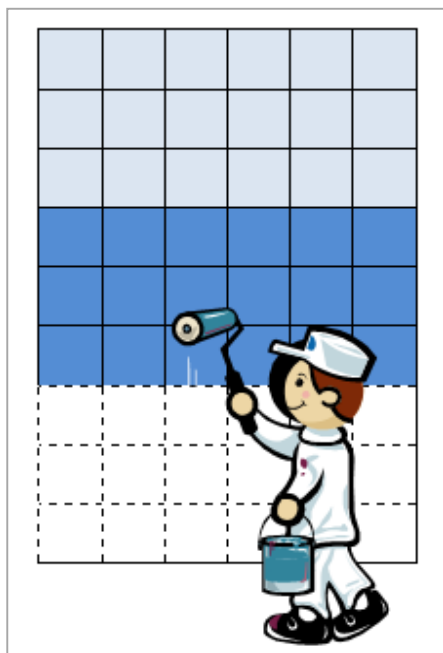


Figura 8.2 - Imagem da tarefa 1.1

Maria José: (...) O meu Carlos, repara, para ser diferente, como tinha 3 vezes 6 era 18, ele arranjou uma maneira de dar 18. Fez 2 vezes 9, que não tem nada a ver com aquilo. Para ser diferente! E eu disse-lhe: *Oh Carlos eu não vejo o 2 e o 9.*

Eu: O Carlos é menino que estava logo atrás de mim?

Maria José: Sim, sim é esse.

Eu: Ele não fez 6 vezes 3, nem 9 vezes 2. Ele contou de um em um. Mas, a Maria José pediu-lhe uma conta. Que conta apresenta um aluno, que conta um a um?

Maria José: Pois é.

Manuel: Conta 1, mais 1, mais 1...

Eu: Ele chegou a 18, mas ele não tem como mostrar 'a conta'. Ele chegou ao 18. Penso que ele não vê lá nenhum 9 vezes 2.

Maria José: Pois não.

Manuel: Como tem mais presente a tabuada do dois, lembrou-se de qual é o número que multiplicado por 2 dá 18.

Maria José: Ah! Pois foi!

Eu: E há outro aluno que responde 0 mais 54.

Maria José: Ah! É o Filipe. Não percebi essa!

Eu: Esse miúdo tinha contado de 3 em 3, tudo. E fazia assim: 3,6,9,12 ... Conseguiu chegar ao 54. Mas, faltava-lhe a conta!

Maria José: Pois, ele tinha que apresentar um cálculo.

Manuel: Aí está! (afirmação feita em tom de alguém que está a pensar algo pela primeira vez/surpresa).

Eu: Esta é a minha percepção! Portanto penso que este [aluno] não encontrou outra solução sem ser apresentar 0 mais 54.

Manuel: Pois eles são a nossa imagem, não é. Nós acabamos por pedir determinadas coisas.

Maria José: E eu pedi uma conta...

(S10, p. 8)

Handwritten work of Carlos showing the multiplication $2 \times 9 = 18$ and a small multiplication table with 9 and 2, and the text "Faltou colocar na parede 18 azulinhos".

Figura 8.3 - Registo efetuado por Carlos na resolução da questão 1.2 da tarefa 1.1

Handwritten work of Filipe showing the addition $0 + 54 = 54$ and the text "Colocar 54 azulinhos".

Figura 8.4 - Registo efetuado por Filipe na resolução da questão 1.3 da tarefa 1.1

8.5.2 O momento de realização das tarefas

8.5.2.1 Aspetos que se destacam

(i) ***Chamar a atenção das 'regras': uma forma de garantir o envolvimento e a autonomia dos alunos na resolução da tarefa***

Durante o momento de realização das tarefas Maria José circula pela sala e vai fazendo algumas recomendações para a turma. Uma parte delas tem a ver com reações a eventuais distrações de alunos: “Vire-se para a frente e trabalhe!” (AOMJ2, 03/11/2010), “Têm de se concentrar no estão a fazer, são vocês que têm de pensar” (AOMJ8, 20/01/2011). Para além de se preocupar com o envolvimento dos alunos na tarefa, valoriza o facto de estes conseguirem realizá-la da forma o mais autónoma possível. Frases do tipo: “Pronto, agora vão ter um tempo e eu não digo mais nada” e “Então, vamos lá ver como é que vão fazer isso”, que terminam os episódios I-8 e III-8, respetivamente, marcam a passagem do primeiro para o segundo momento de exploração da tarefa e transmitem a ideia aos alunos que terão de a resolver o mais autonomamente possível.

Principalmente quando a tarefa é realizada a pares, perante algum barulho que ouve na sala de aula, em tom de brincadeira, Maria José adverte-os: “Não falem alto! Eu quero ouvir as moscas. Se não, assim, ninguém consegue pensar” (AOMJ6, 03/12/2010). Apesar de esta expressão poder dar a ideia que Maria José considera que, neste momento, tem de existir um silêncio quase absoluto, na verdade, parece constituir apenas uma estratégia para que o ‘barulho’ não ultrapasse limites aceitáveis que não permita aos alunos concentrarem-se no trabalho que estão a realizar. Por exemplo, na sequência desta afirmação, segreda-me sorrindo: “este barulho até é um barulho de trabalho. Eles não estão a falar de outras coisas!” (AOMJ6, 03/12/2010).

(ii) ***Observar e monitorizar o trabalho dos alunos: uma forma de garantir ‘bons’ registos e de compreender como os alunos estão a pensar***

Durante a realização das tarefas, Maria José vai percorrendo a sala e observando os registos dos alunos. Afirma que a sua principal intenção é tentar perceber se os alunos compreenderam a tarefa, de conhecer os caminhos que estão a seguir para a resolver e de perceber se estes correspondem ou não aos que tinham sido antecipados pela equipa no momento de preparação da tarefa.

Durante a resolução vou verificar se aquilo que eles estão a fazer vai de encontro aquilo que eu espero... Ver se eles conseguiram de facto perceber aquilo que eu lhes transmiti. E vejo, no desenrolar, se eles perceberam (...) e se estão a ir pelo caminho... Porque, lá está, quando pensamos nos possíveis caminhos deles, também temos noção daquilo que eles irão percorrer... e ver se eles estão a percorrer aquilo que nós pensamos. (E2, p. 15)

Apesar de Maria José incentivar uma certa autonomia dos alunos durante a realização das tarefas, ao observar os seus registos, quando considera necessário, faz alguns comentários e coloca algumas questões no sentido destes serem melhorados. Ao deparar-se com registos que apenas incluem a ‘resposta’, Maria José adverte os alunos para os completarem. Por exemplo, durante a realização da tarefa 1.1 (anexo 6), dirigindo-se a Alberto, questiona-o “Vai dar a resposta já? E como é que nós sabemos que deu esse resultado? Primeiro tem de fazer os cálculos!” (AOMJ2, 03/11/2010). Após a reflexão sobre os efeitos do discurso do professor no modo como os alunos justificam os seus raciocínios, nas tarefas que se seguiram, Maria José continua a mostrar preocupação com o facto de alguns dos seus registos serem pouco explícitos quanto à sua forma de pensarem, alterando, no entanto, o conteúdo dessa advertência. Por exemplo, durante a realização da tarefa 2.1, Maria José interrompe o trabalho que os alunos estão a realizar para lhes chamar a atenção de explicarem como pensam quando resolvem a tarefa. Neste caso aproveita para advertir que é aceite qualquer forma de explicação, não sendo obrigatório o recurso a uma ‘operação’:

Posso dizer uma coisa? Depois de andar a ver o que estão a fazer... Aí diz: *Explica como pensaste*. Para além de apresentarem o resultado, têm que mostrar para saber como chegaram lá. E eu não digo para realizar a operação! Digo: *Explica como pensaste!* Têm que mostrar os caminhos para chegarem a esse resultado. (AOMJ6, 03/12/2010)

Para além dos registos explicitarem o caminho de resolução das tarefas, Maria José preocupa-se que estes sejam completados com a resposta ao problema. Este é um aspeto que chama a atenção no momento de apresentação das tarefas (ver episódios I-8 e III-8) e a que continua atenta durante a sua realização. “Tens que dar aqui a resposta” (AOMJ2, 03/11/2010) ou “Não se esqueçam de apresentar a resposta” (AOMJ11, 23/02/2011), são

frases que se ouviram em praticamente todos os momentos de realização de tarefas, em particular, quando estas incluíam a resolução de problemas.

8.5.2.2 Desafios que se colocam

(i) *Lidar com estratégias que considera ‘desadequadas’*

Durante o momento de realização das tarefas, Maria José manifesta alguma tensão quando se depara com estratégias dos alunos que não tinham sido inicialmente previstas no momento da sua preparação, em particular, quando considera que essas estratégias não são ‘adequadas’, no sentido de não serem eficazes ou de não serem ‘legítimas’. Por exemplo, durante a realização da questão 2 da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6), Maria José apercebe-se que muitos alunos estão a tentar desenhar os azulejos em cima da imagem, por forma a determinar o número total de azulejos que serão necessários para preencher o painel que se encontra danificado. Ora, uma vez que esta questão tinha sido pensada para levar os alunos a usar a ideia que, para determinar o número de elementos em disposição retangular basta multiplicar o número de elementos de uma coluna pelo número de elementos de uma linha, a tendência que observa nos seus alunos de desenhar todos os elementos da figura (neste caso todos os azulejos) constitui um momento de preocupação para Maria José (ver exemplo do registo de um aluno na Figura 8.5). Quando se apercebe que um grande grupo de alunos optou por este caminho, Maria José decide fazer alguns comentários para toda a turma, chamando a atenção para observarem que os azulejos, ou parte deles, que estão na extremidade do painel podem ajudar a determinar o número total de azulejos e para relembrarem a estratégia de cálculo que se mostrou mais rápida na resolução das questões da primeira parte da tarefa (ver episódio IV-8).

Episódio IV-8

O exercício anterior ajuda-nos perfeitamente a fazer este exercício!

Maria José: Têm de fazer os cálculos. Não é para desenhar! (...) Nós temos aí bocadinhos de azulejos que vos podem ajudar a pensar no caminho... nos cálculos que têm de fazer. Se não tivéssemos bocados nenhuns de azulejos era difícil mas, como temos, vamos tentar com os bocadinhos que lá estão... se calhar, facilmente conseguem perceber a estratégia para chegar aos outros todos. O exercício anterior [primeira parte da tarefa] ajuda-nos perfeitamente a fazer este exercício, sem grandes dificuldades e sem desenhos.

(AOMJ2, 03/11/2010)

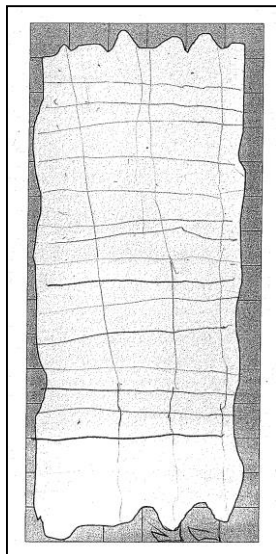


Figura 8.5 - Registo efetuado por Filipe na resolução da questão 2 da tarefa 1.1

Na sessão em que a equipa reflete sobre a exploração desta tarefa na sala de aula, Maria José, ao aperceber-se que na sua turma ocorreram muito mais situações destas do que na turma de Manuel, coloca a possibilidade de ter ‘errado’ no modo como conduziu a exploração da tarefa. Afirma que, por não querer influenciar as estratégias que os alunos iriam seguir, não os advertiu inicialmente para não recorrerem à representação dos azulejos.

Maria José: É engraçado, ele [o manual] não teve nenhum a fazer isto (aponta para a produção de Carla em que o painel foi dividido em azulejos). Então, o erro foi meu!

Eu: De quê?

Maria José: De eles dividirem isto.

Manuel: Tenho, tenho eu já te vou mostrar... há dois ou três.

Maria José: Mas, oh Manuel é que os meus, um grande grupo, a primeira coisa que fez, foi isto (aponta novamente para a produção de Carla em que o painel foi dividido em azulejos).

Manuel: No meu caso... dois ou três perguntaram logo se podiam fazer [os riscos] (...) E eu na altura disse logo que não.
(...)

Maria José: Eu senti uma dificuldade. (...) Quando eu os vi fazer os riscos dos azulejos (...) Eu de facto não disse para não fazerem. Deixei à-vontade e então houve uma quantidade deles a fazerem. (...) Eu não queria avançar, pronto, com a situação de dar muitas dicas. Estás a perceber? Quando a Catarina pegou, fez o paralelismo e que eu não tinha feito. (...) Mas depois de fazer isso conseguiram. Um grande grupo percebeu.

(S10, pp. 6, 7)

Contudo, Maria José parece também considerar que parte destes alunos só compreenderam que poderiam seguir uma estratégia mais eficaz (recorrendo ao produto de 15 por 6) quando intervenho e, com a turma toda, tento sistematizar as conclusões que a primeira parte da tarefa permite tirar. Para Maria José parece ter sido neste momento que os alunos conseguiram estabelecer o ‘paralelismo’ entre a primeira parte da tarefa e esta segunda parte, característica que começa a valorizar nas tarefas durante a sua participação no projeto.

8.5.3 O momento de discussão das tarefas

8.5.3.1 Aspetos que se destacam

(i) ***Promover o diálogo e a partilha de ideias: uma forma de contribuir para a compreensão dos raciocínios dos alunos pela turma***

Como já foi referido anteriormente, com a participação no projeto, Maria José passa a conferir mais valor à participação dos alunos nos vários momentos da exploração das tarefas. Referindo-se, em particular, ao momento de discussão, considera que o facto de os alunos serem incentivados a explicar à turma como pensaram promove um maior envolvimento no trabalho que realizam em torno da tarefa (tanto no momento de realização como de discussão) e contribui para o desenvolvimento do seu raciocínio.

Eu própria comecei a dar-lhes oportunidade de serem eles os primeiros a dizerem aquilo que tinham feito... Eu acho que isso foi uma mais-valia que resultou, e hoje ouço-os e vejo em qualquer situação o que é que se passa (...). Antes que eu lhes diga qualquer coisa eles dizem: *Eu fiz assim...*, *Eu fiz de outra maneira...*, e eu acho que eles tiveram muito mais despertados para o que estavam a fazer e que desenvolveram muito mais o raciocínio. (...) Foi-lhes mais dada a oportunidade de serem eles a dizer, a expor e eu era mais como ouvinte e que os tentava levar para aquilo que era... que era dado. Eu acho que foi uma diferença que se notou. Enquanto, antes, era eu que dizia, que expunha, que perguntava: *Há dúvidas? Não há dúvidas? Vamos trabalhar não sei o quê*. Com este projeto aprendi que vamos deixá-los que sejam eles a desenvolver e depois sou eu que vou limar as arestas. (E2, p. 7)

Tentando caracterizar o seu papel no momento de discussão das tarefas, Maria José assume-se “mais como ouvinte” e como alguém “que os tentava levar” e “que lima as arestas”. A sua função é “aproveitar o que eles [os alunos] têm para dizer para... para

poder dizer aos outros” (E2, p. 15). Parece, assim, ver-se como uma mediadora destes momentos, gerindo as intervenções dos alunos e funcionando como uma espécie de interlocutora do seu discurso. O seguinte excerto do momento de discussão da tarefa 2.3 – Quantos mini *donuts*? (anexo 6), ilustra o modo como Maria José lida com este momento de exploração das tarefas, permitindo evidenciar estes aspetos:

EpisódioV-8

Vocês querem fazer alguma pergunta?

Maria José: Em relação ao primeiro problema, eu estive a ver e agora vem cá a Micaela e o Rúben dizer-nos como fizeram. (...) Toda a gente olha e ouve! (...) Digam:

Micaela: Nós fizemos 15 caixas vezes 7 donuts e deu-nos 105 (apontando para a folha A₃ com os registos efetuados por si e por Rafael – ver Figura 8.6).

Maria José: Eu posso fazer uma pergunta? Ou melhor, vocês querem fazer alguma pergunta? (...) Diz Joaquim.

Joaquim: Como é que eles sabem o número de caixas?

Maria José: Como é que vocês chegaram ao 15? Como é que conseguiram descobrir que são 5 caixas? Têm aqui uma pergunta! Eles vão responder.

Rúben: Não se ouve.

Maria José: Como? Ah fizeram $5 + 5 + 5$. Deviam ter registado para nós sabermos como é que os meninos chegaram ao 15 (...) Beatriz e Henrique, a vossa dúvida também era essa?

Beatriz: Sim.

Maria José: Pronto, E a seguir?

Rúben: (não se ouve).

Maria José: Mais alto!

Rúben: (não se ouve).

Maria José: Mais alto!

Rúben: Depois fizemos: 70 é igual a 7 vezes 10, mais 35, porque é igual a 5 vezes 7.

Maria José: Ah! Pronto, está aqui (aponta para o canto inferior da folha dos alunos). Então fizeram de duas maneiras! Mas primeiro fizeram o algoritmo, não foi?

Rúben: Sim.

Maria José: Então aqui (Figura 8.6) eles fizeram 70 que é igual a 7 vezes 10 mais...Ah! 35 que é 5 vezes 7. Se calhar deviam, ter feito ao contrário. Não deviam ter posto logo o 70 ... 7 vezes 10 é que é igual a 70, mais 5 vezes 7 que é igual a 35. E, depois, somavam para dar isto (aponta para o 105). Pronto, esta foi uma maneira. Eu estive a ver e vários meninos fizeram esta estratégia (aponta para o algoritmo) agora vem a Beatriz e o Henrique.

(AOMJ7, 14/01/2011)

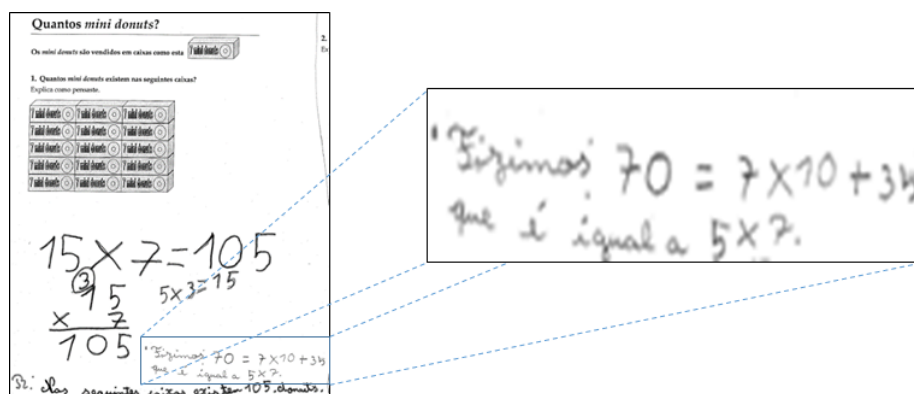


Figura 8.6 - Registo efetuado por Micaela e Rúben relativos à questão 1 da tarefa 2.3

Uma das preocupações de Maria José evidenciadas por este episódio é que toda a turma oiça e compreenda o raciocínio dos alunos que estão a apresentar a tarefa. Apesar de pedir a estes alunos para falarem mais alto acaba, quase sempre, por repetir o que eles disseram, na maioria das vezes, redizendo o seu discurso. Este modo de agir tem como objetivo tornar o discurso perceptível pela turma, o que é consistente com a sua preocupação de os alunos compreenderem o modo de pensar dos colegas. Tenta, também, que sejam os alunos a colocar questões aos colegas que estão a apresentar, promovendo assim uma maior interação entre eles. É interessante observar que, apesar desta preocupação, tanto os alunos que colocam as questões como os que respondem, tendem a dirigir-se a Maria José, o que reforça a ideia de esta assumir o papel de interlocutora do discurso.

(ii) ***Dar voz a quem tem mais dificuldades ou participa pouco e selecionar os alunos pelas suas estratégias: à procura de um equilíbrio***

Como vimos no capítulo 7, a discussão sobre o modo como são selecionados os alunos para apresentarem as suas resoluções no momento de discussão da tarefa surge na 10.^a sessão de trabalho da equipa a propósito da reflexão da exploração da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos (anexo 6), uma das primeiras tarefas a ser proposta aos alunos no âmbito do projeto. Para Maria José, nesta fase, escolher os alunos que menos têm iniciativa de pedir para intervir, que correspondem aos que habitualmente manifestam mais dificuldades na área da Matemática, constitui o critério que utiliza para selecionar quem apresenta as estratégias utilizadas na resolução da tarefa. Na sua perspetiva, esta opção permitirá dar voz aos alunos mais fracos que, se não forem solicitados, não terão oportunidade de participar. Parece constituir também uma forma de perceber como é que estes alunos resolveram a tarefa e se conseguem verbalizar o modo como pensaram. Para

segundo plano, ficam aqueles que já responderam a alguma questão ou que Maria José sabe que resolveram bem a tarefa e que não costumam manifestar muitas dificuldades nesta área.

Eu: Tenho aqui uma frase dita pela Maria José no momento da discussão: *Quem falou na primeira vez não vai falar na segunda vez.*

Maria José: Porquê, não posso? (em tom de brincadeira)

Eu: Isto tem a ver com a seleção de quem fala. Portanto há aqui uma preocupação de...

Maria José: De todos participarem. Pois, porque senão uns coitadinhos ficam sempre para trás.

(...)

Maria José: É que depois temos a tendência, não sei porquê. Pronto, há alturas em que eu noto que vou aos que são mais fracos. Estou sempre em cima deles...

Manuel: Mas há uns que são excelentes...

Maria José: Pronto, vou sempre aqueles. E os outros estão: *E eu? E eu? Eu sei e tu nunca me perguntas.* Como eu já sei que os outros sabem, vou sempre descuidando dos outros. Porque eu já sei, à partida, que eles sabem. Porque é que eu vou estar a perguntar-lhes? Interessa-me é ir questionando os que não sabem para ver se eles começam a pensar. E eu tenho essa preocupação. E hoje, eu pensei, eu tenho de dar a voz a todos e disse: *Quem falou na primeira vez não fala na segunda*, senão vou sempre aos mesmos. Percebe?

(S10, p. 9)

O processo utilizado por Maria José para selecionar os alunos que irão apresentar as suas estratégias conduz à solicitação de um número considerável de alunos, o que implica que o momento de discussão das tarefas demore um tempo considerável. Decorrente da discussão que ocorreu na 10.^a sessão de trabalho da equipa sobre o modo de seleção dos alunos neste momento de exploração das tarefas, segue-se uma fase em que Maria José começa a solicitar a um menor número de alunos ou grupos de alunos para apresentarem as suas estratégias, atendendo, essencialmente, à diversidade de estratégias a que recorrem. Por exemplo, na discussão da primeira parte da tarefa 2.3 – Quantos mini *donuts*? (anexo 6), Maria José pede apenas a três grupos que apresentem as suas estratégias (ver Figura 8.7).

São dois os motivos que justificam a escolha destas produções. As duas primeiras, foram selecionadas por corresponderem estratégias diferentes. A produção de Micaela e Rúben foi a primeira a ser escolhida, por corresponder à estratégia mais comum utilizada pela turma. Seguiu-se a de Beatriz e Henrique, por ser uma estratégia diferente da primeira e que Maria José parece encarar como uma boa alternativa ao uso do algoritmo. A última

produção, apesar de incluir a mesma estratégia da primeira, foi realizada por alunos em relação aos quais Maria José terá observado algumas dificuldades, pelo que a solicitação da sua apresentação não se relaciona com a estratégia em si, mas com a possibilidade de ouvir os alunos que a realizaram.

Eu vi estes dois (aponta para as duas primeiras produções da Figura 8.7) e pensei pedir a estes primeiro (refere-se à resolução de Micaela e Rúben) porque seguiram o algoritmo e isso seria o que eles estão mais habituados a fazer. Depois vi a da Beatriz e do Henrique e que tem a decomposição, para eles também perceberem que é diferente e que eles também podem fazer sem o algoritmo. (...) Aqui (aponta para a última produção da Figura 8.7) foi porque eles tiveram uma certa dificuldade e foi por isso que lhes pedi para eles virem. Foi mais por isso. Depois, os outros, tinham muito assim (aponta para a primeira produção representada na Figura 8.7). (S15, p. 1)


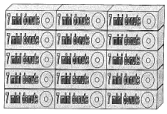

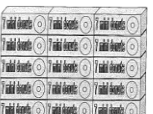

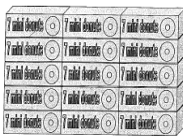
<p>Quanto mini donuts?</p> <p>Os mini donuts são vendidos em caixas como esta </p> <p>2. Ex</p> <p>1. Quanto mini donuts existem nas seguintes caixas? Explica como pensaste.</p>  <p>$15 \times 7 = 105$</p> <p>$5 \times 3 = 15$</p> <p>$\begin{array}{r} 15 \\ \times 7 \\ \hline 105 \end{array}$</p> <p>3. Sejam 70 = 7 x 10 + 34 que é igual a 5 x 7.</p> <p>R: As seguintes caixas existem 105 donuts.</p>	<p>Quanto mini donuts? 2011/01/14</p> <p>Os mini donuts são vendidos em caixas como esta </p> <p>2. E nas seguintes ca Explica como pensaste</p> <p>1. Quanto mini donuts existem nas seguintes caixas? Explica como pensaste.</p>  <p>$35 + 70 = 105$</p> <p>$5 \times 3 = 15$</p> <p>$15 \times 7 = 105$</p> <p>$10 \times 7 = 70$</p> <p>$5 \times 7 = 35$</p> <p>R: Existem nas seguintes caixas 105 mini donuts.</p>	<p>Quanto mini donuts?</p> <p>Os mini donuts são vendidos em caixas como esta </p> <p>1. Quanto mini donuts existem nas seguintes caixas? Explica como pensaste.</p>  <p>$15 \times 7 = 105$</p> <p>$\begin{array}{r} 15 \\ \times 7 \\ \hline 105 \end{array}$</p> <p>R: Existem 105 mini donuts nas caixas.</p>
Micaela e Rúben	Beatriz e Henrique	Filipe e Vilma

Figura 8.7 - Registos selecionados por Maria José no momento de discussão da tarefa 2.3

Os motivos que orientam a seleção dos alunos que apresentam as suas estratégias à turma passam a ser informados por uma tentativa de atender às características das estratégias e às especificidades dos alunos que as apresentam. Mais concretamente, tende a selecionar alunos que tenham recorrido a estratégias diferentes na resolução das tarefas e, também solicitar os que revelam mais dificuldades, ou que raramente se oferecem para intervir. Embora, Maria José não manifeste grandes tensões e dificuldades em assumir e defender estas intenções, como se pode observar no ponto seguinte, a sua concretização traz-lhe algumas dúvidas e dificuldades.

8.5.3.2 Desafios que se colocam

(i) *Selecionar os alunos: como evitar o esquecimento de estratégias eficazes?*

Como vimos, ao selecionar estratégias, Maria José evidenciou um certo conforto com uma espécie de conjugação entre a solicitação de alunos que naturalmente são menos interventivos e a ideia de valorizar as diferentes estratégias usadas na resolução das tarefas. Contudo, quando na última entrevista Maria José se refere às dificuldades que sentiu na exploração das tarefas durante o projeto, salienta precisamente a seleção dos alunos para apresentarem as suas estratégias no momento de discussão, referindo o seu receio de não propor, por esquecimento, a apresentação de alguma estratégia, principalmente, se esta for eficaz.

(...) Fazer esta seleção, dos alunos que... foi a parte que eu de facto senti mais dificuldade! (...) E, às vezes, uma pessoa nem sempre selecionava aquele que eu queria que os outros vissem... que tinha uma resolução mais eficaz, mais confortável e que podia ser a melhor. (...) Portanto... *este resolveu assim, outro resolveu de outra maneira... Mas este também o resolveu e, se calhar, este é melhor...* Depois, procurar o melhor caminho, o mais eficaz, o mais fácil, o mais rápido. (E2, p. 16)

Efetivamente, houve situações em que Maria José se esqueceu de solicitar a apresentação de algumas estratégias diferentes das que foram apresentadas à turma. Por exemplo, na tarefa 2.3 – Quantos mini *donuts*? (anexo 6), é durante a sessão de trabalho da equipa, quando analisa as produções dos alunos, que se apercebe que a estratégia representada na Figura 8.8 é diferente e não foi apresentada à turma, afirmando: “Olha, desta esqueci-me! (S15, p. 2).



Figura 8.8 - Registo não selecionado por Maria José no momento de discussão da tarefa 2.3

Talvez por não a considerar uma ‘boa’ estratégia, no sentido de ser eficaz, não se mostra muito preocupada por este esquecimento, afirmando simplesmente: “Ah esses... fizeram 15, mais 15, mais 15, mais 15... e depois, 1, mais 1, mais 1, mais 1... Pronto, por acaso devia ter sido o primeiro” (S15, p. 2).

No entanto, numa sessão posterior ao refletir sobre o momento de discussão da tarefa 3.2 – Vamos colocar azulejos II (anexo 6), durante a 18.^a sessão, Maria José mostra alguma preocupação por se ter esquecido de solicitar a apresentação da estratégia usada por Celeste relativa à questão 1.3 desta tarefa. Para determinar o número de azulejos do painel (ver Figura 8.9), esta aluna recorreu a uma estratégia adequada e bastante eficaz ao fazer o produto de 12 por 8 (ver Figura 8.10). O surgimento de um número alargado de estratégias na realização desta questão parece ter estado na origem da dificuldade de Maria José em se lembrar de todas as estratégias diferentes que identificou no momento de realização da tarefa e em relação às quais tinha a intenção de solicitar a sua apresentação.

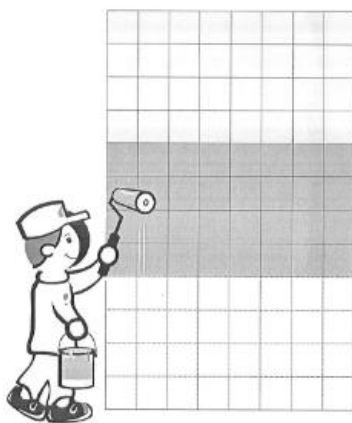


Figura 8.9 - Imagem da tarefa 2.3

Maria José: Eu esqueci-me do 8x12 da Celeste.

Eu: Pois, é que aqui a dificuldade aumenta porque houve mais estratégias diferentes.

Maria José: Pois foi. Eu depois perdi-me e já não sabia muito bem o que eles tinham feito.

Eu: Aliás, até há uma altura em que a Maria José avança na sala para procurar outra estratégia

Maria José: Porque eu esqueci-me. Não consegui... A cabeça já não dá para tudo. Pronto, eu tinha andado a ver o que eles tinham feito. Mas, esqueci-me!

(S18, p. 2)

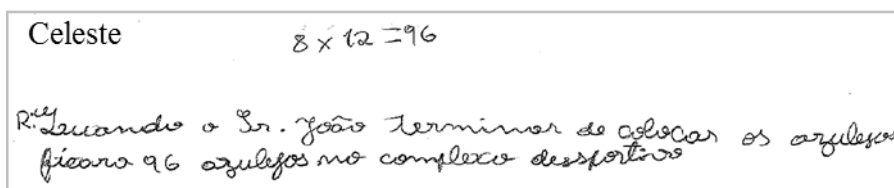


Figura 8.10 - Registo não selecionado por Maria José no momento de discussão da questão 1.3 da tarefa 3.2

Dado que, tanto no caso de Manuel como no de Maria José, o momento de discussão das tarefas era o que lhes trazia mais dificuldades, propus-lhes a discussão do texto “Orquestrar discussões coletivas: cinco práticas essenciais”¹⁶, onde um dos aspetos referidos é, precisamente, a organização das estratégias a apresentar à turma. Após esta discussão, durante o momento em que os alunos realizam as tarefas, Maria José passa a efetuar o registo, num bloco de notas, das estratégias e dos respetivos alunos que as utilizaram. Na última entrevista, Maria José reflete sobre este ‘novo’ modo de agir, considerando-o fundamental para organizar eficazmente o momento de discussão das tarefas.

Comecei de facto a fazer de outra maneira... Uma das reflexões que nós tivemos, em que a Catarina disse que era bom irmos...irmos num caderninho apontando e passando pelo lugar, e isso resultou! Eu aproveitei, e resultou porque eu ia passando... porque, às vezes, quando isso não se fazia nós quando estamos ali [no momento de apresentação das estratégias]: *Olha, diz-me como é que resolveste?* (E2, p. 17)

(ii) *Ordenar a apresentação das estratégias*

A ordem pela qual devem ser apresentadas as estratégias é outro dos aspetos sobre o qual Maria José assume sentir algumas dúvidas no momento da discussão das tarefas. Por várias vezes, nas sessões de trabalho da equipa, afirma que alteraria a ordem de apresentação das tarefas, parecendo necessitar de mais tempo, no momento da sua discussão, para efetuar a ordenação das estratégias que posteriormente viria a considerar mais adequadas. Mais uma vez, estas decisões mostram-se mais difíceis quando o número de estratégias diferentes apresentadas pelos alunos é maior. Foi o que aconteceu, por exemplo, na questão 1.3 da tarefa 3.2 – Vamos colocar azulejos II (anexo 6), já referida no

¹⁶ Documento concebido pela equipa do PFCM 2009/2010 da ESE de Setúbal.

ponto anterior. A Figura 8.11 inclui o conjunto de estratégias diferentes relativas a esta questão e a ordem pela qual foram apresentadas à turma.

1.º	$8 \times 4 \times 3 = 96$ <p>R: Quando terminar o 3.º João terá colocado 96 azulejos.</p>	Jacira
2.º	$4 \times 8 = 32 \quad 4 \times 8 = 32 \quad 32 + 64 = 96$ <p>R: Quando terminar terá 96 azulejos.</p>	Micaela
3.º	$4 \times 8 = 32$ $4 \times 8 = 32$ $4 \times 8 = 32$ $32 + 32 + 32 = 96$ <p>R: Quando terminar terá colocado 96 azulejos.</p> <p>Eu fiz assim porque eu contei sempre 4 vertical e 8 na horizontal por isso fiz 3 vezes o $4 \times 8 = 32$ porque se fiz 3 vezes o 32 eu soube que 32 + 32 + 32 = 96</p>	Guilherme
4.º	$32 + 64 = 96$ <p>Quando terminar o 4.º João terá colocado 96 azulejos</p>	Henrique
5.º	$\begin{array}{r} 32 \\ \times 3 \\ \hline 96 \end{array}$ <p>R: Quando terminar o 4.º João terá colocado 96 azulejos.</p>	Joaquim

Figura 8.11 - Registos selecionados por Maria José no momento de discussão da questão 1.3 da tarefa 3.2

Depois de colocar em cima da mesa as produções dos alunos que foram selecionados para apresentar as suas resoluções, Maria José afirma que tomaria outras opções em termos de ordem das apresentações das estratégias. Refere que a da Micaela deveria ser a primeira, e, com alguma hesitação, sugere que podia seguir-se a do Henrique por, na sua perspetiva, evidenciar o estabelecimento com as questões anteriores. Revela que não tem dúvidas que a estratégia de Jacira nunca poderia ser a primeira por esta incluir a ideia do triplo da quantidade 8×4 . Refere, também, que o que orienta estas escolhas é a rapidez das estratégias na resolução da tarefa.

Maria José: Mas a Jacira nunca seria a primeira. Agora, neste momento, nunca poria em primeiro. (...) Ela fez 8 vezes 4 vezes 3 que era o triplo. Portanto, um era 8 vezes 4 e ela viu-o três vezes. Também não sei o que me passou para pôr a Jacira em primeiro. Por exemplo esta, como tem aqui estas adições... Portanto seria a Micaela em primeiro. Depois, se calhar o Henrique que foi buscar os resultados anteriores.

Manuel: Mas eu acho que essa é muito válida...

Eu: Ah! Completamente. O facto de serem as primeiras, não quer dizer que não sejam válidas.

Manuel: Sim, sim. Eles trazem muito a ideia do que vão fazendo...aquela ideia de vamos utilizar o que fizemos anteriormente. E eles aqui perceberam rapidamente que 32 é 4 vezes 8 que já calculei anteriormente e já não preciso de calcular e 8 vezes 8 é 64...

Eu: Manuel ainda bem que diz isso, porque não é o facto de os alunos recorrerem à adição, não quer dizer que estejam a utilizar uma estratégia menos eficaz.

Maria José: Não, não... eles perceberam, nitidamente, e relacionaram. Eles perceberam logo.

(...)

Eu: Portanto, temos aqui várias estratégias... mas, porque é que é importante ordená-las com uma determinada lógica, como dizia há pouco a Maria José? Qual é o objetivo de as ordenar?

Maria José: Para eles também, lá na cabecita deles, também perceberem que podemos partir de situações mais complicadas, portanto com mais cálculos. Por exemplo, neste caso (aponta para a estratégia de Guilherme) tínhamos de fazer mais cálculos, ou este (aponta para a estratégia de Henrique) que já sabemos o anterior, somando mais este [32], temos o resultado, que é mais fácil de estarmos a fazer aquilo tudo (aponta para a estratégia de Guilherme).

Eu: Portanto, coloca uma sequência das produções, baseada na ideia das estratégias menos rápidas...

Maria José: Sim, para as estratégias mais rápidas. Porque, ao fim ao cabo, eles chegam sempre ao mesmo produto (...). Mas, na sala de aula, eu sinto dificuldade nisso. Pronto, ter ali 24 [alunos] e saber o que é que cada um fez na altura para, depois, pensar ainda em relacionar...

(S18, p. 2)

(iii) *A legitimidade de alguns registos e justificações dos alunos na resolução das tarefas*

A legitimidade de algumas afirmações apresentadas pelos alunos para justificarem os seus raciocínios na resolução das tarefas, constituiu para Maria José um aspeto que suscita algumas dúvidas. Por exemplo, no momento de discussão da tarefa 1.2 – Vamos construir a tabuada do 6 (anexo 6), apercebe-se que alguns alunos justificam o resultado de produtos da tabuada do 6 em que o multiplicando é superior a 5, afirmando que recorreram à propriedade comutativa da multiplicação. Apesar de no momento de discussão da tarefa Maria José ter aceitado esta justificação, na 11.^a sessão de trabalho, quando a equipa reflete sobre a exploração da tarefa, embora não explicita os motivos pelos quais considera que a

propriedade comutativa não corresponde a uma ‘boa’ justificação destes produtos, relembra o momento da preparação da tarefa em que eu chamei a atenção para este aspeto, afirmando ter-se esquecido desta recomendação.

Pronto, e eu fiz também uma coisa que a Catarina me tinha falado e eu esqueci-me, que a partir do 6×6 , para não aplicar a propriedade comutativa. Mas, eu fui levada um bocado por eles também e fui deixando e verifiquei que foram usando a partir do 8, do 9, 10, 11, 12 e por aí fora. Mas de qualquer maneira vi que houve um grupo que compreendeu. (S11, p. 2)

A dúvida de Maria José acerca da legitimidade do uso desta propriedade para justificar os produtos encontrados parece relacionar-se com o facto de sempre ter transmitido aos seus alunos que perante uma multiplicação, principalmente quando recorrem ao uso do algoritmo, eles poderão alterar a ordem dos fatores de acordo com o que o que consideram ser mais conveniente e mais fácil para eles. Neste sentido, parece que receou entrar numa espécie de contradição relativa às ideias que já transmitira aos seus alunos. À medida que eu vou explicando que se trata de uma situação diferente e que, neste caso, o que está em causa não é o facto de ser ou não verdade que 8×6 terá o mesmo resultado que 6×8 , mas sim que o primeiro produto não foi calculado através do conhecimento do segundo, Maria José vai completando as minhas frases mostrando compreender que, nesta situação, a referência à propriedade comutativa da multiplicação não faz sentido para justificar as conclusões dos alunos.

Eu: Voltando à questão da propriedade comutativa...

Maria José: Ah! Sim. Eu depois deixei... eu também fui um bocado arrastada. Mas, também, não sei até que ponto se pode usar ou não. Porque, quando, nós pedimos para fazer uma multiplicação, por exemplo 24 vezes 6, para eles depois fazerem o algoritmo eles depois fazem 6 vezes 24. Trocam a ordem dos fatores.

Eu: Sim, mas aqui tínhamos a construção da tabuada do 6. A ideia é usar produtos já conhecidos. Por exemplo, eles [os alunos] diziam 8×6 é 48 porque é igual a 6×8 . É verdade! A questão é que...

Maria José: Eles ainda não tinham aprendido a tabuada do 8.

Eu: Isso! Não tinham aprendido a tabuada do 8, por isso, não podiam recorrer-se dela para...

Maria José: para avançarem.

Eu: Eles estavam a referir uma propriedade que existe, que é verdadeira, mas não estavam a utiliza-la propriamente no cálculo daqueles produtos. Eles não recorreram a esse conhecimento...

Maria José: Pois não, eles recorreram ... digamos, por saberem, à partida, teoricamente, que podem utilizar a propriedade comutativa.

Eu: E apercebeu-se disso quando?

Maria José: Na sala de aula, quando acabou.

Eu: Não terá sido quando disse aos alunos a determinada altura: *Pronto, eu agora não quero mais a propriedade comutativa!*

Maria José: Sim, sim (risos). Mas isso foi mais para o fim, não foi? Há coisas que já não me lembro.

Eu: Pois foi. Foi nos últimos produtos.

(S11, p. 3)

Há também situações em que Maria José questiona a correção de alguns registos efetuados pelos alunos. Por exemplo, relativamente à exploração da mesma tarefa, questiona-me sobre a correção do registo efetuado por Guilherme e Vilma. (ver zona assinalada na Figura 8.12).

The image shows a student's handwritten work on a grid. The first part of the grid contains the calculation $9 \times 6 = 54$. The second part contains the text "Porque $10 \times 6 = 649$ " followed by a red circle around the expression $10 - 1 \times 6$ and then $4 \times 6 + 5 \times 6$.

Figura 8.12 - Registo efetuado por Guilherme e Vilma na resolução da tarefa 1.2

Ao falar sobre a sua dúvida, neste caso sobre a correção do registo $10 - 1 \times 6$ para representar 9×6 , Maria José conclui que de facto a primeira expressão não corresponde a 9×6 , mas sim a $10 - 6$, pelo que haverá a necessidade de, algum modo, assinalar que $10 - 1$ surge nesta expressão como uma representação de 9.

Maria José: E há aqui uma situação que eu fiquei... que não sabia se estava correto. Está aqui este [aponta para a produção representada na Figura 8.12]! Nós podíamos aceitar o que estes miúdos fizeram? Ah, aqui não! Porque o 1 multiplica-se por 6 e não é. Agora que eu estou a falar é que estou a ver.

Eu: Pode. Mas não se deve representar assim. Se pusermos aqui parênteses...

Maria José: Pronto, mas eu queria ver se não faziam isto, porque para fazerem isto tenho de avançar mais e falar na função dos parênteses.

(S11, p. 2)

Quando na 11.^a sessão de trabalho da equipa, Maria José relata estas duas situações, atribui a origem das suas dúvidas, não à falta de preparação da tarefa, mas a uma mudança do modo como tem trabalhado com os seus alunos que origina o surgimento de aspetos com que não se tinha deparado ou sobre os quais não tinha ainda pensado. Esta mudança leva-a a sentir-se um pouco confusa quanto às decisões que tem de tomar no momento de discussão das tarefas. É interessante observar que Maria José acaba por encontrar as respostas para as suas dúvidas ao falar sobre elas. A reflexão sobre a exploração das tarefas

parece constituir um momento em que clarifica dúvidas e adquire segurança relativamente às decisões que tomou, ou que pensou tomar durante a discussão das tarefas.

(...) vão surgindo dúvidas porque à medida que as coisas vão acontecendo, por muito que nós trabalhemos e nos preparemos, há sempre dúvidas que eles nos colocam e uma pessoa que não está habituada com este tipo de trabalho, deparamo-nos com determinadas situações e ficamos confusas. (S11, p. 2)

(iv) ***Compreender algumas estratégias usadas pelos alunos***

Na última entrevista, Maria José refere que uma das dificuldades que sentiu foi nem sempre aperceber-se durante a aula do modo como os alunos tinham efetivamente pensado para resolver as tarefas. Atribuindo a si esta responsabilidade, afirma que a leitura que fizera de algumas das estratégias apresentadas pelos alunos durante a aula nem sempre correspondia à interpretação que, *a posteriori*, fazia quando analisava as suas produções.

Talvez tenha a ver comigo... porque... depois quando eu fui ver o que eles fizeram, às vezes não correspondia muito bem aquilo que eu pensava que eles responderam... quando eu vi depois os trabalhos realizados por eles. (E2, p. 13)

Um exemplo destas situações ocorreu durante a reflexão sobre a exploração da tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos (anexo 6), a propósito da análise da estratégia apresentada por Vilma (ver Figura 8.13) e do episódio de sala de aula em que esta aluna explica à turma o modo como pensou para resolver a primeira questão desta tarefa (ver episódio VI-8). Esta consiste num problema de divisão ao qual está associado o sentido de partilha e cujo enunciado é o seguinte: “A Rita está a fazer a coleção dos cromos das WITCH e já tem 54 repetidos! Então pensou levá-los para a escola e partilhá-los com 9 amigas do 3.º B que também colecionam cromos das WITCH. Quantos cromos a Rita vai dar a cada uma?” (questão 1 da tarefa 6.1).

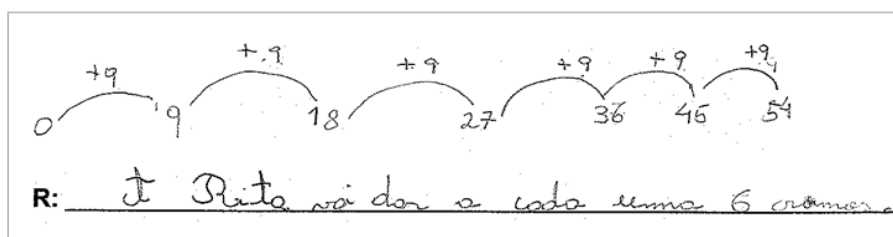


Figura 8.13 - Registo efetuado por Vilma na resolução da questão 1 da tarefa 6.1

Episódio VI-8

Então, fizeste adições sucessivas, não foi?

Maria José: Diz lá primeiro antes de escreveres.

Vilma: Fiz de 9 em 9 até 54.

Maria José: Mas porque é que fizeste de 9 em 9?

Vilma: Fiz 0, depois mais 9 que dá 9, depois mais 9, 18...

Maria José: Então, fizeste adições sucessivas, não foi?

Vilma: (acena afirmativamente com a cabeça)

Maria José: Fez adições sucessivas até chegar ao número...?

Vilma: 54.

Maria José: Que são os cromos que...

Vilma: Que ela tinha.

Maria José: E depois como é que soubeste que era 6?

Vilma: Eu contei os noves.

Maria José: Então foste ver quantas vezes puseste o número 9?

Vilma: Sim.

Maria José: Houve outros meninos que fizeram de outra maneira. Já vamos ver.

(AOMJ11, 23/02/2011)

No momento em que Vilma apresenta a sua estratégia à turma, Maria José vai-lhe colocando questões que visam a clarificação do modo como a aluna pensou ou iniciando frases que poderão suportar as suas explicações. Contudo, ao longo deste diálogo, a aluna nunca explica o que é que traduz o número 9 quando representa os vários ‘saltos’. Apesar de Maria José a questionar acerca do motivo que a levou a ‘juntar’ vários noves, nunca chega a perguntar-lhe o que representa cada um deles. Centra-se sobretudo na clarificação dos procedimentos de cálculo que conduziram esta aluna à resposta do problema.

Com o intuito de chamar a atenção da importância de atribuir significado aos números usados nas resoluções dos alunos para uma completa compreensão das suas estratégias, na sessão em que a equipa se debruçou sobre a reflexão da exploração desta tarefa, sugiro que analisemos o modo como Vilma poderá ter pensado. Durante esta discussão, Maria José parece revelar que é neste momento que compreende na totalidade o raciocínio desta aluna, assumindo que durante a apresentação da tarefa não se terá apercebido do que significava cada um dos ‘noves’ tendo em conta o contexto do problema.

Eu: Vamos ver o que a Vilma faz.

Maria José: Faz isto (aponta para a produção da aluna depois de a procurar de entre as várias folhas de resposta). Ela responde bem. Conta os noves e dá 6.

Eu: Diz que vai dar 6 cromos a cada uma, não é?

Maria José: Sim, vai dar 6 a cada.

Eu: Mas quando a Maria José lhe pergunta porque é que faz de 9 em 9 ela apenas responde que foi juntando os noves. O que é que está a fazer?

(Silêncio)

Eu: Está apenas a descrever o que está aqui (aponto para a produção da aluna). Mas a que é que corresponde cada um destes noves? Ela acaba por não explicar.

Maria José: Pois foi.

Eu: O que é que ela está a pensar quando escreve este 9 (aponto para o 9 representado no primeiro salto)

Manuel: Ela sabe que são 9 amigas.

Eu: Pois. Este primeiro salto significa que distribuiu os primeiros 9 cromos. Dá um a cada amiga.

Manuel: Sim.

Maria José: Pois foi.

Eu: Mas ela nunca explicou isto!

Maria José: Pois não. E eu também não vi logo!

(S22, p. 2)

Embora este seja um exemplo em que Maria José só se apercebe que não compreendeu completamente a estratégia da aluna durante a sessão de trabalho da equipa, houve outras em que se depara, na própria aula, com estratégias de alunos que assume ter dificuldade em compreender. Refere-se a produções de dois alunos que correspondem a esta situação (ver ponto 8.5.1.2), e, tal como noutras ocasiões, nenhum deles foi solicitado para as apresentar à turma. Assim, ao seleccionar estratégias para serem apresentadas, parece incluir apenas as que considera corretas e que compreende, ou pensa, compreender na sua totalidade.

8.5.4 A exploração das tarefas numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número

(i) *O estabelecimento da relação entre os contextos dos problemas e os cálculos*

Estabelecer a relação entre o contexto das tarefas e os cálculos que os alunos efetuam é uma preocupação que Maria José parece ter nos vários momentos de exploração das tarefas. No momento da sua apresentação tece vários comentários e observações no

sentido de levar os alunos a compreender as situações e as imagens a elas associadas (ver, por exemplo, episódio I-8 no ponto 8.5.1.1) e que partam para a resolução da tarefa com uma ideia dos procedimentos de cálculo que vão usar (ver episódio I-8 no ponto 8.5.1.1). A reflexão sobre o conteúdo dos comentários que faz neste momento de exploração das tarefas contribuiu para o reconhecimento que estes podem influenciar o modo como os alunos as resolvem, podendo até inibir o uso de boas estratégias ou fazer emergir alguns procedimentos desadequados (ver ponto 8.5.1.2).

Também durante o momento de realização da tarefa, em situações que observa que os alunos não estão a compreender o contexto da tarefa ou que não estão a utilizar corretamente a informação que este lhes transmite, opta por fazer chamadas de atenção que visam relacionar as situações e/ou as imagens associadas ao contexto com procedimentos de cálculo que considera mais adequados (ver episódio IV-8 no ponto 8.5.2.2).

Durante o momento de discussão das tarefas esta preocupação mantém-se. Tendo como principal objetivo que toda a turma compreenda os raciocínios e os procedimentos apresentados pelos alunos que vão ao quadro, assume o papel de interlocutora de questões colocadas pelos restantes, ou coloca ela própria questões que visam clarificar a relação entre os procedimentos e os números usados com o contexto. O momento da aula transcrito no episódio V-8 ilustra esta preocupação (ver ponto 8.5.3.1, item (i)).

Existem, no entanto, ocasiões, em que o estabelecimento destas relações não é solicitado. Estas parecem ocorrer, sobretudo, quando a própria Maria José não se apercebe durante a aula de uma possível relação entre os procedimentos usados por um determinado aluno e o contexto da tarefa. Por exemplo, no que respeita à tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos (anexo 6), quando posteriormente Maria José reflete sobre a exploração desta tarefa na sessão de trabalho da equipa, assume não ter compreendido completamente a relação entre a estratégia apresentada pela aluna e o contexto desta tarefa (ver episódio VI-8 no ponto 8.5.3.2, item (iv)).

O valor que atribui ao estabelecimento da relação entre os contextos dos problemas e os cálculos está também patente na forma como organiza os momentos de discussão e nos materiais que usa para apoiar estes momentos. Afixa no quadro imagens ampliadas das tarefas, para poderem apoiar eventuais explicações dos alunos que aí se deslocam para

apresentar as suas estratégias, como mostra a Figura 8.14. (imagens associadas às tarefa 7.2 – Posso comprar a Salamandra? e 7.4 – Gasolina, respetivamente).



Figura 8.14 - Imagens ampliadas das tarefas afixadas no quadro por Maria José, no momento da sua discussão

(ii) A consciencialização da existência de múltiplas estratégias

Como foi referido na secção anterior, o valor atribuído por Maria José à consciencialização por parte dos alunos da existência de diversas estratégias foi revelado de modo implícito no seu discurso. É durante a exploração das tarefas e na reflexão sobre essa exploração que explicitamente mostra valorizar este aspeto. Assume, por exemplo, que as práticas de resolução de problemas durante o projeto diferem do modo como habitualmente encarava este momento, passando a valorizar o surgimento de várias estratégias, em vez de apostar numa correção em que supunha não surgirem procedimentos de cálculo muito diferentes.

A preocupação com este aspeto é revelada, sobretudo, nos momentos de apresentação e discussão das tarefas. Por exemplo, o episódio I-8 é ilustrativo que esta se revela logo no momento de apresentação da tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos (anexo 6). Persistentemente, Maria José chama a atenção dos alunos para recorrerem a procedimentos de cálculo que eles entenderem, parecendo tentar distancia-los da ideia de recorrerem apenas ao algoritmo como habitualmente faziam na resolução de problemas (ver episódio I-8, no ponto 8.5.3.2, item (iv)).

No momento de discussão da tarefa 2.3 – Quantos mini *donuts*? (anexo 6), uma das preocupações de Maria José é que os alunos oiçam e compreendam as estratégias usadas pelos colegas que as apresentam (ver episódio V-8 no ponto 8.5.3.1, item (i)). Também os cuidados que passou a ter na seleção dos alunos que apresentam as suas resoluções à

turma, são reveladores desta preocupação. Para além de solicitar alunos que habitualmente revelam mais dificuldades na área da Matemática, ou que se mostram mais inibidos em falar para toda a turma, tenta que sejam apresentadas todas as estratégias diferentes a que os alunos recorreram durante a sua resolução (ver ponto 8.5.3.1, item (ii)). Contudo, o valor que atribui à perceção da existência de múltiplas estratégias na resolução das tarefas parece estar na origem de um dos desafios com que se depara durante o momento da sua discussão – o receio de se esquecer de solicitar a apresentação de alguma estratégia diferente das que já foram seleccionadas. Esta preocupação mostra-se mais evidente quando se trata de uma boa estratégia, no sentido de recorrer ao *uso de representações e/ou métodos eficazes* (ver ponto 8.5.3.2, item (i)), aspeto que será analisado no ponto seguinte.

(iii) O uso de representações e/ou métodos eficazes

A preocupação com o uso de representações e/ou métodos eficazes é manifestada ao longo dos vários momentos da exploração das tarefas. Por exemplo, no episódio II-8 (ponto 8.5.1.1, item (i)), que corresponde à transcrição de parte da apresentação da tarefa 1.2 – Vamos construir a tabuada do 6, Maria José chama a atenção dos alunos para relacionarem os produtos que têm de efetuar com os que já realizaram anteriormente, apelando, de modo implícito, ao *uso das propriedades da operação* multiplicação, neste caso, da propriedade comutativa. No mesmo episódio, pode também observar-se a sua preocupação em que os alunos compreendam que $6 + 6$ pode ser representado por 2×6 , o que traduz o valor que atribui à relação entre as operações, neste caso, entre a adição e a multiplicação. Também durante o momento de realização da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I (anexo 6), quando Maria José interrompe o trabalho que os alunos estão a realizar, aconselha-os a tentar relacionar a resolução da questão 2 com as estratégias já apresentadas e discutidas na questão 1.3. Implicitamente, está a solicitar-lhes que recorram à multiplicação para determinarem o número de azulejos da Figura 8.2 (estratégia que se mostra mais eficaz e mais rápida do que tentar desenhar todos os azulejos) e, em seguida, proceder à sua contagem (ver episódio IV-8 no ponto 8.5.2.2).

É no momento de discussão das tarefas que sobressai a sua preocupação com o uso de representações e/ou métodos eficazes. Como vimos, um dos desafios com que Maria José se depara neste momento prende-se com encontrar formas de evitar o esquecimento

de selecionar alunos para apresentar as suas estratégias, principalmente quando as considera eficazes (ver ponto 8.5.3.1, item (ii)). A estratégia de Celeste para calcular o número total azulejos dispostos num painel retangular (ver Figura 8.10), que inclui o recurso à multiplicação entre o número de colunas e o número de linhas do painel, é um exemplo de um método de cálculo que Maria José considera eficaz. Já os procedimentos utilizados na resolução da tarefa 2.3 – Quantos mini *donuts*? por um par de alunos (ver Figura 8.8), embora inclua o reconhecimento que basta recorrer à multiplicação entre 7 (número de *donuts* de cada caixa) e 15 (número de caixas) para determinar o número total de *donuts*, parece não ser considerada por Maria José uma estratégia eficaz por evidenciar o recurso a adições sucessivas da quantidade 15.

Também a ordenação da apresentação das estratégias selecionadas da questão 1.3 da tarefa 3.2 (ver Figura 8.11) e, principalmente as justificações que apresenta para a sua reordenação no momento em que reflete sobre as opções que tomou na sala de aula, revela a importância que Maria José atribui ao uso de representações e/ou métodos eficazes por parte dos alunos. Efetivamente, todas elas incluem o produto de 4×8 ou de 8×4 para determinarem o número de azulejos de uma cor, recorrendo, em seguida, à adição dos resultados obtidos nesses produtos. Salienta a importância da representação de Jacira, por esta evidenciar o recurso ao triplo do produto 8×4 (ver Figura 8.11). Esta seleção, para além de evidenciar o valor que Maria José atribui ao estabelecimento de relações numéricas, revela também a importância com a rapidez dos cálculos quando se resolvem os problemas, constituindo o uso do algoritmo, neste caso da multiplicação, um exemplo de um procedimento com estas características.

Contudo, o recurso a representações e/ou métodos de cálculo, por parte dos alunos, diferentes daqueles com que Maria José habitualmente lidava antes da sua participação no projeto, coloca-lhe alguns desafios. Nomeadamente, depara-se com situações em que sente algumas dúvidas acerca da correção, legitimidade e/ou compreensão dessas representações e/ou métodos usados. Por exemplo, ao refletir sobre a tarefa 1.2 – Vamos construir a tabuada do 6 (anexo 6), questiona-se sobre a legitimidade do uso da propriedade comutativa da multiplicação para justificar, por exemplo, que 8×6 é 48 porque é igual a 6×8 (produto ainda não conhecido dos alunos). Na mesma tarefa, Maria José questiona a

correção de algumas representações apresentadas pelos alunos, de que é exemplo a que se encontra assinalada na Figura 8.12. Também quando Filipe apresenta a resolução apresentada na Figura 8.4, assume não compreender o modo como este aluno pensou e o que o levou a fazer este registo. Efetivamente, trata-se do reconhecimento por parte deste aluno de que existem várias representações dos números (neste caso, que 54 é o mesmo que $0 + 54$), aspeto que não é valorizado por Maria José porque, na verdade, não corresponde a uma estratégia de resolução da questão 1.3 da tarefa 1.1.

8.5.5 Síntese

Durante a exploração das tarefas concebidas no âmbito do projeto, Maria José revela alguns aspetos que valoriza e desafios com que se depara. Dar ‘voz’ aos alunos constitui uma preocupação transversal aos vários momentos da aula e é algo que vai valorizando de forma crescente ao longo do projeto. Apesar de considerar importante que os alunos participem de forma mais ativa durante a exploração das tarefas, colocando questões e partilhando ideias e estratégias, assume que constitui para si um desafio, uma vez que contraria as suas práticas de sala de aula construídas ao longo de 30 anos. Na sua prática de sala de aula habitual, o momento em que os alunos tinham uma participação mais ativa era na realização das tarefas, ficando a seu cargo a explicitação do trabalho a realizar e a explicação dos conteúdos, quer antes da resolução das tarefas quer no momento da sua correção.

Em cada um dos momentos da exploração das tarefas identificam-se aspetos específicos que Maria José valoriza e/ou que constituem desafios. No que se refere ao momento de apresentação das tarefas preocupa-se em fornecer indicações aos alunos sobre o modo como devem desenvolver o seu trabalho. Quando as tarefas incluem a resolução de problemas, adverte-os sistematicamente para explicarem os seus raciocínios e apresentarem os seus cálculos, podendo estes incluir os procedimentos que os alunos entenderem. Já quando as tarefas visam o desenvolvimento do cálculo mental ou o trabalho em torno das tabuadas, faz apelo à necessidade de concentração dos alunos para as resolverem com sucesso. Informar os alunos sobre o modo como será organizado o

trabalho em torno da exploração das tarefas constitui outra das preocupações que manifesta neste momento. Para além da sequência de acontecimentos que perspectivou, dá indicações sobre os materiais a utilizar, a modalidade de trabalho adotada e as características dos registos que pretende que realizem. Por fim, revela também preocupações com a compreensão da tarefa por parte dos alunos, ajudando-os a interpretá-las. Em particular, caso se tratem de problemas, tenta que partam para a sua resolução com os ‘dados’ identificados. A leitura em voz alta de toda a tarefa e a solicitação sistemática aos alunos para completarem as suas próprias frases, parecem constituir uma tentativa de os envolver neste momento, aspetos que parece considerar fundamentais para que se inicie a resolução das tarefas. Quanto aos desafios com se depara, Maria José confessa que é neste momento que sente mais nervosa e insegura. Numa fase inicial do projeto, estes sentimentos parecem associar-se principalmente à minha presença nas aulas, precisando de algum tempo para ficar mais à-vontade. Com o seu desenvolvimento, a reflexão sobre as mensagens que transmite aos alunos nestes momentos e o confronto com os caminhos que estes seguem para resolver as tarefas parecem contribuir para uma maior consciencialização da relação entre estes dois aspetos, continuando, por isso, a constituir, um momento que vive com alguma tensão.

Quando os alunos se envolvem na realização das tarefas, sobressaem dois aspetos que Maria José valoriza. Um primeiro prende-se com o modo como parece encarar o papel dos alunos nesta fase e que, de algum modo, corresponde a uma continuidade da forma como sempre o perspectivou na sua prática de sala de aula. Efetivamente, o momento de realização das tarefas é um momento dos alunos, pelo que se preocupa em passar mensagens que fomentem a sua autonomia e envolvimento na sua resolução, sugerindo que sejam eles a pensar e reagindo negativamente a eventuais distrações. Um segundo aspeto relaciona-se com a preocupação de monitorizar o trabalho dos alunos. Enquanto estes resolvem as tarefas observa o seu trabalho, colocando questões ou fazendo comentários por forma a promover a melhoria dos registos dos alunos e de se aperceber do modo como eles estão a pensar. Lidar com estratégias que considera ‘desadequadas’, no sentido de não serem eficazes, parece constituir o seu principal desafio, sobretudo quando estas surgem de forma generalizada na turma. Quando convicta dessa desadequação, intervém, tentando

inverter a tendência dos alunos em seguir esse caminho. Tentando perceber a sua origem, na sessão de trabalho da equipa seguinte, interroga-se sobre a possibilidade de ter fornecido, ou não, indicações no momento de apresentação da tarefa que, eventualmente, tenham conduzido a essas situações.

Durante a discussão das tarefas, Maria José valoriza a compreensão, pela turma, das estratégias apresentadas, promovendo o diálogo e a partilha de ideias entre os alunos. Assume que tenta adotar um papel de mediadora destes momentos, preocupando-se em gerir as intervenções dos alunos e clarificando ou solicitando esclarecimentos sobre as suas explicações. Procura solicitar os alunos que habitualmente apresentam mais dificuldades na área da Matemática ou que, pelas suas características pessoais, se inibem em participar naturalmente. Contudo, preocupa-se também em solicitar alunos que, pela singularidade das suas estratégias, devem ser chamados a apresentá-las. Neste momento de exploração das tarefas depara-se também com alguns desafios. Um primeiro relaciona-se precisamente com a seleção dos alunos que vão apresentar as suas estratégias à turma. Principalmente quando surge uma grande diversidade de estratégias, Maria José admite que sente algum receio de se esquecer de alguma delas, mostrando uma maior preocupação no caso de esta ser uma estratégia eficaz. O facto de esta situação ter ocorrido nas suas aulas, levou Maria José a adotar o registo das estratégias e dos seus autores enquanto os alunos estão a resolvê-la, solução que lhe parece satisfatória. A ordenação da apresentação das estratégias à turma é outro aspeto em que assume ter dificuldade. Durante as reuniões da equipa, em algumas situações, confessa que, naquele momento, teria optado por outra ordem na apresentação das estratégias. As alterações que sugere e as justificações que apresenta relacionam-se, sobretudo, com a eficácia das estratégias e com os raciocínios, mais ou menos elaborados, que lhe estão associados. Depara-se com registos que suspeita serem incorretos e afirmações que, apesar de corretas, não justificam adequadamente as conclusões dos alunos, constituem também aspetos que lhe criam alguma tensão. Quando tem dúvidas acerca da legitimidade destes registos e justificações, na sala de aula, opta por ‘aceitá-los’ e esclarece essas dúvidas nas sessões da equipa. Por fim, a compreensão de algumas estratégias apresentadas pelos alunos nem sempre se mostra fácil para Maria José. Em algumas situações só se apercebe que não as compreendeu totalmente, quando nas

sessões da equipa analisa as produções dos alunos. Outras vezes, depara-se com este problema na sala de aula, optando por não solicitar estes alunos a apresentá-las à turma.

Do ponto de vista do desenvolvimento do sentido de número e no que respeita à aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo, destacam-se três aspetos que Maria José parece valorizar quando explora tarefas na sala de aula: (i) o *estabelecimento da relação entre os contextos dos problemas e os cálculos*, (ii) a *consciencialização da existência de múltiplas estratégias* e (iii) o *uso de representações e/ou métodos eficazes*. O valor que atribui ao primeiro aspeto revela-se sobretudo nos momentos de apresentação e discussão das tarefas. A preocupação com a consciencialização da existência de múltiplas estratégias, apesar de ser revelado nos vários momentos da exploração das tarefas, acaba por se evidenciar na preocupação que manifesta em selecionar todas as estratégias diferentes que surgiram na sua resolução e no modo como age durante a apresentação dos alunos, explicitando ou ajudando a explicitar os raciocínios nelas implícitos. Por fim, manifesta a preocupação com o recurso a representações e/ou métodos eficazes, que sobressai essencialmente no momento de discussão das tarefas e se revela, sobretudo, associada ao valor que atribui ao *uso das propriedades das operações*.

Capítulo 9

Conclusões

Este estudo tem como objetivo descrever e analisar as práticas de dois professores de seleção/construção, preparação e exploração de tarefas centradas no desenvolvimento do sentido de número dos alunos do 1.º ciclo, no contexto de um projeto colaborativo de desenvolvimento curricular. O estudo é orientado por dois grupos de questões às quais estão associadas fases distintas do trabalho letivo do professor em torno das tarefas. Estes dois grupos de questões relacionam-se, respetivamente, com a caracterização das práticas de seleção/construção e preparação de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos e das práticas de exploração dessas tarefas na sala de aula.

Com o primeiro grupo de questões pretendo identificar e compreender:

- As características das tarefas que são valorizadas pelos professores e as preocupações que orientam a sua seleção/construção;
- Os aspetos valorizados na preparação de tarefas;
- Os desafios que se colocam na seleção/construção e preparação das tarefas e o que os desencadeia;

- As preocupações com aspetos do sentido de número que sobressaem na seleção/construção e preparação das tarefas;
- Os aspetos valorizados e os desafios que se colocam na seleção/construção das tarefas, quando esta é realizada tendo por base a conceção de sequências de tarefas.

Com o segundo grupo de questões pretendo identificar e compreender:

- Os aspetos que se destacam nas práticas dos professores de apresentação, realização e discussão das tarefas e os desafios que se colocam em cada um destes momentos;
- As preocupações com aspetos do sentido de número que sobressaem na exploração das tarefas.

Este estudo decorre no contexto de um projeto colaborativo de desenvolvimento curricular que realizei com dois professores do 1.º ciclo, Manuel e Maria José. No ano letivo em que se inicia este projeto, ambos são professores na mesma escola há seis anos, lecionam o 3.º ano de escolaridade e encontram-se, pela primeira vez, a trabalhar com o novo Programa d Matemática (ME, 2007). Têm, contudo, experiências profissionais muito distintas. Manuel tem 35 anos de idade e 12 anos de serviço e Maria José tem 55 anos de idade e 30 anos de serviço.

O desenvolvimento do estudo foi apoiado por uma metodologia que segue uma abordagem interpretativa, de tipo qualitativo, na qual se valoriza a observação das ações dos professores e a compreensão do modo como eles próprios interpretam essas ações. Em concreto, neste estudo, tratou-se de observar, descrever e compreender o modo como os professores selecionam/constroem, preparam e exploram tarefas na sala de aula que visam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos, num contexto de trabalho colaborativo. Cada um dos professores constituiu um caso, construído e estruturado a partir das questões do estudo, da análise dos dados e da revisão da literatura focada nas práticas de desenvolvimento curricular dos professores.

Neste capítulo apresento as conclusões desta investigação, organizadas a partir das questões do estudo. Termina com uma reflexão sobre o seu desenvolvimento, organizada segundo duas dimensões: uma, com características mais pessoais, que pretende realçar o

contributo deste estudo para o meu desenvolvimento enquanto profissional; a outra, mais diretamente relacionada com o processo de investigação, que inclui algumas cogitações e indagações relativas a alguns resultados do estudo e ao projeto colaborativo.

9.1 Conclusões do estudo

9.1.1 Práticas de seleção/construção e preparação de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número

9.1.1.1 Características das tarefas que são valorizadas e preocupações que orientam a sua seleção/construção

No esquema da Figura 9.1 apresento as características das tarefas que Manuel e Maria José valorizam. Na zona central estão explicitadas as três grandes áreas de preocupações evidenciadas por estes dois professores quando selecionam/constroem tarefas. Uma dessas áreas relaciona-se com o envolvimento dos alunos na resolução das tarefas. ‘Motivação’ e ‘envolvimento dos alunos’ são expressões que surgem relacionadas no discurso de Manuel e Maria José quando descrevem o que, na sua perspetiva, constitui uma boa tarefa e quando refletem sobre a exploração, na sala de aula, de algumas delas. Para ambos, o envolvimento dos alunos nas tarefas depende fundamentalmente de dois aspetos. Um primeiro aspeto é constituírem situações problemáticas, designação que parece ser utilizada para se referirem a tarefas matemáticas cujo contexto inclui a descrição de uma situação ou acontecimento. Um segundo aspeto que se relaciona com o envolvimento dos alunos nas tarefas, é a sua exequibilidade, no sentido de serem tarefas que possam ser resolvidas com sucesso pelos alunos, ou seja, em que não sintam muitas dificuldades ou que não os conduzam a cometer muitos erros.

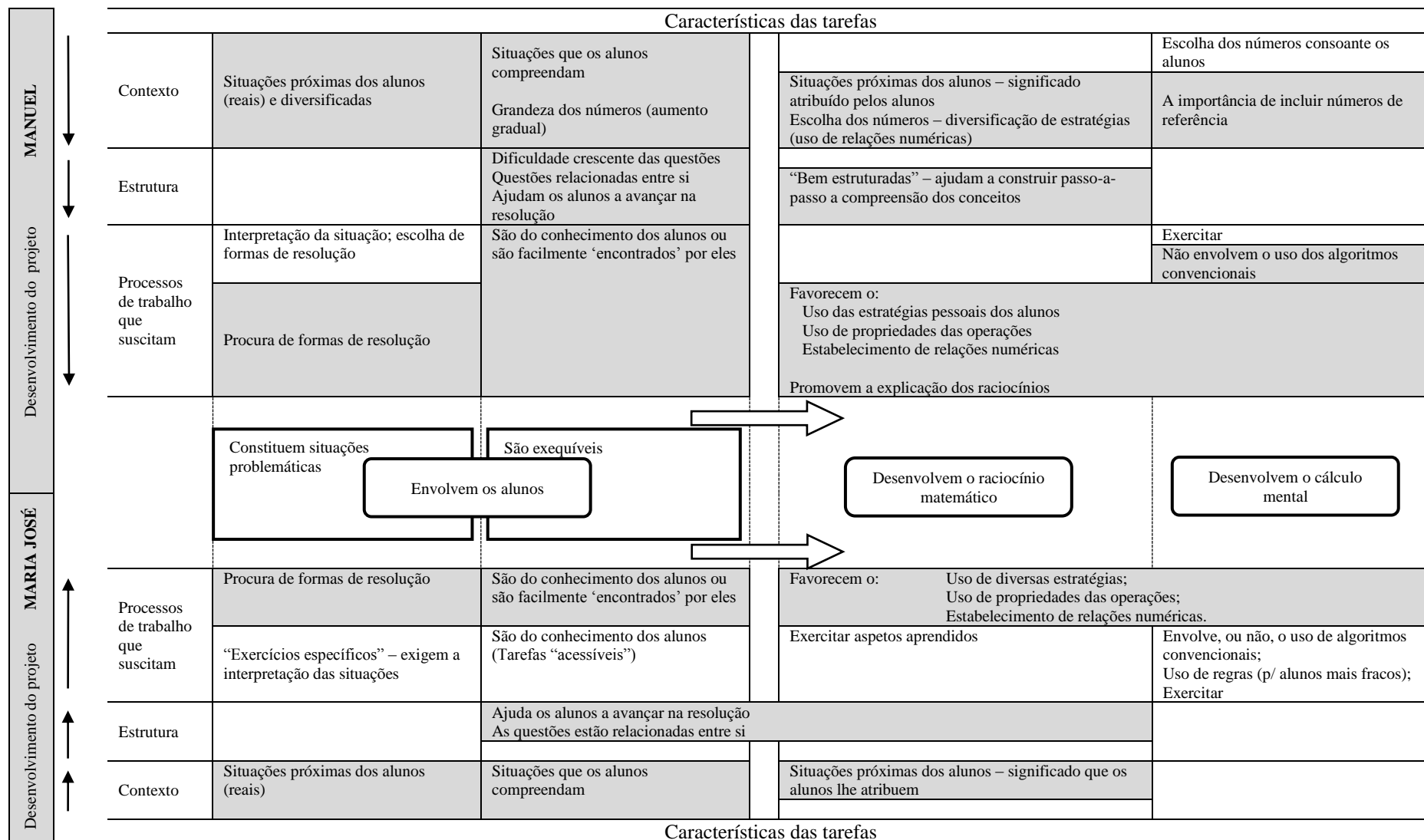
Ao longo do desenvolvimento do projeto observa-se uma mudança de foco das preocupações manifestadas pelos professores quando selecionam/constroem tarefas, evidenciando-se a importância que atribuem ao desenvolvimento do raciocínio dos alunos e do cálculo mental. Isto não significa, por exemplo, que a preferência por situações

problemáticas e a importância conferida à exequibilidade das tarefas, que surgem associadas a preocupações com o envolvimento dos alunos na sua realização, tenham deixado de existir. Contudo, a atenção atribuída ao desenvolvimento do raciocínio matemático e do cálculo mental torna-se central em muitas das discussões da equipa, o que deriva, sobretudo, do trabalho em torno de um ‘novo’ programa que, relativamente ao tema Números e Operações, valoriza estes dois aspetos. Em particular, no que respeita ao cálculo mental, numa fase inicial do projeto ambos afirmam valorizá-lo, descrevendo tarefas que visam, essencialmente, a realização de cálculos mentalmente. A escolha de tarefas com o objetivo de potenciar o cálculo mental conduz a uma reflexão sobre o seu significado e sobre as características das tarefas que promovem o seu desenvolvimento.

O modo como Manuel e Maria José justificam as preocupações subjacentes à seleção/construção de tarefas é, por vezes, diferente, correspondendo a características que valorizam, ou que passam a valorizar, nas mesmas. No esquema da Figura 9.1, as zonas sombreadas correspondem aos aspetos relacionados com as características das tarefas que são valorizados pelos professores durante todo o desenvolvimento do projeto. Assim, uma primeira análise deste esquema permite salientar que, de um modo geral, os aspetos que Manuel valoriza nas tarefas vão sendo acrescentados aos que se identificam na fase inicial do seu desenvolvimento. Já no caso de Maria José observa-se o ‘abandono’ de algumas das suas perspetivas relativamente às características das tarefas, sendo substituídas por outras.

Os contextos das tarefas. A preocupação de Manuel e de Maria José com a exequibilidade das tarefas repercute-se na seleção/construção de situações que sejam compreendidas pelos alunos por forma a garantir o seu envolvimento nas tarefas. Embora em momentos diferentes do projeto estes professores valorizem tarefas com contextos aos quais estejam associadas situações próximas dos alunos, numa fase inicial, este aspeto é justificado tendo em conta a motivação que pode desencadear para a aprendizagem da Matemática. O suscitar o interesse dos alunos, contribuindo para o seu envolvimento na resolução das tarefas, é uma das características dos contextos das tarefas também referida por Fosnot e Dolk (2001b) quando destacam os atributos dos contextos das tarefas que favorecem o desenvolvimento do sentido de número dos alunos.

Figura 9.1 - Características das tarefas valorizadas e preocupações que orientam a sua seleção/construção



Ao longo do projeto, a proximidade da situação associada ao contexto da tarefa às vivências dos alunos é apresentada como um argumento fundamental, também, para a atribuição de significado aos números e às operações envolvidos nas tarefas. Esta ideia é salientada por diversos autores quando se referem às características dos contextos das tarefas que promovem o desenvolvimento do sentido de número (Fosnot & Dolk, 2001a, 2001b; Sood & Jitendra, 2007; Yang, 2003b; Yang et al., 2004).

A importância dos números envolvidos nas tarefas é um aspeto identificado por Manuel desde o início do projeto e que continua a ser alvo da sua atenção ao longo do seu desenvolvimento. Numa primeira fase, corresponde a uma preocupação que se relaciona com a grandeza desses números e eventuais dificuldades dos alunos na resolução das tarefas. Com o desenrolar do projeto, esses números passam a ser escolhidos, também, por poderem facilitar o estabelecimento de relações numéricas, ideia que é salientada por McIntosh et al. (1992) e Mendes (2012). Procurando compreender as características dos contextos das tarefas que contribuem para o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental dos alunos, Manuel valoriza o facto de estes incluírem números de referência, aspeto também indicado como fundamental por diversos autores (Fosnot & Dolk, 2001b; Mendes, 2012) e por alguns documentos atuais de natureza curricular (ME, 2007; NCTM, 2000/2007).

Os processos de trabalho que suscitam. Valorizando a proposta de situações problemáticas, tanto Manuel como Maria José, numa fase inicial do projeto, descrevem a atividade matemática dos alunos incluindo dois aspetos – a interpretação da situação e a sua resolução. Ambos consideram que os alunos devem conhecer, à partida, os processos de resolução, no sentido de serem semelhantes aos que já recorreram em situações anteriores. Maria José transmite, até, a ideia de ‘exercitar’ situações problemáticas, designando-as por ‘exercícios específicos’. Manuel coloca a hipótese de alguma escolha de formas de resolução, da parte dos alunos, de entre as que são do seu conhecimento. Em qualquer um dos casos os procedimentos de cálculo esperados são os algoritmos (convencionais).

Durante o projeto, a perspetiva de ‘escolha’ das formas de resolução parece deslocar-se para uma ideia de ‘procura’, passando a ser valorizado o uso de diferentes estratégias de resolução dos problemas e de outros procedimentos de cálculo, para além dos algoritmos (convencionais), aspetos fundamentais do trabalho em torno dos números e das operações,

numa perspectiva de desenvolvimento do sentido de número, salientados por diversos autores (Beswick et al., 2004; Yang, 2005; Yang et al., 2008b; Zangali & Ghazali, 1999).

A possibilidade das tarefas suscitarem o uso de diversas estratégias passa a ser importante para estes dois professores, associando esta característica das tarefas ao desenvolvimento do raciocínio e do cálculo mental dos alunos. Ambos valorizam tarefas que suscitem o uso de propriedades das operações e o estabelecimento de relações entre os números, aspetos que constituem componentes do sentido de número (McIntosh et al., 1992) e que são considerados fundamentais quando se perspectiva a construção de tarefas que visam o seu desenvolvimento (Yang et al., 2004). Manuel considera, ainda, que as tarefas devem incluir questões que conduzam os alunos a explicar os seus raciocínios, por permitirem desenvolver as suas competências de comunicação matemática. Na perspectiva deste professor, esta é, também, uma forma de ter acesso ao modo como os alunos pensam no momento de exploração das tarefas, facilitando a organização da discussão coletiva em torno das estratégias usadas.

No que respeita, em particular, ao cálculo mental, quando o projeto se inicia, Maria José considera o recurso ao algoritmo (convencional), efetuado mentalmente, como um procedimento legítimo deste tipo de cálculo, assumindo que é deste modo que, por vezes, efetua cálculos mentalmente. Embora Manuel não explicita o que entende por cálculo mental, exclui desde logo o recurso ao algoritmo (convencional) como um procedimento que o permita caracterizar. Maria José, preocupada com os alunos que revelam mais dificuldades na realização de cálculos mentalmente, encara a memorização de regras de cálculo como forma de os ajudar a efetuar, rapidamente, este tipo de cálculo. Embora nesta fase inicial do projeto Manuel não identifique, claramente, os aspetos das tarefas que promovem o desenvolvimento do cálculo mental, ao envolver-se na análise de tarefas que são construídas com este objetivo, vai identificando características importantes que o potenciam. Começa, desde logo, por refletir sobre a importância de estas tarefas permitirem o uso de diferentes estratégias e de a sua exploração ser orientada para a verbalização e comparação dessas estratégias (na procura das que se mostram mais eficazes), em vez de se focarem no simples pedido consecutivo de realização de cálculos. Proporcionar a partilha de diversas formas de calcular e incentivar a

sua comparação, constituem aspetos considerados fundamentais para o desenvolvimento do cálculo mental (Baek, 1998; Yang, 2003a).

A estrutura das tarefas. A estrutura das tarefas constitui uma referência importante para os professores na seleção/construção das tarefas. Manuel e Maria José parecem valorizar tarefas em que as questões que as compõem se relacionem entre si e que ajudem os alunos a ‘avançar’ na sua resolução. Manuel explicita, ainda, que as questões devem surgir com um grau crescente de dificuldade para os alunos. Numa fase inicial do projeto, estes aspetos prendem-se, sobretudo, com a exequibilidade das tarefas no sentido em que os alunos não revelem grandes dificuldades na sua resolução. Com o desenrolar do projeto, ambos recorrem a argumentos de outra natureza – o desenvolvimento do raciocínio dos alunos. Mantendo a preferência por este tipo de estrutura das tarefas, Manuel realça a sua importância na construção ‘passo-a-passo’ dos conceitos. Efetivamente, este é um aspeto salientado por alguns autores quando se referem à importância de propor aos alunos sequências de tarefas coerentemente articuladas, permitindo “a construção dos conceitos fundamentais em jogo” (Ponte, 2005, p. 27) e “a compreensão dos procedimentos matemáticos...” (idem). Quando se trata de potenciar o desenvolvimento do sentido de número esta articulação deve ter em conta as situações associadas aos contextos das tarefas, os modelos subjacentes e os números envolvidos, aspetos que se mostram fundamentais nos procedimentos usados pelos alunos (Mendes, 2012; Sood & Jitendra, 2007). Ora, um número significativo de propostas de trabalho para os alunos, que neste estudo foram entendidas como uma única tarefa, incluíam duas partes interligadas entre si. Ou seja, embora com situações associadas semelhantes, os contextos sofriam alterações através dos números e, por vezes, dos modelos subjacentes. A relação que Manuel estabelece entre a estrutura das tarefas e a construção “passo-a-passo” dos conceitos, e o valor que ambos os professores atribuem a essa relação para ajudar os alunos a avançar na resolução das tarefas, parecem estar associados, ainda que implicitamente, com o valor que atribuem à articulação dos contextos das tarefas entre si e que envolvem situações associadas, números e/ou modelos.

Em suma, no que respeita às características valorizadas pelos professores e às preocupações que orientam a seleção/construção das tarefas, evidenciam-se os seguintes resultados:

- Durante a participação no projeto parece ocorrer uma mudança de foco das preocupações que orientam a seleção/construção das tarefas, observando-se uma maior atenção com o desenvolvimento do raciocínio matemático e do cálculo mental. Esta mudança parece ser impulsionada, sobretudo, pelas perspectivas sobre o ensino e a aprendizagem dos números e das operações veiculadas pelo novo Programa (ME, 2007).
- A preocupação com o envolvimento dos alunos nas tarefas conduz à seleção/construção de tarefas que sejam exequíveis e de situações problemáticas cujos contextos são próximos da realidade daqueles.
- As perspectivas acerca do que é cálculo mental influenciam os aspetos que são valorizados pelos professores quando selecionam/constróem tarefas que visam promover o seu desenvolvimento. A preocupação destes professores com o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental conduz à valorização de tarefas que atendam ao estabelecimento de relações numéricas e ao uso das propriedades das operações. Manuel salienta ainda a importância do uso de números de referência para esse desenvolvimento.
- Ao selecionar/construir tarefas os professores atendem a aspetos relacionados com as características dos contextos das tarefas, com a estrutura da tarefa e com os processos que poderão ser usados pelos alunos na sua resolução.
- No que respeita aos contextos das tarefas:
 - Numa fase inicial do projeto, o valor atribuído à proximidade dos contextos das tarefas a situações do dia-a-dia dos alunos, relaciona-se com a motivação que pode suscitar no seu envolvimento nas tarefas. Com o desenvolvimento do projeto, passa a ser também reconhecida a importância dos contextos na atribuição de significado aos números e às operações a eles associados;
 - No caso de Manuel a preocupação com a exequibilidade das tarefas relaciona-se com a escolha de números tendo por base a sua grandeza. A preocupação com o desenvolvimento do raciocínio matemático e com o cálculo mental conduz este professor à escolha de números que suscitem o uso de relações numéricas e de números de referência, respetivamente.

- No que respeita à estrutura das tarefas:
 - Os professores valorizam tarefas cujas questões surgem com um nível de dificuldade crescente e em que o modo como estas se relacionam entre si apoia os alunos a ‘avançar’ na sua resolução. Manuel salienta, ainda, a importância da estrutura da tarefa na compreensão dos conceitos matemáticos;
 - No caso de Manuel, a importância dada a este tipo de estrutura parece relacionar-se com o valor que passou a atribuir à articulação dos contextos das tarefas (situações associadas, números e/ou modelos).
- No que respeita aos processos de trabalho que suscitam:
 - A participação dos professores no projeto parece ter contribuído para uma mudança de perspetivas sobre a atividade matemática dos alunos associada à resolução de situações problemáticas – da ‘escolha’ de formas de resolução deste tipo de tarefas para a ideia de ‘procura’ de diferentes estratégias e do uso de outros procedimentos de cálculo (para além dos algoritmos convencionais);
 - As preocupações relacionadas com o desenvolvimento do raciocínio e do cálculo mental conduzem à valorização do uso de diversas estratégias pelos alunos. Associado a este aspeto, valorizam tarefas que suscitem o uso de propriedades das operações e o estabelecimento de relações entre os números;
 - A possibilidade das tarefas promoverem a explicitação do modo de pensar dos alunos constitui para Manuel um aspeto fundamental no desenvolvimento do raciocínio matemático e do cálculo mental.

9.1.1.2 Aspetos valorizados na preparação das tarefas

Durante a preparação da exploração de tarefas, Manuel e Maria José mostram valorizar, essencialmente, quatro aspetos: a antecipação das resoluções dos alunos, a definição/compreensão clara dos objetivos das tarefas, a análise de tarefas do manual adotado e a escolha da modalidade de trabalho.

Antecipar as resoluções dos alunos. A antecipação das estratégias e procedimentos que os alunos podem usar na resolução das tarefas constitui um aspeto valorizado tanto por Manuel como por Maria José durante o momento de preparação das tarefas. As justificações para essa valorização envolvem três aspetos. Um primeiro relaciona-se com a importância de

se aproximarem do modo como os alunos pensam. Na perspetiva de Manuel, a antecipação de estratégias e procedimentos representa, acima de tudo, uma forma de valorizar e compreender o modo como os alunos pensam quando exploram tarefas na sala de aula, ideia que é salientada por alguns autores (Simon, 1995; Simon & Tzur, 2004). Maria José concretiza esta mais-valia, afirmando que lhe permite uma melhor preparação para dar resposta a eventuais questões que os alunos coloquem e para lidar com as estratégias que eles apresentam.

Um segundo aspeto relaciona-se com a organização das discussões coletivas das tarefas na sala de aula. Manuel e Maria José consideram que este processo constitui uma forma de melhorar a qualidade das discussões coletivas que ocorrem acerca das tarefas, realçando a sua importância na tomada de decisões durante este momento, por melhor compreenderem as estratégias que poderão surgir. Reconhecem, ainda, a importância da antecipação das estratégias como uma forma de extrair da exploração das tarefas todas as suas potencialidades. Referem em concreto que, caso considerem essencial, permite-lhes apresentar uma ‘nova’ estratégia que seja importante discutir com a turma, embora não tenha sido utilizada pelos alunos. Estas vantagens, decorrentes da antecipação das estratégias de resolução das tarefas, são também salientadas por Markovits e Sowder (1994).

Um terceiro, e último, aspeto é referido apenas por Maria José e relaciona-se com a importância que o resultado desta antecipação tem na perceção que vai criando sobre o modo como decorre a exploração da tarefa. Na sua perspetiva, este processo antecipa e baliza o que pode e deve acontecer na sala de aula. A comparação entre os caminhos previstos de resolução de uma determinada tarefa e os que os alunos estão a usar durante a sua realização funciona para esta professora como um indicador importante do modo como está a decorrer a sua exploração.

A definição/compreensão clara dos objetivos das tarefas. Ter claros os objetivos de cada uma das tarefas é um aspeto valorizado tanto por Manuel como por Maria José. Ambos mencionam experiências anteriores de planificação do trabalho a realizar na sala de aula que não envolvem a identificação/definição dos objetivos das tarefas que exploram com os seus alunos. Habitualmente, a preparação das tarefas centra-se numa identificação/definição dos conteúdos que estas permitem abordar. O envolvimento de Manuel e de Maria José em

sessões de preparação das tarefas desenvolvidas no projeto contribuiu para atribuírem mais importância à identificação clara dos seus objetivos.

A importância atribuída a este aspeto resulta de duas razões. A primeira prende-se com a qualidade do ensino e da aprendizagem. Para ambos, uma compreensão ‘clara’ dos objetivos das tarefas ajuda o professor a ter sempre presente a sua intencionalidade enquanto as explora com os seus alunos, orientando as suas intervenções. Para Maria José, este aspeto traduz-se numa maior profundidade do trabalho que realiza com os alunos no que respeita à abordagem dos tópicos. A segunda razão, apresentada apenas por Manuel, relaciona-se com a avaliação das aprendizagens. Para este professor, ter bem claro os objetivos das tarefas contribui para uma maior clarividência da avaliação que vai efetuando das aprendizagens dos alunos, ao comparar o trabalho que eles vão realizando com os objetivos a partir dos quais a tarefa foi selecionada/construída.

A análise de tarefas do manual adotado. Ao descreverem as suas experiências de ensino da Matemática antes de iniciarem o projeto, Manuel e Maria José revelam que os manuais escolares constituem uma referência importante para o trabalho que realizam na sala de aula e que grande parte das tarefas que propõem aos seus alunos nesta área disciplinar são do manual adotado. A prevalência dos manuais escolares nas práticas letivas dos professores é assinalada por alguns autores (Gimeno, 1989; Pacheco, 2001; Stein et al., 2007). Para Maria José, esta opção resulta da sua preocupação em usar um material que exigiu um certo investimento dos Encarregados de Educação. Embora não explicita este motivo, Manuel parece também apoiar a sua prática letiva no manual adotado. Refere, contudo, que sempre que considera que a abordagem do manual não o satisfaz, tenta encontrar outras tarefas que, habitualmente, provêm de outros manuais escolares.

Durante o desenvolvimento do projeto esta ‘preocupação’ de Maria José e esta ‘vontade’ de Manuel em propor aos seus alunos tarefas do manual adotado mantêm-se. Ainda assim, numa fase inicial do desenvolvimento do projeto, estes professores estabelecem relações diferentes com este material, resultantes, sobretudo, do modo como lidam com a ‘nova’ abordagem dos tópicos no que respeita ao tema Números e Operações. O uso do manual adotado no ano letivo da recolha de dados constitui, para Maria José, um desafio que resulta de perspetivas ambivalentes relativamente ao modo como as tarefas estão concebidas

neste manual, aspeto que será discutido no ponto seguinte. Para Manuel, o manual adotado segue a abordagem deste tema preconizada pelo novo Programa (ME, 2007), aspeto que é visto como positivo por poder apoiar o trabalho a realizar ao longo do ano letivo e, em particular, durante o projeto. Refere que é um manual que introduz formas diferentes de trabalhar os números e as operações das que estava habituado, provocando mudanças no modo de pensar dos alunos e dele próprio. Na sua perspetiva, é um manual que valoriza o raciocínio dos alunos e fomenta a justificação e verbalização desses raciocínios. Por estes motivos sugere, regularmente, ao longo do projeto, a exploração de tarefas provenientes deste material.

Em qualquer um dos casos, com o desenvolvimento do projeto, os dois professores parecem desenvolver com o manual adotado uma relação que Remillard (1999) designa por adaptação/invenção – ambos analisam criticamente as tarefas do manual adotado e de outros materiais curriculares quando selecionam/adaptam tarefas e envolvem-se, também, na construção de tarefas de ‘raiz’.

A escolha da modalidade de trabalho a adotar nas tarefas. Para Manuel o importante é diversificar a modalidade de trabalho das tarefas que se propõem aos alunos, sugerindo uma espécie de alternância entre o trabalho a pares e o trabalho individual. Ainda assim, mostra uma certa preferência pelo trabalho individual, apresentando argumentos que se relacionam com a sua perceção acerca da aprendizagem dos alunos. Na sua perspetiva, esta modalidade de trabalho permite ao professor ter acesso ao modo como cada aluno pensa e identificar as suas dificuldades. Já Maria José justifica a sua preferência pelo trabalho a pares, recorrendo a argumentos que se prendem com a aprendizagem dos alunos e com as suas atitudes. Para esta professora, esta modalidade de trabalho permite aos alunos discutirem as suas formas de pensar enquanto resolvem as tarefas, o que contribui para melhorar as suas escolhas no que respeita aos caminhos que tinham pensado para as resolver. Considera, ainda, que neste processo os alunos desenvolvem também atitudes importantes do ponto de vista da sua formação pessoal e social, uma vez que é promovida a partilha de ideias e a predisposição para ouvir o outro.

Em síntese, no que respeita aos aspetos que são valorizados durante a preparação da exploração das tarefas salientam-se os seguintes:

- Ao preparar a exploração de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número, os professores valorizam a antecipação das estratégias que poderão ser usadas pelos alunos por: permitir aproximarem-se do modo como os alunos pensam, por aumentar a qualidade da discussão coletiva das tarefas e por ajudá-los a extrair mais potencialidades das tarefas enquanto as exploram. Maria José considera, ainda, que constitui uma forma de premunir o professor para lidar com questões e estratégias apresentadas pelos alunos.
- Na perspectiva dos dois professores, uma melhor compreensão dos objetivos das tarefas constitui uma forma de não perder de vista a intencionalidade das mesmas durante a sua exploração. Maria José considera que este aspeto permite, ainda, aprofundar o trabalho em torno dos tópicos matemáticos e Manuel salienta a sua importância para uma melhor avaliação das aprendizagens efetuadas pelos alunos.
- O manual adotado constitui uma referência importante para estes professores na preparação do trabalho a realizar com os alunos. Os momentos de preparação das tarefas desenvolvidas no âmbito do projeto contribuíram para uma análise crítica das propostas de trabalho do manual adotado, da qual resultou uma maior consciencialização acerca das suas potencialidades.
- A reflexão sobre a escolha da modalidade de trabalho na exploração das tarefas contribuiu para uma maior consciencialização dos motivos dessa escolha. O valor atribuído por Manuel ao trabalho individual parece relacionar-se com a sua necessidade de ter uma maior perceção das estratégias individuais usadas pelos alunos na resolução das tarefas. O valor atribuído à modalidade de trabalho a pares por Maria José é justificado pela possibilidade de os alunos partilharem ideias e estratégias durante a realização das tarefas.

9.1.1.3 Desafios que se colocam na seleção/construção e preparação das tarefas e o que os desencadeia

Os desafios com que Manuel e Maria José se deparam na seleção/construção e preparação de tarefas encontram-se sintetizados no Figura 9.2.

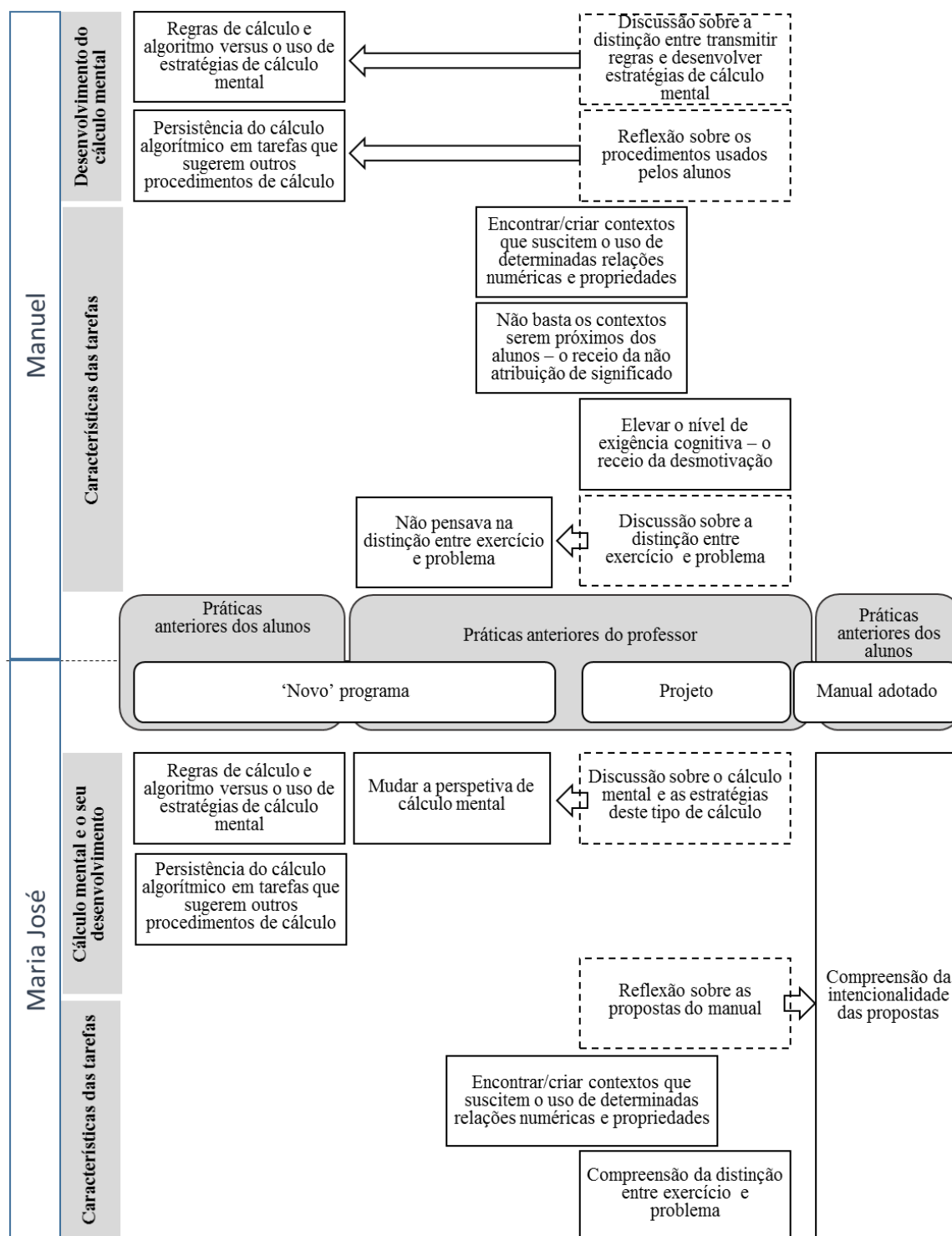


Figura 9.2 - Desafios na seleção/construção e preparação das tarefas

O novo Programa: a quebra de práticas anteriores dos professores e dos alunos.

Um dos desafios com que Manuel e Maria José se deparam durante o desenvolvimento do projeto relaciona-se com a mudança de perspectiva de abordagem do tema Números e Operações, preconizada pelo novo Programa (ME, 2007). O cálculo mental, os algoritmos e a

relação entre estes dois aspetos constituem a origem de algumas tensões e dúvidas manifestadas por estes professores durante as práticas de seleção/construção e preparação das tarefas.

Apesar de Manuel e de Maria José valorizarem o desenvolvimento do cálculo mental dos alunos e enaltecerem o facto de este ser uma das apostas fortes do novo Programa (ME, 2007), deparam-se com algumas tensões relativas às práticas habituais dos alunos no que respeita aos procedimentos de cálculo que estes costumavam usar. A este propósito, criticam o facto de este programa ser implementado a meio de um ciclo de escolaridade.

Na fase inicial do projeto, quando preparam as tarefas, questionam-se sobre a legitimidade do uso de algumas regras de cálculo e preveem que os seus alunos as utilizem como resultado de práticas anteriores. Durante uma parte significativa do desenvolvimento do projeto, mostram também alguma tensão pelo facto de os alunos tenderem a persistir no uso de algoritmos, mesmo que as tarefas suscitem o uso de procedimentos de cálculo que envolvam o estabelecimento de relações numéricas e as propriedades das operações. É de assinalar que, na fase inicial do projeto, os dois professores fazem percursos distintos em relação ao seu entendimento de cálculo mental. Manuel apropria-se rapidamente das ideias preconizadas no novo Programa (ME, 2007) (acerca do que é cálculo mental e do modo como este pode ser desenvolvido) e os desafios com que se depara relacionam-se sobretudo com o lidar com as práticas de cálculo habituais dos seus alunos. Para além de se deparar com este tipo de desafio, numa fase inicial do projeto, Maria José confronta-se, também, com o facto de as suas ideias acerca do cálculo mental e do modo como pode ser desenvolvido não coincidirem com as que são veiculadas pelo novo Programa (ME, 2007). No entanto, as discussões realizadas nas sessões do projeto parecem contribuir para que Maria José passe a compreender a importância dos números envolvidos nas tarefas e da possibilidade de estas suscitarem o uso de relações numéricas e de propriedades das operações no desenvolvimento do cálculo mental.

O manual adotado: a adaptação a outro modo de abordagem dos números e das operações. O manual adotado constitui um recurso importante nas práticas letivas de Manuel e de Maria José antes e durante o desenvolvimento do projeto. Ambos consideram que o manual adotado para o 3.º ano de escolaridade está de acordo com as perspetivas veiculadas

pelo novo Programa (ME, 2007) e preocupam-se em integrá-lo nas suas práticas letivas. Manuel tece-lhe algumas críticas, nomeadamente, o facto de evidenciar pouco espaço para os alunos apresentarem as suas resoluções, aspeto que não constitui propriamente um desafio para este professor. Já no caso de Maria José, o trabalho com este manual desencadeia-lhe alguns desafios. Apresenta propostas cuja intencionalidade nem sempre é completamente compreendida por esta professora e/ou pelos seus alunos, dificultando a sua exploração na sala de aula. Estes aspetos conduzem-na a um sentimento de alguma ambivalência em relação a este material – por um lado, está de acordo com o programa, por outro, não compreende o objetivo de algumas das suas propostas. É de salientar que esta ambivalência é mais evidente na fase inicial do projeto e que as propostas em relação às quais Maria José mostra não compreender a sua intencionalidade dizem sempre respeito a tarefas que têm como objetivo o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental. Este facto parece relacionar-se com uma compreensão ainda pouco profunda, por parte desta professora, das características das tarefas que visam o desenvolvimento deste tipo de cálculo, neste momento do projeto.

O projeto: o confronto com outras perspetivas acerca do ensino e a aprendizagem da Matemática. Embora a participação no projeto tenha constituído uma forma de ajudar os professores a lidar com algumas ambivalências, dúvidas, receios e dificuldades fez, também, emergir alguns desafios. Destacam-se três aspetos associados ao ensino e à aprendizagem da Matemática: a proposta de tarefas de nível de exigência cognitiva elevado, a descoberta da importância de que os contextos, mesmo que próximos do dia-a-dia dos alunos, não implicam a atribuição de significado por parte dos mesmos e a importância de distinguir problemas de exercícios quando se selecionam tarefas.

A proposta de tarefas de nível de exigência cognitiva elevado. Perante tarefas, incluídas em materiais didáticos, que os professores consideravam ser mais exigentes do ponto de vista dos raciocínios a realizar pelos alunos, tanto Manuel como Maria José sugerem alterações. Estas alterações correspondem, sobretudo, à diminuição da grandeza dos números envolvidos ou a uma simplificação da situação associada ao contexto, contribuindo, por vezes, para que a tarefa se torne mais fechada. Apesar de reconhecerem as potencialidades das tarefas iniciais, por vezes, o receio de desmotivação dos alunos inibe estes professores de as

propor nas aulas. Ao longo do projeto este é um assunto recorrente, sobretudo, nas decisões e no discurso de Manuel.

A seleção/construção de contextos adequados. No ponto anterior, mencionei a importância que Manuel atribui, numa fase inicial do projeto, ao facto dos contextos serem próximos do dia-a-dia dos alunos. A propósito das dificuldades que observa nos alunos de Maria José, na exploração de uma tarefa cujo contexto tem esta característica, Manuel apercebe-se que essas dificuldades estão relacionadas com o facto de os alunos não terem atribuído significado aos números envolvidos. Esta situação conduz este professor a modificar os números desta tarefa, motivado pelo receio de os seus alunos virem a manifestar semelhantes dificuldades. A reflexão sobre esta tarefa sugere-lhe que os contextos, para além de serem reconhecidos, devem, sobretudo, permitir aos alunos a atribuição de significado aos números envolvidos.

Selecionar/construir contextos considerados adequados para fazer emergir o uso de determinadas relações numéricas e propriedades das operações, em conjugação com o uso de determinados números, constituiu um desafio para toda a equipa. Este desafio aumentava perante a necessidade de se construir um contexto de ‘raiz’ que envolvia a procura de imagens ‘reais’ que suscitasse e apoiasse o uso dessas relações e/ou propriedades, tendo em conta os números definidos pela equipa a incluir no contexto. A dificuldade de encontrar imagens com estas características, levou a equipa a envolver-se na sua criação, tarefa que nem sempre se mostrou fácil.

A distinção entre exercício e problema. Numa fase inicial da discussão sobre este assunto, Manuel parece compreender esta distinção mas Maria José resiste um pouco em aceitá-la, considerando que, tanto num caso como no outro, os alunos exercitam, constituindo um problema um exercício específico por ter associada uma situação que necessitam interpretar. É com o desenvolvimento do projeto e, sobretudo, com as experiências de sala de aula, que estes dois professores vão compreendendo esta distinção. Efetivamente, as práticas anteriores de ensino da Matemática são descritas por estes professores como tendo por base a ideia de ‘exercitar’ procedimentos matemáticos introduzidos por eles próprios ou por tarefas semelhantes (quer sejam consideradas por eles como exercícios ou situações problemáticas). Com a sua participação no projeto, ambos são envolvidos num trabalho que tem por base a

exploração de tarefas que conduzem à ‘procura’ e ‘descoberta’ de diferentes estratégias de resolução e procedimentos de cálculo. Este carácter relacional, entre o tipo de tarefa e o tipo de atividade que os alunos desenvolvem, é assinalado por Christiansen e Walther (1986) como fundamental para informar a escolha das tarefas que se propõem aos alunos.

Em suma, a necessidade de mudança de práticas anteriores no que respeita ao trabalho com os números e as operações, tanto dos professores como dos alunos, parece constituir o principal desafio com que os professores se deparam na seleção/construção e preparação de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número. Este desafio parece ser originado pela implementação do novo Programa (ME, 2007), pelo trabalho com o manual adotado e pela participação dos professores no projeto.

- Destacam-se os seguintes desafios associados à implementação do ‘novo’ Programa:
 - Orientar a prática de seleção/construção e preparação de tarefas valorizando o uso de relações numéricas e de propriedades das operações e, simultaneamente, lidar com a constatação de que os alunos tendem a persistir no uso do cálculo algorítmico e na aplicação de regras de cálculo;
 - Confrontar-se com perspetivas diferentes das anteriores acerca de como o cálculo mental pode ser desenvolvido e, no caso de Maria José, do que caracteriza este tipo de cálculo.
- Relativamente à participação no projeto, identificam-se os seguintes desafios:
 - Escolher tarefas de nível de exigência cognitiva mais elevado. Este desafio é evidenciado por Manuel e traduz-se no receio dos alunos evidenciarem muitas dificuldades na resolução das tarefas, o que o conduz este professor a uma simplificação dos seus contextos (diminuição da grandeza dos números envolvidos e simplificação das situações associadas aos contextos);
 - Selecionar/construir contextos que conduzam os alunos ao uso de determinadas relações numéricas e propriedades das operações, envolvendo determinados números;
 - Escolher contextos que, para além de próximos do dia-a-dia dos alunos, que lhes permitam a atribuição de significado. Esta constitui uma preocupação evidenciada, sobretudo, por Manuel;

- Efetuar a escolha das tarefas atendendo ao tipo de atividade matemática que podem suscitar.
- No que respeita aos desafios originados pelo manual adotado, salienta-se a ambivalência manifestada Maria José acerca das características deste manual – por um lado, é valorizado por estar de acordo com o novo Programa (ME, 2007), por outro, apresenta propostas cuja intencionalidade nem sempre é completamente compreendida por si ou que se afastam demasiado do tipo de tarefas que eram habitualmente realizadas pelos alunos. Esta é uma situação que se evidencia, sobretudo, numa fase inicial do desenvolvimento do projeto.

9.1.1.4 Preocupações com aspetos do sentido de número que sobressaem na seleção/construção e preparação das tarefas

Durante a seleção/construção e preparação das tarefas sobressaem preocupações sobre os seguintes aspetos que se relacionam especificamente com o sentido de número: o estabelecimento da relação entre os contextos dos problemas e os cálculos, a consciencialização de múltiplas estratégias e o uso de representações e/ou métodos eficazes. Estes aspetos correspondem a três das componentes consideradas por McIntosh et al. (1992) relativas à aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo. O esquema da Figura 9.3 visa sintetizar a relação entre estas componentes e as preocupações manifestadas por estes professores, no que diz respeito ao conhecimento dos números e das operações evidenciado pelos alunos na resolução das tarefas.

Como podemos observar na Figura, tanto Manuel como Maria José atribuem grande importância à relação entre os contextos e os cálculos que podem ser efetuados pelos alunos. Manuel associa a esta relação diversos aspetos relacionados com o conhecimento dos números (sentido das grandezas dos números, uso de sistemas de referência, compreensão de múltiplas representações dos números, sentido da ordenação dos números) e com o conhecimento das operações (compreensão do efeito das operações). Maria José parece entender como fundamental para esta relação o conhecimento e desenvolvimento de aspetos relacionados com os números envolvidos (uso de sistemas de referência e o sentido da grandeza dos números). A importância desta relação é ainda realçada por Manuel ao fazer

depende desta componente o uso de representações e/ou métodos eficazes e a possibilidade de surgimento de diversas estratégias. Efetivamente, se observarmos o esquema da Figura 9.1, Manuel valoriza contextos que possibilitem aos alunos recorrer a diferentes estratégias, parecendo considerar que os contextos das tarefas, para além de suscitarem determinados cálculos, devem permitir o uso de diferentes estratégias que, por sua vez, relaciona com o uso de representações e/ou métodos eficazes.

Embora com intensidades diferentes, a questão dos contextos e a sua relação com os cálculos parece ser central para estes professores no momento de seleção/construção e preparação de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número, o que justifica o seu destaque no esquema acima referido. Esta relação é também salientada por diversos autores, considerando-a fundamental no uso e desenvolvimento do sentido de número dos alunos (Fosnot & Dolk, 2001a, 2001b; Sood & Jitendra, 2007; Yang et al., 2004).

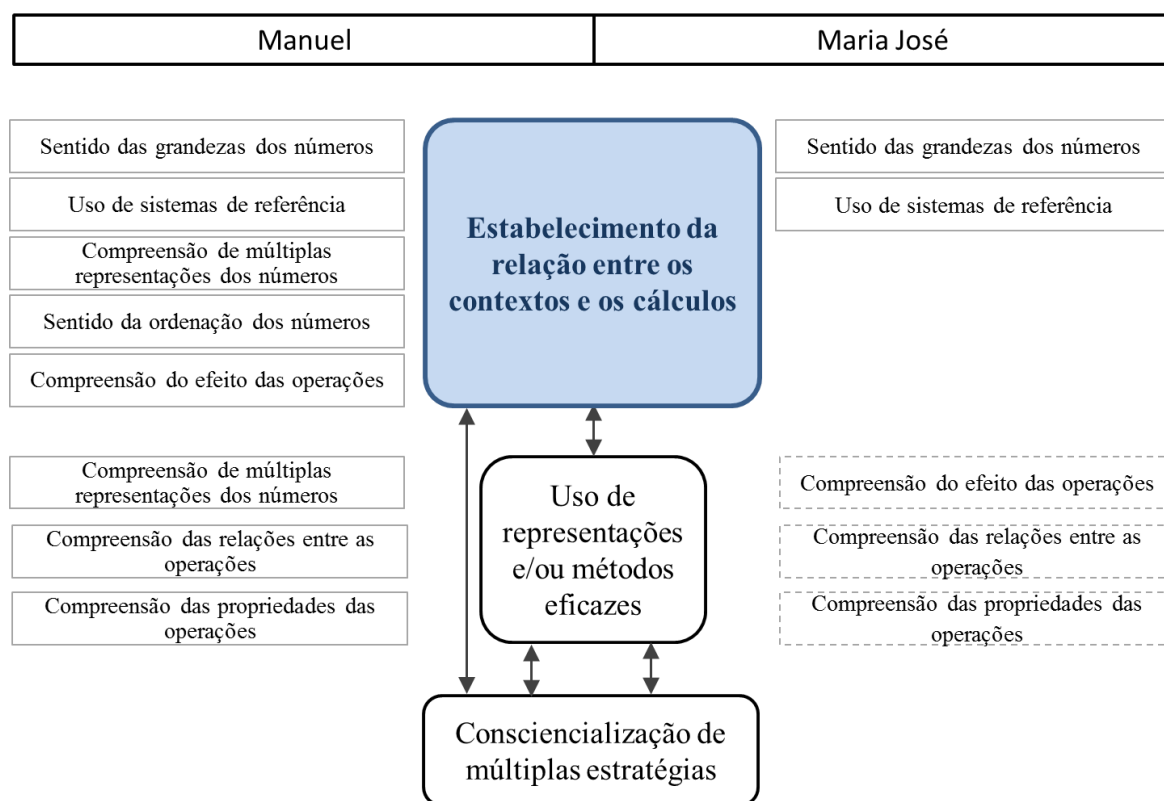


Figura 9.3 - Componentes do sentido de número valorizadas nas tarefas

Manuel e Maria José revelam preocupar-se com o facto de as tarefas permitirem o uso de representações e/ou métodos eficazes e a consciencialização do uso de diversas estratégias,

aspectos que surgem habitualmente relacionados. Como foi referido acima, Manuel revela valorizar estes aspetos quando analisa o contexto das tarefas, mas é, sobretudo, no momento em que se envolve na antecipação das estratégias que podem ser usadas pelos alunos para as resolver que sobressai, explicitamente, o valor que atribui a esta componente do sentido de número. Maria José evidencia, também, preocupar-se com estes aspetos. Fá-lo, principalmente, numa fase mais avançada do projeto quando se refere às tarefas que considera serem ‘boas’ para trabalhar com os alunos os tópicos do tema Números e Operações. Os dois professores parecem considerar como fundamental, para o uso de representações e/ou métodos eficazes, a compreensão do efeito das operações, das relações entre as operações e das propriedades das operações. O facto de estes aspetos não surgirem explicitados no discurso de Maria José justifica a sua inclusão em retângulos a tracejado no esquema da Figura 9.3.

Em suma, no que respeita às preocupações com os aspetos do sentido de número que sobressaem na seleção/construção e preparação das tarefas, evidenciam-se os seguintes resultados:

- O estabelecimento da relação entre os contextos e os cálculos parece constituir a principal preocupação dos professores quando selecionam/constroem tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número.
- Para os dois professores a preocupação com o estabelecimento da relação entre os contextos e os cálculos surge associada à preocupação com o uso de representações e/ou métodos eficazes. Para Manuel estes dois aspetos emergem, também, associados à importância que este professor atribui à consciencialização da existência de múltiplas estratégias.
- Para os dois professores o valor atribuído ao estabelecimento da relação entre os contextos e os cálculos está associado a preocupações relacionadas com o conhecimento dos números (sentido das grandezas dos números e uso de sistemas de referência). Manuel evidencia ainda preocupações com a compreensão de múltiplas representações dos números, com o sentido da ordenação dos números e com a compreensão do efeito das operações.
- Ao longo do desenvolvimento do projeto, observa-se uma crescente consciencialização e valorização dos aspetos do sentido de número anteriormente

indicados. Na fase de seleção/construção e preparação de tarefas, esta consciencialização e valorização revela-se importante na escolha das características dos contextos das tarefas que potenciam o uso e o desenvolvimento do sentido de número e na antecipação de estratégias que poderão ser usadas pelos alunos.

9.1.1.5 Aspetos valorizados na seleção/construção das tarefas quando esta tem por base a conceção de sequências de tarefas

Tanto Manuel como Maria José envolvem-se ativamente na procura de tarefas que visam atingir os objetivos subjacentes às sequências de tarefas discutidos pela equipa, revelando preocupações relacionadas, particularmente, com a ordem dessas tarefas. Essa ordem parece ser informada pelas suas experiências anteriores de ensino dos números e das operações e pelas discussões que se vão realizando nas sessões da equipa, tanto sobre o novo Programa (ME, 2007), como sobre algumas propostas de tarefas incluídas em materiais didáticos que seguem de perto as perspetivas deste documento e que estão integradas em sequências. Nessa ordenação, destaca-se a crescente sensibilidade na escolha dos números envolvidos (algumas tarefas usam os mesmos números ou alguns que resultam de relações de dobro, metade...) e a opção por diferentes tipos de tarefas (situações problemáticas, construção das tabuadas e cadeias numéricas). Durante a exploração de uma sequência de tarefas, Manuel revela, ainda, preocupações com a diversidade de estratégias que devem fazer emergir, propondo a inclusão de novas tarefas caso não tenham surgido todas as estratégias que tinha considerado ser suposto que os alunos utilizassem. Pensando nos aspetos do sentido de número, esta preocupação revela o valor atribuído à consciencialização da existência de múltiplas estratégias por parte dos alunos.

Contudo, os aspetos que estes professores valorizam na conceção de sequências de tarefas são explicitados, essencialmente, em momentos de balanço sobre a exploração de uma determinada sequência ou sobre o trabalho realizado no projeto. É importante salientar que, quando no final do projeto, Maria José faz o balanço do trabalho realizado, parece entender uma sequência de tarefas como o conjunto de tarefas que permite abordar um determinado tópico do Programa, referindo-se a todas as tarefas do tópico multiplicação como uma única sequência. Já Manuel parece identificar as diferentes sequências de tarefas que permitem

abordar determinado tópico, associando-lhes os objetivos que visam atingir dentro da abordagem de cada tópico. Apesar disto, ambos afirmam que a sua construção permite uma maior articulação das tarefas no que respeita à abordagem dos tópicos e realçam o contributo desta articulação na evolução dos procedimentos de cálculo usados pelos alunos, parecendo considerar que a importância deste modo de planificar o ensino dos números e das operações está, particularmente, relacionado com o uso de representações e/ou métodos eficazes. Manuel identifica o facto de os próprios alunos estabelecerem relações entre as tarefas e usarem estas relações na forma como as resolvem, como um aspeto essencial dessa evolução.

Na perspetiva destes professores, esta articulação resulta da reflexão sobre as estratégias usadas pelos alunos numa determinada tarefa e do facto de essa reflexão informar opções relativas à(s) tarefa(s) seguinte(s), o que constitui, sobretudo, uma forma de atender às aprendizagens que os alunos vão realizando e de contribuir para a sua evolução. Estes argumentos correspondem aos que são apresentados por alguns autores para justificar a importância da articulação das tarefas no desenvolvimento do sentido de número dos alunos (Mendes, 2012; Sood & Jitendra, 2007).

Em suma, no que respeita aos aspetos valorizados pelos professores na seleção/construção de tarefas quando esta é realizada tendo por base a conceção de sequências de tarefas, evidenciam-se os seguintes resultados:

- Os professores valorizam sequências de tarefas que incluem tarefas de diferentes tipos.
- Ao longo do projeto observa-se uma crescente atenção e sensibilidade, por parte dos professores, para a relação entre os números envolvidos e a sequenciação das tarefas.
- Manuel manifesta preocupações relacionadas com a diversidade de estratégias que uma determinada sequência de tarefas deve, na sua globalidade, fazer emergir. Do ponto de vista do desenvolvimento do sentido de número dos alunos, esta preocupação parece relacionar-se com o valor atribuído à possibilidade de estes se consciencializarem da existência de múltiplas estratégias.

- Para os professores, a concepção de sequências de tarefas constitui um aspeto importante para promover o uso de representações e/ou métodos eficazes de cálculo.
- O valor atribuído à concepção de sequências de tarefas é verbalizado, sobretudo, no momento de reflexão da exploração de uma determinada sequência ou no balanço do trabalho do projeto, e, surge associado à constatação de evolução dos procedimentos de cálculo usados pelos alunos ao longo do desenvolvimento do projeto.

9.1.1.6 Desafios na seleção/construção das tarefas quando esta tem por base a concepção de sequências de tarefas

A construção de sequências de tarefas constituiu um desafio para Manuel e Maria José, essencialmente, em quatro aspetos. Um primeiro relaciona-se com o envolvimento dos professores numa outra forma de planificar o ensino que exige uma mudança de perspetiva sobre este processo. Os restantes ligam-se com aspetos de concretização das sequências de tarefas, nomeadamente: integrar propostas do manual adotado na sequência das tarefas, lidar com os caminhos sugeridos pelo novo Programa (ME, 2007) no ensino de alguns tópicos e efetuar alterações nas sequências de tarefas inicialmente previstas.

A alteração da perspetiva e das práticas de planificação do ensino. Na fase inicial do projeto, a definição dos objetivos das sequências de tarefas é realizada com uma forte intervenção minha e apoiada em materiais que apresentam conjuntos de tarefas para o 3.º ano de escolaridade organizadas em sequências. Tendo em conta os tópicos matemáticos que a equipa decidira abordar, Manuel vai dando contributos no sentido de compreender os objetivos inerentes à sequência das tarefas, propostos por mim e/ou sugeridos pelos materiais acima referidos. Nestes momentos, Maria José, atentamente, segue o que eu e Manuel vamos dizendo, mostrando uma intervenção mais efetiva no momento da procura de tarefas que permitam concretizar esses objetivos.

A fase de ‘arranque’ dessa construção, em que se definem os objetivos das sequências e se procura um conjunto de tarefas que concretizem articuladamente esses objetivos, constituiu muito provavelmente, o maior desafio para estes professores. Não é algo que verbalizem mas que se observa nas suas posturas expectantes relativamente ao que eu teria

para sugerir. Efetivamente, planificar o ensino através da conceção de sequências de tarefas constituiu uma novidade para Manuel e Maria José. Esta é uma intenção que faz parte da conceção inicial do projeto e que é claramente assumida na proposta inicial de participação destes professores no mesmo. Relembro que no início do desenvolvimento do projeto, tanto Manuel como Maria José relatam práticas anteriores de planificação do ensino centradas nos tópicos a abordar, em que a escolha das tarefas vai sendo realizada à medida que vão avançando na abordagem desses tópicos, com marcos de concretização negociados em Conselho de Ano e cuja sequência é habitualmente orientada pelo manual adotado. Kraemer (2008) indica, precisamente, o romper com a ideia de planificação do ensino tradicionalmente centrada nos conteúdos a abordar, como uma das dificuldades em construir um conjunto de tarefas articuladas, cuja seleção é orientada por objetivos alicerçados nos processos de aprendizagem dos alunos.

A integração das propostas do manual adotado nas sequências de tarefas. A utilização do manual adotado no trabalho realizado na sala de aula constitui uma preocupação para Manuel e para Maria José. Ao tentarem fazê-lo deparam-se com alguns desafios que se traduzem em dificuldades de integração destas propostas nas sequências de tarefas que vamos construindo. Estas dificuldades relacionam-se com três aspetos fundamentais: organização do manual, conteúdo que aborda e tipo de tarefas. As dificuldades com que Manuel se depara relacionam-se com os dois primeiros aspetos e as de Maria José são originadas pelos últimos dois.

Para Manuel o manual adotado apresenta uma abordagem tardia de alguns tópicos, sugerindo a antecipação da sua exploração e integração nas sequências de tarefas que vamos construindo. Comparando com o percurso de ensino que costumavam ‘efetuar’ em anos anteriores, tanto Manuel como Maria José consideram que este manual não apresenta um aprofundamento de alguns tópicos (nomeadamente, do trabalho em torno das unidades de medida) que deveriam ser lecionados/aprofundados no 3.º ano de escolaridade. Para além das dificuldades que assume sentir na compreensão da intencionalidade de algumas tarefas, Maria José considera que este manual não inclui alguns tipos de tarefas que considera importante ir realizando com os alunos. Refere-se, sobretudo, à falta de exercícios e à inexistência de tarefas que permitam sistematizar os conceitos abordados num determinado período de tempo.

O ‘novo’ Programa: romper com a sequência ‘habitual’. *A possibilidade de introdução de um ‘novo’ método de ensino dos algoritmos a meio de um ciclo.* A possibilidade de ensinar o algoritmo da divisão seguindo o caminho proposto pelo novo Programa (ME, 2007) constitui tanto para Manuel como para Maria José alguma tensão. Contudo, os motivos que lhes estão subjacentes parecem ter origens diferentes. Para Manuel trata-se de manter uma certa coerência com a abordagem que foi realizada com os algoritmos das outras operações, já trabalhados com estes alunos em anos anteriores. Embora reconheça que o caminho de aprendizagem dos algoritmos proposto pelo novo Programa (ME, 2007) apresenta mais-valias, nomeadamente por constituir uma aposta no desenvolvimento do cálculo mental dos alunos, considera que este aspeto não se sobrepõe à inconsistência de métodos de aprendizagem dos algoritmos. Acresce a este argumento o facto de, segundo as suas experiências anteriores, os alunos aprenderem com alguma facilidade o algoritmo da divisão, tal como costuma ensiná-lo. Apesar de também valorizar a coerência de métodos de ensino dos algoritmos das quatro operações, Maria José revela, sobretudo, alguma preocupação com a sua adaptação, enquanto professora, a uma nova abordagem do algoritmo da divisão.

O momento adequado para a introdução dos algoritmos. Perante a possibilidade da equipa propor tarefas que envolvam a operação divisão, Maria José revela alguma relutância em abandonar a ideia da introdução do algoritmo da operação divisão como sendo o ponto de partida para o trabalho em torno desta operação. Também, quando a equipa pondera a realização de tarefas que envolvem a operação divisão com números ‘grandes’, sem ainda ter trabalhado o respetivo algoritmo, Maria José contesta. Como argumento centra-se na rapidez dos cálculos que este procedimento permite oferecer, sem atender a outras características dos números (como por exemplo, serem números redondos ou de referência). Enquanto Maria José vai mostrando o seu desconforto sobre o modo como os algoritmos são perspectivados no novo Programa (ME, 2007), Manuel assume uma postura de reflexão sobre o assunto e, simultaneamente, de concordância com essas ideias, parecendo-lhe fazer sentido essas opções. No caso de Maria José esse reconhecimento não é fácil nem imediato, sendo fundamentais as discussões da equipa.

A alteração da sequência de tarefas prevista. Na fase inicial do projeto, a sugestão de alteração da sequência de tarefas inicialmente prevista resulta, sobretudo, de algumas preocupações de Manuel associadas à análise das estratégias usadas pelos alunos. A constatação de dificuldades evidenciadas pelos alunos na exploração de uma determinada tarefa ou o não surgimento de algumas estratégias que tinham sido antecipadas, nomeadamente se as considera estratégias eficazes, constituem motivos de preocupação e, por vezes, de alguma tensão para este professor. Assim, nestas situações, tende a sugerir a inclusão de uma ou mais tarefas numa determinada sequência, quer para permitir a repetição de procedimentos em que os alunos revelam pouca segurança no seu uso, quer para fazer emergir estratégias e/ou procedimentos que tinha a expectativa de surgirem na resolução de tarefas anteriores.

Com o desenvolvimento do projeto, Manuel e Maria revelam alguma tensão com o facto de as sequências de tarefas que vão sendo construídas não estarem a acompanhar completamente a ordem de abordagem dos tópicos que foi definida em Conselho de Ano. A eventual comparação realizada pelos Encarregados de Educação, com o trabalho que está a ser efetuado em outras turmas do agrupamento do mesmo ano de escolaridade e o facto de todas elas realizarem uma prova de avaliação igual no final de cada período, parecem constituir dois elementos importantes que desencadearam esta tensão. A procura de solução para este problema, conduz os professores a sugerirem alterações quer da ordem das sequências previstas quer das próprias sequências. Nesta última situação, a solução encontrada passa por eliminar tarefas inicialmente previstas, sugerindo a construção/realização de outras sequências cujos tópicos abordados sejam ou estejam mais próximos dos que foram definidos pelo Conselho de Ano num determinado espaço de tempo.

Em suma, a seleção/construção de tarefas integrada na conceção de sequências de tarefas coloca os professores perante desafios que se relacionam com a mudança de perspetivas e práticas de planificação do ensino, com a integração das propostas do manual adotado nas sequências de tarefas, com a implementação do novo Programa (ME, 2007) e com a necessidade de alteração da sequência inicialmente prevista pela equipa. Esses desafios são os seguintes:

- Planificar o ensino partindo da definição dos objetivos a atingir, em substituição de práticas habituais de planificação centradas nos tópicos.
- Lidar com um manual adotado que, na perspetiva dos dois professores, não apresenta o aprofundamento desejado de alguns tópicos. Para além deste aspeto, Maria José revela sentir a falta, neste manual, de determinados tipos de tarefas e Manuel discorda da sequência de abordagem dos tópicos que apresenta.
- Romper com a sequência habitual de abordagem de alguns tópicos, nomeadamente no que respeita ao trabalho em torno das operações. Este desafio evidencia-se por alguma tensão manifestada pelos professores quando colocados perante a possibilidade de efetuarem o ensino do algoritmo da divisão seguindo as perspetivas do novo Programa (ME, 2007). Estas tensões resultam:
 - Da introdução do novo Programa (ME, 2007) a meio de um ciclo de escolaridade, que sugere um caminho diferente para a aprendizagem do algoritmo da divisão daquele que foi efetuado pelos alunos nos restantes algoritmos, e, simultaneamente, da convicção da importância de manter a coerência na abordagem de todos os algoritmos;
 - Do receio de adaptação a outra forma de ensinar o algoritmo, aspeto que é evidenciado apenas por Maria José.
- Deparar-se com o não surgimento de todas as estratégias previstas ou com a persistência de algumas dificuldades dos alunos na resolução das tarefas de uma determinada sequência. Estas tensões são manifestadas por Manuel, levando-o a sugerir a introdução de ‘novas’ tarefas na sequência inicialmente prevista.
- Articular a ordem das sequências de tarefas com o espaço de tempo definido pelo Conselho de Ano para a abordagem dos tópicos.

9.1.2 Práticas de exploração de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número

O esquema da Figura 9.4 sintetiza os aspetos que Manuel e Maria José evidenciam valorizar durante os vários momentos de exploração das tarefas: apresentação, realização e discussão. Mostram deparar-se, também, com alguns desafios que, neste caso, se relacionam,

sobretudo, com mudanças de práticas e que surgem associados a aspetos que passam a valorizar em cada um desses momentos (representados nas caixas sombreadas do esquema).

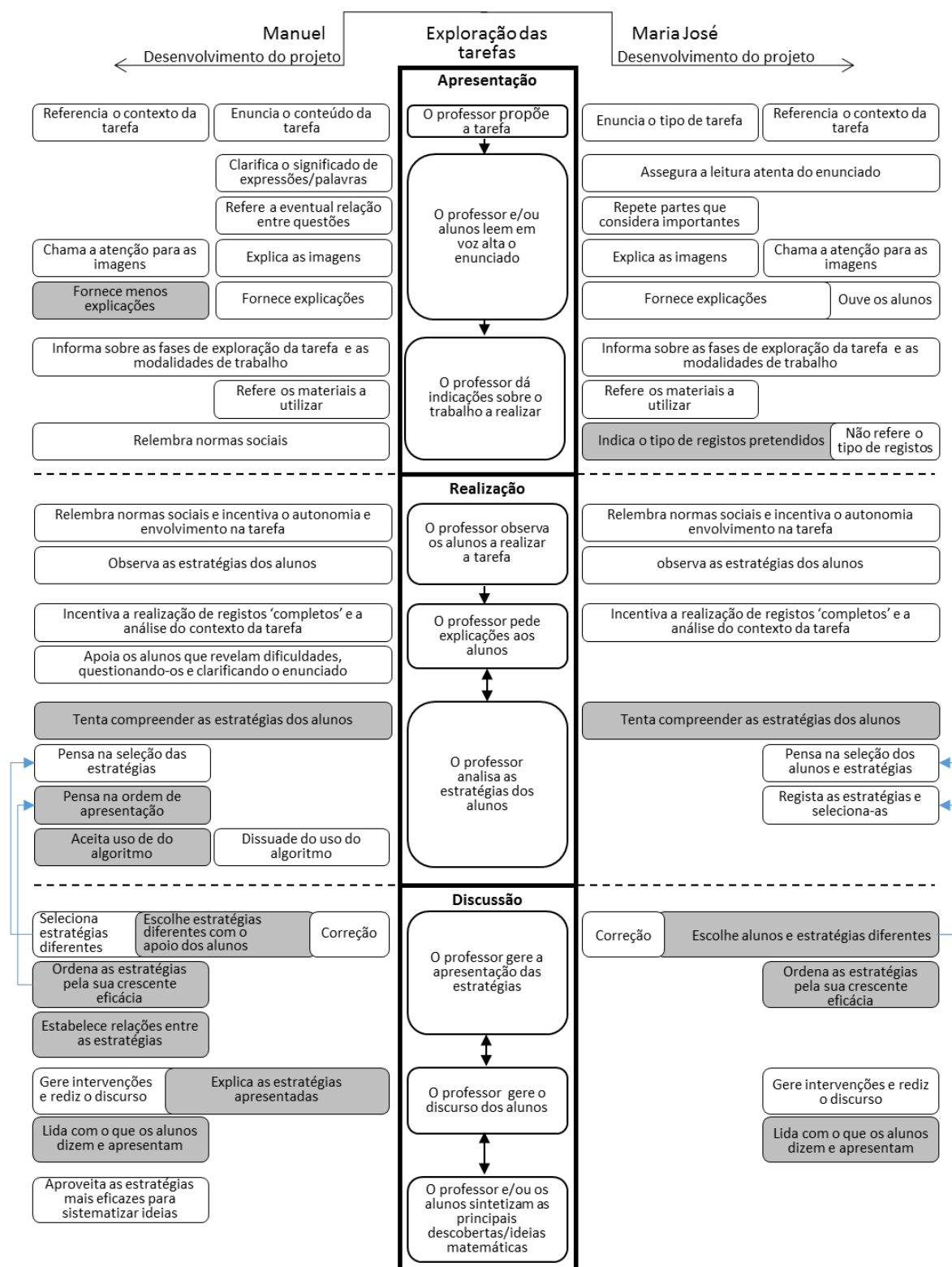


Figura 9.4 - Aspetos valorizados pelos professores em cada momento da exploração das tarefas

9.1.2.1 Aspetos que se destacam e desafios que se colocam na apresentação das tarefas

Aspetos que se destacam

O que Manuel e Maria José valorizam no momento de apresentação das tarefas vai sofrendo alterações ao longo do desenvolvimento do projeto. Numa fase inicial, ambos tendem a iniciar o trabalho em torno das tarefas classificando a tarefa, pelo seu conteúdo no caso de Manuel, e pelo tipo de tarefa no caso de Maria José. Preocupações relacionadas com a interpretação das tarefas levam estes professores a ler ou a promover a leitura dos enunciados em voz alta, ao longo de todo o projeto. Numa fase inicial esta leitura é intercalada com comentários e explicações com o intuito de evitar grandes dificuldades, por parte dos alunos, na realização das tarefas. Manuel preocupa-se em clarificar o significado de algumas expressões ou palavras incluídas nos textos e chama a atenção para eventuais relações entre as questões. Maria José tenta garantir que todos os alunos estejam atentos à leitura do enunciado, sublinhando, quer pelo tom de voz quer pela repetição da leitura de determinada parte do enunciado, aspetos que poderão ser fundamentais para a compreensão da tarefa. Ambos explicam elementos particulares das imagens que podem ajudar os alunos a resolver a tarefa e, por vezes, fornecem algumas explicações que orientam para o uso de determinados procedimentos de cálculo.

No início do projeto, este é um momento que demora largos minutos. A discussão e reflexão sobre o modo como apresentam as tarefas nas sessões de trabalho da equipa e, sobretudo, dos efeitos de algumas informações/indicações fornecidas aos alunos, contribui para que estes momentos se tornem menos longos e para que estes professores forneçam menos explicações, partindo essencialmente das questões que os alunos colocam.

Ainda no momento de apresentação das tarefas, Manuel e Maria José informam os alunos sobre as fases de exploração da tarefa, as modalidades de trabalho previstas para cada uma dessas fases e eventuais materiais que devem utilizar. Manuel aproveita para fazer algumas advertências sobre o conjunto de normas sociais que devem ser seguidas. No início do projeto, Maria José revela preocupações relacionadas com as características dos registos dos alunos na resolução das tarefas, solicitando-lhes que apresentem todos os “cálculos” e escrevam as respostas em todas as questões que compõem as tarefas.

Desafios que se colocam

Os desafios que se colocam a Manuel e Maria José relacionam-se com o conteúdo e a quantidade de informações que fornecem aos alunos. Tal como referi anteriormente, a preocupação com eventuais dificuldades dos alunos leva estes professores a escolher tarefas que, à partida, consideram ser exequíveis. Na sala de aula, este receio condu-los a fornecer algumas ‘explicações’ sobre a tarefa. Em alguns casos, estas opções contribuem para uma diminuição do seu nível de exigência cognitiva, implicação que é reconhecida por ambos durante os momentos de reflexão sobre a exploração das tarefas. Manuel reconhece que neste momento de exploração das tarefas tende a centrar o discurso nele próprio, tomando a iniciativa de efetuar explicações sobre o enunciado sem que os alunos coloquem eventuais dúvidas. Embora ao longo do projeto esta situação vá sofrendo mudanças, Manuel parece sentir alguma ambivalência: por um lado, reconhece que algumas delas afetam e influenciam as opções dos alunos durante a realização da tarefa, diminuindo, por vezes, o nível de exigência/desafio da tarefa e, por outro lado, considera que alguns alunos com mais dificuldades na área da Matemática necessitam dessas explicações para conseguirem entender e avançar na resolução da tarefa. A tendência de fornecer informações que, eventualmente diminuam o nível de exigência da tarefa, motivada pelo receio de os alunos se depararem com muitas dificuldades na sua resolução, é assinalada por Stein et al. (2009).

Apesar de, no início do projeto, na sala de aula de Maria José ocorrer uma situação semelhante, gradualmente esta professora vai transformando a apresentação das tarefas em momentos em que são os alunos que colocam as suas questões. Contudo, o seu grande desafio passa por identificar, à partida, o tipo de pedidos que pode fazer, de forma a não condicionar as opções dos alunos na resolução das tarefas. Durante as sessões de reflexão sobre as aulas, Maria José apercebe-se, por exemplo, dos efeitos nas produções dos alunos por ter insistido que estes apresentem os cálculos que utilizam para resolver uma tarefa, não antevendo que os alunos poderiam, eventualmente, entender que seria obrigatório apresentar uma ‘conta’. O efeito do tipo informações/pedidos efetuados pelo professor nos processos cognitivos dos alunos é mencionado por diversos autores (Henningesen & Stein, 1997; Stein & Smith, 1998; Stein et al., 2009).

Em suma, no que respeita às práticas dos professores no momento de apresentação das tarefas, evidenciam-se os seguintes resultados:

- Os aspetos que se destacam no momento de apresentação das tarefas vão sofrendo alterações ao longo do desenvolvimento do projeto. No seu início, os professores tendem a tecer comentários, a fazer observações, dar indicações e a efetuar muitas explicações acerca das tarefas, contribuindo para que estes momentos se tornem consideravelmente longos. Com o desenvolvimento do projeto, estes momentos tornam-se mais curtos, sendo alimentados, sobretudo, por eventuais questões que os alunos colocam.
- Ao longo do projeto, mantém-se a preocupação dos professores em fornecer indicações acerca do modo como será organizado o trabalho em torno de cada tarefa. No caso de Manuel evidencia-se também a preocupação em relembrar as normas sociais a serem cumpridas durante a realização das tarefas.
- A reflexão sobre os efeitos do que os professores dizem durante a apresentação das tarefas nas opções tomadas pelos alunos na sua resolução e na eventual diminuição do seu nível de exigência/desafio constitui um aspeto importante para diminuir a quantidade de informações/explicações. Neste processo, evidenciam-se dois desafios:
 - Decidir o conteúdo das informações que podem e/ou devem ser fornecidas aos alunos durante este momento de exploração das tarefas, no caso de Maria José;
 - Dar mais protagonismo aos alunos, no caso de Manuel.

9.1.2.2 Aspetos que se destacam e desafios que se colocam na realização das tarefas

Aspetos que se destacam

As ações de Manuel e de Maria José durante a realização das tarefas são muito semelhantes. Ambos percorrem a sala de aula observando os alunos a resolver as tarefas e preocupam-se em manter um ambiente calmo e de trabalho, chamando a atenção para o cumprimento das regras de sala de aula. Para além destes aspetos, tentam conhecer e compreender as estratégias de resolução das tarefas que vão surgindo, sugerem aos alunos que analisem o contexto da tarefa e pedem-lhes que tenham atenção aos registos que efetuam, incentivando-os a completá-los. Manuel revela, ainda, preocupações com os alunos que

evidenciam mais dificuldade durante a realização das tarefas, questionando-os, clarificando alguns aspetos relacionados com o enunciado das tarefas ou esclarecendo eventuais dúvidas.

Neste momento de exploração das tarefas, tanto Manuel como Maria José tentam compreender as estratégias que os alunos estão a usar, assumindo que tal lhes oferece uma melhor perceção sobre o modo como os alunos estão a ‘reagir’ à tarefa. Com o desenvolvimento do projeto este aspeto torna-se intencional no apoio à preparação do momento de discussão. Ambos usam este conhecimento para seleccionar os alunos que irão apresentar as suas estratégias e Maria José passa a registá-las para evitar esquecer-se de propor a apresentação de alguma estratégia que lhe pareça fundamental para ser partilhada com toda a turma. As discussões na equipa sobre a importância de criar pontes entre as diversas estratégias apresentadas pelos alunos, conduz Manuel a pensar, logo neste momento de exploração da tarefa, numa possível ordem de apresentação das estratégias atendendo à sua crescente eficácia.

Desafios que se colocam

A intenção de se apropriarem das estratégias usadas pelos alunos, coloca Manuel e Maria José perante o desafio de compreender como os alunos pensam. Efetivamente, compreender o modo como os alunos pensam nem sempre se mostra uma tarefa fácil, dado que exige do professor “observar e registar a forma de ver, pensar e calcular dos alunos tal como eles veem, pensam e calculam” (Kraemer, 2008, p. 20). Para Maria José este aspeto é particularmente difícil quando os alunos apresentam estratégias que não foram antecipadas mas, sobretudo, quando se mostram ‘desadequadas’ no sentido de se afastarem do objetivo da tarefa. Estas situações conduzem Maria José a refletir sobre as indicações que deveria ter, ou não, fornecido durante o momento de apresentação da tarefa.

Para Manuel constitui, também, um desafio lidar com uma certa persistência dos alunos em recorrerem, frequentemente, aos algoritmos aprendidos para efetuarem os cálculos, principalmente, quando as tarefas sugerem o uso das propriedades das operações e/ou de relações numéricas. Numa primeira fase do projeto, nestas situações, opta por pedir aos alunos que tentem efetuar os cálculos sem recorrerem aos algoritmos. Com o desenvolvimento do projeto, Manuel decide deixar de fazer estes pedidos e revela-se menos preocupado com o facto de os alunos recorrerem aos algoritmos, o que parece estar associado

essencialmente a dois motivos. Por um lado, os alunos passaram a usá-los menos. Por outro, tendo sido dada a oportunidade aos alunos de observarem e experimentarem outros procedimentos de cálculo, considera que estes devem ter a liberdade para optarem por aqueles com que se sentem mais confiantes.

Em suma, no que respeita às práticas dos professores no momento de realização das tarefas, evidenciam-se os seguintes resultados:

- Ao longo do desenvolvimento do projeto, destaca-se:
 - A manutenção de um ambiente calmo e de trabalho, optando por recordar algumas normas sociais que consideram fundamentais para manter este tipo de ambiente;
 - A preocupação com o conhecimento e a compreensão das estratégias que estão a ser usadas pelos alunos na resolução das tarefas. Para tal, por vezes, pedem clarificações aos alunos acerca dos raciocínios efetuados;
 - A preocupação com o facto de os alunos basearem as suas resoluções numa análise cuidadosa do contexto da tarefa e de realizarem registos completos, no sentido de permitirem uma boa explicitação dos raciocínios usados;
 - O apoio aos alunos que manifestam mais dificuldades, questionando-os e, eventualmente, clarificando aspetos do enunciado ou esclarecendo dúvidas. Esta preocupação destaca-se nas práticas de Manuel.
- Numa fase inicial do projeto, a compreensão das estratégias dos alunos é vista, essencialmente, como uma forma de perceber o modo como os alunos estão a reagir à tarefa. Com o desenvolvimento do projeto, os professores passam a valorizar a compreensão das estratégias dos alunos também como um aspeto importante na organização do momento de discussão das tarefas, no que se refere:
 - à seleção das estratégias que virão a ser apresentadas à turma;
 - à ordem pela qual serão realizadas essas apresentações.
- Durante o momento de realização das tarefas, destacam-se os seguintes desafios com que os professores se deparam:
 - Compreender o modo como os alunos pensam, principalmente quando as resoluções que apresentam não incluem estratégias antecipadas durante a preparação das tarefas;

- Lidar com estratégias que se mostram desadequadas relativamente aos objetivos definidos para as tarefas. Este desafio é sentido por Maria José;
- Durante uma fase inicial do projeto, lidar com a persistência do uso dos algoritmos perante tarefas que suscitam o uso de relações numéricas e propriedades das operações. Este desafio é sentido por Manuel.

9.1.2.3 Aspetos que se destacam e desafios que se colocam na discussão das tarefas

Aspetos que se destacam

O modo como Manuel e Maria José gerem o momento de discussão das tarefas altera-se com o desenvolvimento do projeto. Habitualmente, após a resolução da tarefa seguia-se a sua correção, que poderia incluir a apresentação de uma ou duas formas de resolver a tarefa corretamente, normalmente explicadas por eles próprios. Com a participação no projeto passam a valorizar a apresentação, pelos próprios alunos, de diversas estratégias usadas na resolução das tarefas. Ambos fazem uma escolha intencional dos alunos que vão apresentar as suas resoluções à turma. Manuel orienta essa escolha pelas diferenças que as suas estratégias apresentam. Maria José, para além deste aspeto, preocupa-se em solicitar alunos que apresentam mais dificuldades na área da Matemática ou que habitualmente mostram menos iniciativa em fazer intervenções na aula, mesmo que esta opção conduza à apresentação de estratégias repetidas.

Para além da seleção de estratégias, estes professores passam a preocupar-se com a ordem pela qual são apresentadas, tentando que esta ordem respeite a eficácia das mesmas (da ‘menos eficaz’ para a ‘mais eficaz’). Relativamente às estratégias apresentadas pelos alunos, Manuel, por vezes, estabelece pontes entre elas como forma de os ajudar a compreender as estratégias dos colegas e aproveita algumas delas, nomeadamente as mais eficazes, para sistematizar ideias e/ou procedimentos matemáticos envolvidos. Selecionar diferentes estratégias para serem apresentadas e discutidas, ordenar essas apresentações de acordo com as características das estratégias e estabelecer conexões entre elas constituem aspetos fundamentais para orquestrar, de modo produtivo, as discussões coletivas das tarefas (Stein et al., 2008).

A gestão do discurso de sala de aula, nestes momentos, é também um aspeto a que estes professores passam a conceder maior atenção ao longo do desenvolvimento do projeto. Observa-se uma crescente valorização das explicações apresentadas pelos alunos, gerindo as suas intervenções, questionando-os e redizendo o seu discurso de modo a torná-lo correto e/ou compreensível para a turma.

Desafios que se colocam

Ocorrem mudanças significativas no modo como Manuel e Maria José organizam os momentos de trabalho com os alunos após a realização das tarefas. Estas mudanças são graduais, constituindo, por vezes, alguns desafios para estes professores. Por exemplo, apesar de Manuel pretender organizar o momento de discussão das tarefas tendo por base a apresentação de resoluções que correspondam a estratégias diferentes, sente algumas dificuldades em fazê-lo por deixar a distinção dessas diferenças ao critério dos alunos. Quer por não conseguirem identificá-las ou por pretenderem também apresentar a sua resolução, um número considerável de alunos tende a oferecer-se para explicar as suas estratégias, constituindo a gestão deste momento da aula uma dificuldade para este professor. Já para Maria José o seu receio é de que as estratégias selecionadas possam não ser ilustrativas de todas as estratégias diferentes usadas pelos alunos e, principalmente, de se esquecer de alguma estratégia que seja das mais eficazes. O registo das estratégias que vão surgindo durante o momento de realização da tarefa e dos respetivos alunos que as desenvolveram, parece constituir uma solução para resolver este problema, principalmente em tarefas em que surge um número considerável de estratégias diferentes.

Como foi referido anteriormente, tanto Manuel como Maria José tentam que a sequência pela qual as estratégias são apresentadas à turma corresponda a uma ordem de eficácia crescente. A ordenação das apresentações das estratégias de um nível de eficácia menos elevado para um nível mais elevado das tarefas é um aspeto salientado por Yang e Hsu (2009) quando se trata de explorar tarefas numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número. Ainda assim, por várias vezes, quando reflete sobre o momento de discussão das tarefas, Manuel considera que o pouco tempo que dispõe para pensar e interpretar estas estratégias na sala de aula não lhe permite estabelecer a ordem de apresentação das estratégias que considera ser a mais ‘adequada’.

Gerir o discurso de sala de aula neste momento de exploração das tarefas constitui também um desafio para estes professores. Tal como no momento de apresentação, durante a discussão, Manuel reconhece uma certa tendência em assumir um grande protagonismo. Atribui à cultura da sua sala de aula, já instituída, os motivos que estão na base de não existirem mais momentos de interação entre o(s) aluno(s) que apresentam as suas estratégias e os restantes elementos da turma. Efetivamente, uma determinada cultura de sala de aula desenvolve-se através das interações que se estabelecem entre o professor e os alunos e entre estes, através da repetição continuada de normas sociais e matemáticas (Yackel & Cobb, 1996). Não é pelo facto de o professor informar os alunos sobre o modo como pretende que estes devem agir que estes apreendem essas normas (Boavida, 2005; Lampert, 2001).

Relativamente ao excesso de protagonismo, este professor assume, ainda, ter a perceção de que os alunos, na maioria das vezes, não apresentam um discurso claro e matematicamente correto. Em muitas circunstâncias opta por redizer o discurso dos alunos mas, com alguma frequência, tende a avançar ele próprio com a clarificação/explicação das estratégias apresentadas. Apesar de Maria José considerar como um desafio gerir este momento da aula, de forma a dar voz aos alunos, revela mais facilidade em fazê-lo, incentivando momentos em que estes se questionam uns aos outros. Contudo, tal como foi referido, lidar com o que os alunos apresentam constitui um desafio para ambos uma vez que, por vezes, é difícil compreender os seus raciocínios.

Note-se que as práticas de sala de aula destes professores nos vários momentos de exploração das tarefas relacionam-se entre si (ver setas representadas no esquema da Figura 9.4). Como foi referido nos pontos anteriores, tanto Manuel como Maria José ao refletirem sobre a exploração das tarefas reconhecem inter-relações entre o seu modo de agir e os raciocínios realizados pelos alunos. Nessa reflexão, procuram também encontrar respostas para os problemas com que se vão deparando, introduzindo algumas alterações às suas práticas. A mudança de atuação nos momentos de exploração das tarefas, anteriores ao momento em que surgem esses problemas, parece constituir para estes professores uma forma eficaz de os resolver. Por exemplo, fornecer menos informações ou indicações aos alunos no momento da apresentação das tarefas poderá constituir uma forma de evitar baixar o nível de desafio da tarefa ou de condicionar/influenciar os procedimentos usados pelos alunos na sua

resolução. Também uma forma de organizar e gerir com mais eficácia os momentos de discussão das tarefas passa por alterar as suas práticas durante o momento de realização das mesmas, selecionando e ordenando as estratégias que virão a ser apresentadas.

A crescente sensibilidade destes professores para analisar as estratégias dos alunos parece relacionar-se com todo o trabalho que é realizado em torno da antecipação das estratégias, durante a preparação das tarefas, e com a reflexão acerca das produções dos alunos, após a sua realização. Estes momentos de trabalho da equipa parecem, ainda, contribuir para que estes professores adquiram, ao longo do projeto, uma maior sensibilidade para ordenar as tarefas tendo em conta a sua eficácia. No caso de Manuel, esta sensibilidade parece ser também importante para conseguir estabelecer pontes entre algumas das estratégias apresentadas pelos alunos no momento de discussão das tarefas. Estes aspetos coincidem com os argumentos apresentados por vários autores para justificar a importância da antecipação de estratégias – lidar com as estratégias dos alunos na sala de aula na organização de discussões produtivas (Stein, et al., 2008) e na promoção do desenvolvimento do sentido de número (Markovits & Sowder, 1994; Simon & Tzur, 2004).

É de salientar que o facto de estes professores irem encontrando formas de lidar com os problemas que surgem nos vários momentos da exploração das tarefas, parece contribuir para diminuir a ‘intensidade’ dos desafios que se lhes colocam em cada um deles. Mantém-se ao longo de todo o projeto uma atitude de problematizar das suas práticas, continuando a revelar interrogações acerca das opções na seleção das estratégias, da ordem das suas apresentações à turma e a surpreender-se com os efeitos do seu discurso no que os alunos dizem e fazem durante a exploração das tarefas. Frequentemente, nos momentos de reflexão, principalmente quando analisam as produções dos alunos e/ou episódios das aulas, identificam estratégias que não se aperceberam que surgiram, afirmações que os alunos fizeram e que não ouviram ou não compreenderam na totalidade, a imprevisibilidade de alguns comentários e questões apresentados pelos alunos e de questões que não lhes ocorreu colocar ou que pretendiam colocar mais tarde e se esqueceram. Estas constatações acompanham normalmente uma ideia de que a exploração da tarefa não foi totalmente conseguida, do ponto de vista das ideias matemáticas que surgiram, o que corresponde ao que

Lampert (2001) descreve como a dificuldade de apresentar e discutir toda a Matemática utilizada pelos alunos durante a exploração de uma tarefa.

Em suma, no que se refere às práticas dos professores no momento de discussão das tarefas, evidenciam-se os seguintes resultados:

- Com o desenvolvimento do projeto, destaca-se a preocupação com os seguintes aspetos:
 - a apresentação e a discussão das estratégias usadas na resolução das tarefas;
 - a seleção intencional dos alunos que apresentam as suas estratégias;
 - a ordenação da apresentação das estratégias;
 - o estabelecimento de pontes entre as estratégias apresentadas. Esta preocupação é manifestada, sobretudo, por Manuel;
 - um maior protagonismo dos alunos neste momento de exploração das tarefas, ouvindo e valorizando as suas explicações.
- A valorização destes aspetos é gradual, decorre da reflexão sobre a importância de atender ao raciocínio dos alunos e sobre formas de o conseguir durante a discussão das tarefas, desencadeando alguns desafios que se traduzem, essencialmente, nas seguintes dificuldades:
 - Gerir momentos em que fica a cargo dos alunos a identificação das estratégias que consideram ser diferentes, principalmente quando existem muitas solicitações para apresentar as estratégias. Esta dificuldade é sentida por Manuel e é ultrapassada pela opção de passar a ser ele próprio a selecionar as estratégias durante o momento de realização da tarefa;
 - Ter a certeza que foram identificadas todas as estratégias diferentes ou esquecer-se de alguma estratégia, principalmente, se a considera eficaz. Esta insegurança é evidenciada por Maria José. A resposta para este problema é encontrada no momento de realização da tarefa através do registo, num bloco, das estratégias diferentes e dos alunos que as efetuaram;
 - Determinar, na sala de aula, a ordem de apresentação das estratégias que se mostra mais adequada;
 - Estabelecer pontes entre as estratégias apresentadas, dificuldade manifestada por Manuel;

- ‘Dar mais voz’ aos alunos. Esta dificuldade é evidenciada por Manuel que a atribui ao facto de considerar que os alunos, na maioria das vezes, não apresentam um discurso claro e matematicamente correto e à cultura de sala de aula já criada, em que não é habitual os alunos questionarem e/ou responderem aos colegas.
- Algumas das respostas para os desafios com que os professores se deparam durante cada um dos momentos da exploração das tarefas são encontradas em momentos anteriores, passando a constituir aspetos que valorizam.
- A antecipação das estratégias durante o momento de preparação das tarefas e a reflexão sobre as estratégias usadas pelos alunos após a sua exploração, parece ter contribuído para uma crescente facilidade e sensibilidade na compreensão das estratégias dos alunos durante a exploração das tarefas, para as ordenar de acordo com a sua eficácia e, pontualmente, para permitir o estabelecimento de conexões entre elas.

9.1.2.4 Preocupações com aspetos do sentido de número que sobressaem na exploração das tarefas

Durante a exploração das tarefas sobressaem algumas preocupações relacionadas com aspetos do sentido de número e que coincidem com os que orientam a seleção/construção e preparação das tarefas: o estabelecimento da relação entre os contextos das tarefas e os cálculos, a consciencialização da existência de múltiplas estratégias e o uso de representações e/ou métodos eficazes.

Em alguns momentos da exploração das tarefas, a preocupação com estes aspetos conduz Manuel e Maria José a depararem-se com problemas. Por exemplo, o receio de que os alunos não estabeleçam relações entre o contexto dos problemas e os cálculos a efetuar parece conduzir estes professores a ajudá-los a interpretar as situações propostas e as imagens a elas associadas, aspeto que, por vezes, contribui para diminuir o nível de desafio das tarefas. Contudo, com o desenvolvimento do projeto, os professores passam a salientar esta relação, sobretudo, no momento de discussão das tarefas, afixando no quadro as imagens ampliadas das tarefas e chamando a atenção dos alunos para apoiarem as suas explicações nessas imagens ou evidenciando eles próprios essas relações. O estabelecimento da relação entre os

contextos e os cálculos é também uma estratégia de Manuel para apoiar os alunos que evidenciam mais dificuldades na realização das tarefas.

A preocupação com o uso de representações e/ou métodos eficazes conduz estes professores a questionar os alunos durante os momentos de realização das tarefas. Para além de levarem os alunos a efetuarem registos mais completos, por vezes, estas questões parecem também apoiá-los na opção por caminhos que correspondem a estratégias eficazes, envolvendo o uso das propriedades das operações e do estabelecimento de relações numéricas. À semelhança do que acontece com a preocupação de os alunos estabelecerem relações entre os contextos e os cálculos, também neste caso, é no momento de discussão das tarefas que sobressai a preocupação destes professores com este aspeto, evidenciando para a turma a/as estratégias que se mostram mais eficazes. Ao fazê-lo, Manuel revela a importância que atribui ao recurso a sistemas de referência, à compreensão da relação entre as operações, à compreensão do efeito das operações e ao uso de propriedades das operações. No discurso de Maria José sobressai, sobretudo, a importância que atribui ao uso das propriedades das operações.

Por fim, a preocupação em selecionar diferentes estratégias para serem apresentadas à turma evidencia a preocupação destes professores de que os alunos se consciencializem da existência de diversas estratégias. No caso de Manuel, esta preocupação condu-lo, numa determinada fase do desenvolvimento do projeto, a inibir os alunos de usarem os algoritmos das operações já aprendidos, com o intuito de os levar a usar procedimentos de cálculo que envolvam propriedades das operações e relações numéricas suscitadas pelas características das tarefas propostas.

Em suma, no que respeita às preocupações com os aspetos do sentido de número que sobressaem na exploração das tarefas, evidenciam-se os seguintes resultados:

- A preocupação com o estabelecimento da relação entre os contextos e os cálculos sobressai no momento da discussão das tarefas, pelos constantes pedidos aos alunos para que verbalizem a relação entre os cálculos que realizaram e as características das imagens, da situação ou dos números associados aos contextos das tarefas.

- Sugerir aos alunos a observação das imagens e dos números associados aos contextos, parece constituir uma forma de apoiar os alunos com mais dificuldades no momento de realização das tarefas.
- Em algumas situações, que se verificam sobretudo no início do projeto, o estabelecimento da relação entre os contextos e os cálculos é verbalizada pelos professores no momento de apresentação das tarefas. A explicitação desta relação parece influenciar as opções dos alunos na sua resolução e, por vezes, diminuir o desafio da tarefa.
- O uso de representações e/ou métodos eficazes de cálculo parece constituir um aspeto que os professores valorizam no momento de realização das tarefas, ao incentivarem os alunos a analisar os contextos das tarefas. Esta preocupação sobressai, essencialmente, no momento de discussão das tarefas, através da solicitação à turma das estratégias que se mostram mais eficazes.
- A preocupação com a consciencialização de diversas estratégias por parte dos alunos é evidenciada, sobretudo, pela importância que os professores atribuem à seleção de diferentes estratégias para serem discutidas coletivamente.

9.2 Reflexão sobre o estudo

Início esta reflexão focando-me nos contributos da realização deste estudo para o meu desenvolvimento enquanto profissional. Centro-me, em seguida, no processo e resultados da investigação, apresentando eventuais implicações associadas a algumas interrogações que me foram surgindo ao longo do seu desenvolvimento. Termina, com os contributos deste estudo para o desenvolvimento profissional dos professores.

Contributos do estudo para o meu desenvolvimento enquanto profissional

Este estudo foi realizado no contexto de um projeto colaborativo de desenvolvimento curricular, cujo objetivo é aprofundar modos de promover o desenvolvimento do sentido de número dos alunos. Este projeto constituiu uma oportunidade de participar, juntamente com dois professores, na conceção de sequências de tarefas. Ouvir as suas opiniões, sugestões e

perspetivas e tentar compreender os desafios com que se deparavam, revelaram-se momentos interessantes e profícuos na procura de respostas a algumas das questões desta investigação. Mas, lidar com algumas dúvidas e dificuldades destes professores que, por vezes, se transformavam nas minhas próprias dúvidas e dificuldades, constituiu talvez um dos maiores desafios com que me deparei enquanto elemento da equipa. Refiro-me, em concreto, à dificuldade de conseguir apoiar o trabalho da equipa quando se tratava de encontrar/construir, por vezes de um dia para o outro, imagens para incluir nas tarefas que fossem adequadas à intencionalidade com que estas haviam sido pensadas. Estas imagens eram pensadas de forma a suscitar o uso de propriedades das operações, o estabelecimento de relações numéricas e/ou de modelos que suportassem o raciocínio dos alunos. Lembro-me, também, das dúvidas com que me deparei quanto à ordem ‘adequada’ pela qual algumas tarefas e sequências deveriam ser exploradas ao aproximar-se o momento de iniciar o trabalho com os números racionais: O que seria mais adequado fazer? Começar pelos números na representação decimal? Ou pelos números na representação de fração? Ou propor a construção de uma única sequência de tarefas em que estes dois tipos de representação surgissem relacionados?

Estas dificuldades e dúvidas, sentidas também por mim enquanto elemento da equipa do projeto, permitiram-me viver e identificar as complexidades da construção de tarefas e da tomada de decisões a elas associadas, em tempo útil, quando se constroem tarefas de raiz e quando se planifica o ensino recorrendo à construção de sequências de tarefas que promovam o desenvolvimento do sentido de número dos alunos.

O meu envolvimento neste projeto permitiu-me, também, acompanhar, de forma sistemática, o trabalho dos alunos de duas turmas do 3.º ano de escolaridade. Ter a oportunidade de observar, ouvir e, por vezes, interagir com alunos deste ano de escolaridade contribuiu para aumentar o meu conhecimento acerca do modo como estes reagem, pensam e agem quando exploram tarefas focadas nos números e nas operações numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número. Participar em 30 sessões de trabalho conjunto com dois professores do primeiro ciclo, nas quais uma das atividades desenvolvidas, também de forma praticamente sistemática, foi a análise das produções dos alunos, constituiu mais um elemento importante para aumentar o meu conhecimento sobre o modo como os alunos raciocinam e de como, eventualmente, vão evoluindo na aprendizagem dos números e das

operações. O balanço que faço acerca desta experiência vai ao encontro do que salientei na introdução deste estudo, como sendo pertinente para o meu desenvolvimento enquanto profissional ligada à formação inicial e contínua de professores, na área da Matemática – realizar um trabalho mais rico e informado no que se refere à abordagem de aspetos relacionados com o desenvolvimento do sentido de número.

Processo e resultados da investigação

Relativamente ao processo e resultados do estudo, oriento a minha reflexão tendo em conta aspetos que me suscitaram dúvidas e interrogações e que se relacionam com três vertentes: o sentido de número e o seu desenvolvimento, a conceção e desenvolvimento do projeto colaborativo e o modo como encaro a sua realização no contexto atual.

Sentido de número e seu desenvolvimento. Há três aspetos que me suscitam algumas interrogações e comentários no que respeita ao sentido de número e ao seu desenvolvimento. O primeiro prende-se com o sentido de número dos professores. O segundo relaciona-se com a ausência quase total da expressão ‘sentido de número’ no discurso dos professores ao longo do desenvolvimento do projeto. E, o terceiro, com as preocupações evidenciadas pelos professores com aspetos do sentido de número nas suas práticas de seleção/construção, preparação e exploração de tarefas.

Ao longo do desenvolvimento do projeto são várias as situações em que me apercebo que os professores se surpreendem com a possibilidade de recorrerem a determinadas relações numéricas e/ou propriedades das operações para efetuarem cálculos. Estas situações ocorrem, quer a propósito de algum procedimento de cálculo usado por um aluno, quer quando, em conjunto, partilhávamos as estratégias que tínhamos antecipado relativamente a uma determinada tarefa. Apesar de não ter como objetivo neste estudo analisar o sentido de número destes professores, parece-me que o seu envolvimento na antecipação de estratégias e na análise das produções dos alunos foi contribuindo para que estes professores fossem, também eles, mudando a sua forma de ‘olhar’ para os números, pensando em estratégias mais flexíveis para efetuar cálculos. Penso, também, que esta mudança acompanha a crescente sensibilidade evidenciada por estes professores relativamente aos aspetos que valorizam nas tarefas e na sua exploração, como potenciadores do desenvolvimento do sentido de número

dos alunos. A relação entre um ‘bom’ sentido de número do professor e a eficácia com que este pode ajudar os seus alunos a desenvolvê-lo é assinalada por Yang et al. (2008b).

Focando-me agora no segundo aspeto acima referido, constato que os professores, ao analisarem o novo Programa (ME, 2007), nunca referem que uma das linhas de força do trabalho com os números e as operações é ter subjacente o desenvolvimento do sentido de número. A mesma ausência é identificada, também, nos momentos de escolha das tarefas e de reflexão sobre a sua exploração na sala de aula, em que a expressão não é utilizada. Ela surge, apenas, nas entrevistas e a propósito de questões que lhes coloco diretamente sobre este assunto. Nestas ocasiões, evidenciam-se dificuldades em falar sobre o significado de sentido de número, observando-se, no entanto, na última entrevista, uma maior facilidade em identificar alunos que consideram ter um ‘bom’ sentido de número, recorrendo a exemplos de aptidões relacionadas com os números e as operações evidenciadas por esses alunos. O facto do sentido de número ser um constructo relativamente novo no contexto português poderá constituir uma explicação para esta situação. Contudo, penso também que, por ser um conceito reconhecidamente difícil de definir (Dunphy, 2007), conduz os professores a recorrer a exemplos para o descrever. Ainda assim, considero, que a dificuldade em usar a expressão ‘sentido de número’ não corresponde a um desconhecimento acerca do que significa fazer uma abordagem do tema Números e Operações, seguindo esta perspetiva. Efetivamente, a interpretação que fazem do foco do novo Programa (ME, 2007) neste tema aponta para diversas características associadas a um ensino orientado para o uso e desenvolvimento do sentido de número, tais como: desenvolvimento do cálculo mental e do raciocínio matemático apoiados no uso de propriedades das operações e no estabelecimento de relações numéricas. Para além disto, os resultados do estudo evidenciam preocupações dos professores com componentes do sentido de número nas suas práticas de seleção/construção, preparação e exploração de tarefas.

O terceiro aspeto que me suscitou algumas interrogações prende-se precisamente com este tipo de preocupações. Das quatro componentes associadas à área de aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo definidas por McIntosh et al. (1992), que constituíram categorias centrais de análise dos dados, há uma que não se evidenciou nas práticas destes professores – a preocupação com a inclinação para

rever os dados e a razoabilidade do resultado. À partida pareceu-me natural que esta preocupação não fosse evidenciada pelos professores durante os momentos de seleção/construção e preparação das tarefas. Por um lado, porque nesses momentos os professores estão focados nas estratégias e procedimentos que a tarefa poderá suscitar e desenvolver. Por outro, porque apesar de os professores se envolverem também na antecipação de possíveis estratégias e procedimentos, a verdade é que, nesta fase, não tinham ainda sido confrontados com as resoluções dos alunos, o que poderá explicar a não evidência de preocupações sobre este aspeto.

Contudo, também não identifiquei uma preocupação por parte dos professores com a revisão dos dados e a razoabilidade do resultado durante a exploração das tarefas na sala de aula. Uma das razões que pode estar associada a esta situação prende-se com o próprio significado desta componente. O que se entende efetivamente por ‘rever os dados e a razoabilidade do resultado’? Para McIntosh et al. (1992) trata-se de um processo em que o aluno “examina a sua resposta à luz do problema original (...) para determinar se a sua resposta “faz sentido”” (p. 8). Para estes autores “esta reflexão é geralmente feita rapidamente, naturalmente e torna-se parte integrante do processo de resolução de problemas” (p. 8). Pode, por este motivo, ser encarado como um processo pessoal e individual do aluno que ocorre durante o momento em que ele realiza a tarefa e, na maioria das vezes, não verbalizado.

Ainda assim, neste estudo, o meu interesse era procurar se os professores, de algum modo, suscitavam/impulsionavam este processo. Não ter encontrado evidências desta preocupação durante o momento de realização das tarefas pode dever-se, eventualmente, a três situações: (i) os professores não sentiram a necessidade de questionar os alunos sobre a razoabilidade dos resultados porque estes a averiguaram, ‘naturalmente’, (ii) não constitui uma preocupação que efetivamente têm, ou, (iii) o método de recolha de dados não permitiu registar eventuais situações em que esta preocupação se tenha manifestado, uma vez que nem sempre foi possível gravar e/ou presenciar todas as conversas que os professores estabeleceram com os alunos durante a resolução das tarefas. Pensando agora no momento de discussão das tarefas, os resultados deste estudo revelam que os professores evidenciaram preocupações em envolver os alunos na reflexão sobre a estratégia que usaram e as que

poderiam ter usado, e que, segundo McIntosh et al. (1992), faz parte do processo de rever os dados e a razoabilidade do resultado. Contudo, a intenção de suscitar tal reflexão não parece surgir associada a uma preocupação com a razoabilidade dos resultados, mas sim com a análise das estratégias e procedimentos usados, que se mostram mais ou menos eficazes, e que envolvem o estabelecimento de eventuais relações numéricas e/ou o uso de determinada(s) propriedade(s) das operações. A minha reflexão associada à não existência de evidências da preocupação dos professores acerca da análise da razoabilidade dos resultados está de acordo com o assinalado por Yang et al. (2008b), de que este é um aspeto que os professores pouco valorizam, por não a considerarem um objetivo importante de ensino.

Conceção e desenvolvimento do projeto. No que respeita à conceção do projeto, no capítulo 6, dou conta dos aspetos que foram, ou não, concretizados, das opções tomadas pela equipa em vários momentos e dos motivos subjacentes a essas opções. Examinando de forma global todos estes aspetos, considero que o projeto proposto inicialmente era, de facto, muito ambicioso, principalmente, no que respeita ao tempo disponível para desenvolver todas as atividades previstas. Recordo que a equipa propôs envolver-se na construção de sequências de tarefas que, para além de exigir algum tempo para discutir a sua conceção enquanto grupo de tarefas, exige um trabalho intenso em torno de cada tarefa: a seleção/construção, a preparação da sua exploração na sala de aula (que inclui a antecipação dos possíveis caminhos a seguir pelos alunos) e a reflexão sobre a sua exploração, baseando-se em episódios vídeo gravados e na análise das produções dos alunos. Para além de tudo isto, numa fase inicial do projeto, havia a intenção de construir um conjunto de materiais de divulgação que incluiriam as tarefas e uma ficha de indicações para o professor onde se explicitariam os objetivos de cada uma, se registavam modos de as explorar e se incluíam possíveis caminhos a seguir pelos alunos. Após a reflexão sobre a exploração de cada tarefa, tanto a própria tarefa como a ficha de indicações para o professor seriam, eventualmente, reformuladas. Realizar todas estas atividades com uma reunião semanal, não perdendo de vista o objetivo de um projeto que exigia um trabalho sequencial e constante com os alunos em torno dos números e das operações, levou a equipa, naturalmente, a tomar opções – investir nas atividades que diziam diretamente respeito com o trabalho dos alunos e deixar cair as que se prendiam com a ideia de conceber materiais de divulgação. Mesmo assim, não foi fácil efetuar, em tempo útil, o

primeiro conjunto de atividades que acima descrevo. Esta situação leva-me a pensar na necessidade de propor projetos que sejam mais sensíveis ao ‘tempo do professor’. Efetivamente, estes professores tinham apenas uma tarde livre por semana que dedicaram ao projeto. Para além disso, são professores generalistas, pelo que têm de se envolver, também, na preparação das atividades associadas às restantes áreas curriculares que lecionam.

Ainda no que respeita à conceção e desenvolvimento do projeto, retomo algumas ideias, já apresentadas, no capítulo 6, acerca da construção de trajetórias (hipotéticas) de aprendizagem. À questão que elaborei sobre este assunto “Construindo trajetórias hipotéticas de aprendizagem e/ou sequências de tarefas?”, respondi assumidamente que nem sempre considero que tenham sido construídas sequências de tarefas tendo por base trajetórias hipotéticas de aprendizagem. Penso, no entanto, que à medida que se foi desenvolvendo o projeto, a conceção de sequências de tarefas foi integrando elementos importantes da construção de trajetórias de aprendizagem, nomeadamente, serem construídas a partir da definição de objetivos e considerarem as hipóteses sobre o processo de aprendizagem dos alunos (Simon, 1995). Os resultados deste estudo permitem reforçar três ideias que caracterizam a complexidade de que se reveste este tipo de trabalho. Uma primeira tem a ver com a exigência de mudança de perspetiva de planificação de ensino – planificar a partir dos objetivos de aprendizagem em vez dos tópicos de ensino (Kraemer, 2008). Uma segunda ideia tem a ver com a relação entre a compreensão do modo como os alunos pensam e a crescente capacidade de identificação de hipóteses sobre o processo de aprendizagem dos alunos (Cobb et al., 2001). Uma terceira ideia, interrelacionada com estas duas, tem a ver com a importância do conhecimento profissional do professor em todo este processo (Simon, 1995), neste caso, sobre a abordagem dos números e das operações numa perspetiva do uso e desenvolvimento do sentido de número. Efetivamente, a conceção de sequências de tarefas com este objetivo exige do professor um conhecimento acerca das ‘grandes ideias’ associadas ao ensino e aprendizagem dos números e das operações, das estratégias que os alunos podem usar na resolução das tarefas e dos modelos que suportam a abordagem dos conteúdos numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número (Fosnot & Dolk, 2001a, 2001b; Mendes, 2012).

Os resultados do estudo apontam também para uma evolução do conhecimento destes professores em relação a aspetos importantes a ter em conta na abordagem dos números e das operações numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número. Contudo, estes aspetos não correspondem a algo que já estava pronto e disponível quando se iniciou o projeto, mas sim, a um caminho que foi sendo construído por estes professores durante o desenvolvimento do mesmo. Saliento como elementos essenciais deste ‘caminho evolutivo’ o envolvimento dos professores: (i) na antecipação de estratégias que podiam vir a ser usadas pelos alunos na resolução das tarefas, (ii) na análise das produções dos alunos e (iii) na reflexão realizada nos vários momentos de trabalho em torno das tarefas. Os primeiros dois aspetos parecem ter sido importantes para o desenvolvimento de um maior conhecimento sobre o modo como os alunos pensam, o que poderá ter contribuído para facilitar o levantamento de hipóteses de aprendizagem dos seus alunos no que respeita aos números e às operações. O terceiro aspeto parece ter sido fundamental para a consciencialização da intencionalidade das ações dos professores e, por vezes, das implicações dessas ações, para a mudança de práticas de ensino dos números e das operações e para facilitar a interpretação do novo Programa (ME, 2007).

O projeto e o contexto atual. Sendo este estudo centrado nas práticas de desenvolvimento curricular, não gostaria de finalizar esta reflexão sem registar as mudanças nas orientações curriculares que surgem no momento em que concluo este estudo e de ‘olhar’ o projeto que desenvolvi com os dois professores, considerando estas mudanças. Dado o contexto atual, uma perceção imediata da utilidade deste projeto para estes professores conduz-me a sentimentos de alguma frustração relativamente ao investimento realizado por eles num ‘novo’ programa que rapidamente passou a ‘velho’ e ao esforço concretizado na alteração de algumas das suas práticas de ensino da Matemática. Apoiando-me nas expectativas destes professores e no balanço que realizam do projeto desenvolvido no âmbito deste estudo (ver capítulo 6), este meu sentimento é reforçado ao constatar que apontam como mais-valia da sua participação uma melhor compreensão do PMEB (ME, 2007).

Neste balanço, no entanto, também sobressai o valor atribuído pelos professores à aprendizagem de novas formas de trabalhar com os números e as operações, a possibilidade de participarem numa seleção/construção e preparação de tarefas de uma forma mais refletida e um aumento da capacidade de problematização da exploração das tarefas na sala de aula.

Apesar do PMEB (ME, 2007) ter sido revogado e, consequentemente, uma das vantagens apresentadas por estes professores inerente à participação no projeto deixar de fazer sentido, penso que as restantes mais-valias explicitadas constituem, no seu conjunto, elementos importantes para a prática profissional destes professores. Recorrendo ao argumento da liberdade de escolha nos métodos de ensino, apresentado pelas entidades oficiais responsáveis para a introdução de um novo programa, a entrar em vigor no ano letivo 2013/2014, penso que a participação neste projeto poderá ter contribuído para que estes professores possam, futuramente, tomar decisões mais informadas e refletidas relativamente ao trabalho em torno dos números e das operações.

Contributos do estudo para o desenvolvimento profissional dos professores

Termino esta reflexão tentando salientar os contributos deste estudo para o desenvolvimento profissional dos professores. Considero que o facto de ser um projeto de desenvolvimento curricular, focado num tema específico do programa, neste caso nos Números e Operações, permitiu um trabalho aprofundado e reflexivo sobre o ensino e a aprendizagem de alguns dos seus tópicos. Este aspeto parece ter contribuído para o desenvolvimento da compreensão dos professores sobre os processos de aprendizagem dos alunos relativos a estes tópicos numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número. Este estudo reforça, assim, a ideia que o desenvolvimento de projetos colaborativos de desenvolvimento curricular que invistam na reflexão sobre o ensino e a aprendizagem de tópicos específicos contribui para um conhecimento mais aprofundado deste processo (Zech et al., 2000).

Considero, também, que este estudo constitui um contributo para melhor compreender os aspetos que os professores valorizam e os desafios com que se deparam na seleção/construção, preparação e exploração de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número e, em particular, quando todas estas atividades se integram num trabalho de planificação do ensino baseado na construção de sequências de tarefas. É certo que este contributo se circunscreve às práticas desenvolvidas num contexto de trabalho colaborativo, cujas características se mostraram potenciadoras do desenvolvimento profissional dos professores, permitindo, em algumas situações, alterar práticas de ensino dos números e das operações. Dessas características saliento: (i) a sua dimensão reflexiva associada quer à fase

de seleção/construção e preparação de tarefas, quer ao momento após a exploração das mesmas na sala de aula, (ii) o recurso a episódios de sala de aula para suscitar e alimentar esta reflexão, (iii) a antecipação das estratégias dos alunos e a análise das suas produções para uma melhor compreensão do modo como os alunos pensam e (iv) a antecipação das estratégias dos alunos para promover discussões coletivas das tarefas matematicamente ricas.

Referências Bibliográficas

- Abrantes, P. (1989). Um (bom) problema (não) é (só).... *Educação & Matemática*, 8, 7-10 & 35.
- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: ME/DEB.
- ACARA. (2012). *The Australian Curriculum. Mathematics*. Obtido em 12 de dezembro de 2013, de ACARA Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority: <http://www.australiancurriculum.edu.au/Mathematics/Curriculum/F-10>
- Ainley, J., & Pratt, D. (2005). The significance of task desing in mathematics education: examples from proportional reasoning. In H. L. Chick, & J. L. Vincent (Edits.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol 1, pp. 93-122). Melbourne: PME.
- Anghileri, J. (2003). Issues in teaching multiplication and division. In I. Thompson (Ed.), *Issues in teaching numeracy in primary schools* (pp. 184-194). Buckingham: Open University Press.
- Anghileri, J. (2004). Disciplined calculators or flexible problem solvers? In M. J. Høines, & A. B. Fuglestad (Edits.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol 2, pp. 41-46). Bergen, Norway: PME
- Anghileri, J. (2006). *Teaching number sense*. London, Great Britain: Continuum International Publishing Group.
- Arbaugh, F., & Brown, C. A. (2002). Influences of the mathematical tasks framework on high school mathematics teachers' knowledge, thinking, and teaching. *Annual*

- Meeting of the American Educational Research Association Conference*. New Orleans, LA.
- Arbaugh, F., & Brown, C. A. (2005). Analyzing mathematical tasks: a catalyst for change? *Journal of Mathematics Teacher Education* , 8, 499-536.
- Ball, D. L. (2000). Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education* , 51, 241-247.
- Ball, D. L., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education* , 59 (5), 389-407.
- Ball, D., & Cohen, D. K. (1999). Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional development. In L. Skyes, & G. Darling-Hammond (Edits.), *Teaching as the learning professional: Handbook of policy and practice* (pp. 3-32). San Francisco: Jossey-Bass.
- Baek, J. M. (1998). Children's invented algorithms for multidigit multiplication problems. In L. Morrows, & M. Kenney (Edits.), *The teaching and learning of algorithms in school mathematics* (pp. 151-160). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 38 (4), 333-339.
- Bass, H. (2003). Computational fluency, algorithms, and mathematical proficiency: One mathematician's perspective. *Teaching Children Mathematics*, 9(6), 322-327.
- Beswick, K., Muir, T., & McIntosh, A. (2004). Developing an instrument to assess the number sense of young children. AARE 2004. *International Education Research Conference Paper Abstracts*. Melbourne, Australia
- Boavida, A. M. (2005). *A argumentação em Matemática: Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Colecção Teses. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Boavida, A. M. (2006). Colaborando a propósito da argumentação na aula de Matemática. *Quadrante*, XV(1 e 2), 65-93.
- Boavida, A. M., & Ponte, J. P. (2002). Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In GTI (Edits.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 43-55). Lisboa: APM.
- Bodgan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.

- Borasi, R. (1986). On the nature of problems. *Educational Studies in Mathematics*, 17(2), 125-141.
- Boston, M. D., & Smith, M. S. (2009). Transforming secondary mathematics teaching: Increasing the cognitive demands of instructional tasks used in teachers' classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(2), 119-156.
- Brocardo, J. (2001). *As Investigações na Aula de Matemática: Um Projecto Curricular no 8.º Ano*, (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Coleção Teses. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Brocardo, J., & Delgado, C. (2009). Desafios e complexidades na concepção e exploração de tarefas para o desenvolvimento do sentido de número. In *Números e Estatística: reflectido no presente, perspectivando o futuro – Actas do XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática* (CD-ROM). Vila Real: SPCE
- Brocardo, J., & Serrazina, L. (2008). O sentido do número no currículo de Matemática. In J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha (Edits.), *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam a prática* (pp. 97-115). Lisboa: Escolar Editora.
- Brocardo, J., Delgado, C., & Mendes, F. (2009). *Números e operações - 1.º ano. Materiais de apoio ao Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC. [http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais_NPMEB/019_020_SequenciaNumeroseOperacoes_NPMEB_1c1\(actualizado22Jun2010\).pdf](http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais_NPMEB/019_020_SequenciaNumeroseOperacoes_NPMEB_1c1(actualizado22Jun2010).pdf).
- Brocardo, J., Serrazina, L., & Kraemer, J. (2003). Algoritmos e sentido do número. *Educação e Matemática*, 75, 11-15.
- Brown, M. W. (2009). The teacher-tool relationship: Theorizing the design and use of curriculum materials. In J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann & G. M. Lloyd (Edits.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 17-36). New York, NY: Routledge.
- Brown, M. W., & Edelson, D. C. (2003). *Teaching as design: Can we better understand the ways in which teachers use materials so we can better design materials to support changes in practice?* Evanston, IL: Center for Learning Technologies in Urban Schools, Northwestern University. Obtido em 10 de Novembro de 2010, de http://www.inquirium.net/people/matt/teaching_as_design-Final.pdf
- Buys, K. (2008). Mental arithmetic. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Children learn mathematics* (pp. 121-146). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

- Canavarro, A. P., & Ponte, J. P. (2005). O papel do professor no currículo de Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 63-89). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Carpenter, T. (1989). Number sense and other nonsense. In J. Sowder, & B. Schappelle (Edits.), *Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference* (pp. 89-91). San Diego: San Diego State University, Center for Research in Mathematics Education.
- Carter, K. (1990). Teachers' knowledge and learning to teach. In W. Houston (Ed.), *Handbook of research on teacher education* (pp. 291-310). New York, NY: Macmillan.
- Case, R. (1989). Fostering the development of children's number sense. In J. Sowder, & B. Schappelle (Edits.), *Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference* (pp. 57-64). San Diego: San Diego State University, Center for Research in Mathematics Education.
- Chamberlin, M. T. (2005). Teachers' discussions of students' thinking: Meeting the challenge of attending to students' thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8 (3), 141-170.
- Chapman, O. (2004). Facilitating peer interactions in learning mathematics: Teachers' practical knowledge. In M.J. Høines & A.B. Fuglestad (Edits.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol 2, pp. 191-198). Bergen, Norway: PME
- Christiansen, B., & Walther, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, A. G. Howson, & M. Otte (Edits.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 243-307). Dordrecht: D. Reidel.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in Mathematics Education. *Mathematical Thinking and Learning*, 8 (2), 81-89.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). *Learning trajectories in early Mathematics – sequences of acquisition and teaching*. Obtido a 28 de setembro de 2012, de http://www.literacyencyclopedia.ca/pdfs/Learning_Trajectories_in_Early_Mathematics_-_Sequences_of_Acquisition_and_Teaching.pdf.
- Cobb, P., Stephan, M., McClain, K., & Gravemeijer, K. (2001). Participating in classroom mathematical practices. *The Journal of the Learning Sciences*, 10 (1), 113-163.
- Cockcroft, W. (1982), *Mathematics counts: report of the Committee of Inquiry into the teaching of mathematics in schools*. London: HMSO. Obtido a 12 de janeiro de 2009, de <http://www.educationengland.org.uk/documents/cockcroft/>.

- Cohen, L. , Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education*. 6th ed. London: Routledge.
- Cramer, K. A., Post, T. R., & delMas, R. C. (2002). Initial fraction learning by fourth-and fifth-grade students: A comparison of the effects of using commercial curricula with the effects of using the rational number project curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(2), 111-144.
- DfEE. (2012). *Mathematics - Key Stages 1&2 - National Curriculum (Draft)*. Obtido em 12 de dezembro de 2012, de National Curriculum website: <http://www.education.gov.uk/schools/teachingandlearning/curriculum>
- Dehaene, S. (2001a). The cognitive neuroscience of numeracy: Exploring the cerebral substrates, the development, and the pathologies of number sense. In S. M. Fitzpatrick & J. T. Bruer (Edits), *Carving our Destiny: Scientific Research Faces a New Millenium* (pp. 41-76). USA: National Academy of Sciences.
- Dehaene, S. (2001b). Précis of the number sense. *Mind & Language*, 16(1), 16-36.
- Dehaene, S. (2001c). Author's Response: Is Number Sense a Patchwork? *Mind & Language*, 16, 89-100.
- Delgado, C. (2003). *Reflexão sobre as práticas de ensino da Matemática de futuros professores do 1.º ciclo: Três estudos de caso* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Coleção Teses. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Delgado, C. (2009). Os números e as operações no novo Programa de Matemática do Ensino Básico . *Educação & Matemática*, 105, 17-21.
- Doerr, H. M. (2006). Examining the tasks of teaching when using student's mathematical thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 3-24.
- Dolk, M. (2009). Looking at numbers: Young children developing number sense. In Números e Estatística: reflectido no presente, perspectivando o futuro – Actas do XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática (CD-ROM). Vila Real: SPCE.
- Doppelt, Y., Schunn, C. D., Silk, E. M., Mehalik, M. M., Reynolds, B., & Ward, E. (2009). Evaluating the impact of a facilitated learning community approach to professional development on teacher practice and student achievement. *Research in Science & Technological Education* , 27 (3), 339-354.
- Dunphy, E. (2007).The primary mathematics curriculum: enhancing its potential for developing young children's number sense in the early years at school. *Irish Educational Studies*, 26(1), 5-25.

- Elbaz, F. (1983). *Teacher thinking: A study of practical knowledge*. London: Croom Helm.
- Equipa do projecto DSN. (2006). *Desenvolvendo o Sentido do Número: Perspectivas e Exigências Curriculares*. Materiais para Professores e Educadores. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Equipa do projecto DSN. (2007). *Desenvolvendo o sentido do número. Perspectivas e exigências curriculares* (Vol. II). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 119-161). Nova Iorque: MacMillan.
- Ferreira, E. (2012). O desenvolvimento do sentido de número no âmbito da resolução de problemas de adição e subtração no 2.º ano de escolaridade. (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa – Instituto de Educação).
- Fosnot, C. T., Dolk, M., Zolkower, B., Hersch, S., & Seignoret, H. (2006). *Mathematics in the City: Measuring Teacher Change in Facilitating Mathematizing*. Obtido em 15 de outubro de 2010, de: http://resources.curriculum.org/LNS/coaching/files/pdf/Mathematics_City.pdf.
- Fosnot, C., & Dolk, M. (2001a). *Young mathematicians at work: Constructing number sense, addition, and subtraction*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Fosnot, C., & Dolk, M. (2001b). *Young mathematicians at work: Constructing multiplication and division*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Fraivillig, J. (2001). Strategies for advancing children's mathematical thinking. *Teaching Children Mathematics*, 7, 454-459.
- Franke, M., Kazemi, E., & Battey, D. S. (2007). Understanding teaching and classroom practice in mathematics. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (Vol. 1, pp. 225-256). Charlotte, NC: Information Age Publis.
- Gimeno-Sacristán, J. (1989). *El curriculum: Una reflexión sobre la pratica*. Madrid: Morata.
- Goos, M. (2005). A sociocultural analysis of learning to teach. In Chick, H. L., & Vincent, J. L. (Edits.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 49-56). Melbourne: PME.
- Gravemeijer, K. P. (2005). What makes mathematics so difficult, and what can we do about this? In L. Santos, A. P. Canavarro, & J. Brocardo (Edits.), *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 83-101). Lisboa: APM.

- Greeno, J. G. (1989). Some conjectures about number sense. In J. T. Sowder, & B. Schappelle (Edits.), *Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference* (pp. 43-56). San Diego: San Diego State University, Center for Research in Mathematics and Science Education.
- Griffin, S. (2004). Teaching number sense. *Educational Leadership*, 61(5), 39-42. Obtido em 12 de Outubro de 2012, de http://www.ascd.org/ASCD/pdf/journals/ed_lead/el200402_griffin.pdf
- Hargreaves, A. (1998). *Os professores em tempos de mudança*. Lisboa: Mc Graw-Hill.
- Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524-549.
- Hiebert, J. (1999). Relationships between research and the NCTM standards. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 3-19.
- Hill, H. C., Sleep, L., Lewis, J. M., & Ball, D. L. (2007). Assessing teachers' mathematical knowledge: What knowledge matters and what evidence counts? In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of research on mathematics and learning* (Vol. 1, pp. 111-155). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Howell, S. C. e Kemp, C. R. (2010). Assessing preschool number sense: skills demonstrated by children prior to school entry. *Educational Psychology*, 30(4), 411-429.
- Hsu, C. Y., Yang, D. C., & Li, M. N. (2001). The design of the fifth and sixth grade number sense rating scale. *Journal of Science Education*, 9(4), 351-374.
- Kaminski, E. (2002). Promoting mathematical understanding: Number sense in action. *Mathematics Education Research Journal*, 14 (2), 133-149.
- Kazemi, E., Lampert, M., & Ghouseini, H. (2007). Conceptualizing and Using Routines of Practice in Mathematics Teaching to Advance. In *Conference Supported by the Spencer Foundation* (pp. 1-6). Michigan.
- Kraemer, J-M. (2008). Desenvolvendo o sentido do número: Cinco princípios para planificar. In J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha (Edits.), *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 3-28). Lisboa: Escolar Editora.
- Lampert, M. (2001). *Teaching problems and the problems of teaching*. New Haven, CT: Yale University Press.
- Landeiro, A., Gonçalves, H. & Pereira, A. (2010). *A Grande Aventura – Matemática 3.º ano (manual escolar)*. Lisboa: Texto Editores Lda.

- Lloyd G., Remillard J. T., & Herbel-Eisenman G. (2009). *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruct.* New York: Routledge.
- Lo, M. L., Marton, Pang, F., & Pong, W. Y. (2004). Toward a pedagogy of learning. In F. Marton (Ed.), *Classroom discourse and the space of learning* (pp. 189-225). Mahwah, Nj: Erlbaum.
- Martinho, M. H. (2007). *A comunicação na sala de aula de Matemática* (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa).
- Markovits, Z. (1989). Reactions to the number sense conference. In J. Sowder, & B. Schappelle (Edits.), *Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference* (pp. 78-81). San Diego: San Diego State University, Center for Research in Mathematics and Science Education.
- Markovits, Z., & Sowder, J. T. (1994). Developing number sense: An intervention study in Grade 7. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(1), 4-29.
- McClain, K. & Cobb, P. (2001). An analysis of development of sociomathematical norms in one first-grade classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(3), 236-266.
- McIntosh, A., & Dole, S. (2000). Number sense and mental computation: Implications for numeracy. *ACER Research Conference 2000: Improving Numeracy Learning* (pp. 34-37). Brisbane.
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2-8 & 44.
- Mendes, F. (2012). A aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número: *Um estudo com alunos do 1.º ciclo*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa – Instituto de Educação)
- Mendes, F., Brocardo, J., Delgado, C., & Gonçalves, F. (2009). *Números e operações - 3.º ano. Materiais de apoio ao Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME. [http://area.dgidec.min-edu.pt/materiais_NPMEB/019_020_Sequencia_Numeros e Operacoes_NPMEB_1c3\(actualizado22Jun2010\).pdf](http://area.dgidec.min-edu.pt/materiais_NPMEB/019_020_Sequencia_Numeros_e_Operacoes_NPMEB_1c3(actualizado22Jun2010).pdf).
- Menon, R. (2004). Elementary School Children's Number Sense. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 57, 1-16. Obtido em 12 de janeiro de 2012, de <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/ramamenon.pdf>.
- Merrian, S. B. (1991). *Case study research in education. A qualitative approach*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.

- Merriam, S. B. & Associates (2002). *Qualitative research in practice: Examples for discussion and analysis*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Ministério da Educação. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Obtido em 25 de Outubro de 2009, de <http://www.dgidec.min-edu.pt/matematica/Documents/ProgramaMatematica.pdf>.
- Ministério da Educação. DEB. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico. Competências essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento da Educação Básica.
- Ministério da Educação. DGEBS. (1990). *Programa de Matemática. Ensino Básico. 1.º Ciclo*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Ministério da Educação e Ciência. (2012). *Metas Curriculares do Ensino Básico – Matemática*. Obtido em 12 de julho de 2012, de http://www.portugal.gov.pt/media/643611/prop_metas_eb_matematica_vf.pdf.
- Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática. Ensino Básico*. Obtido em 2, de julho de 2013, de http://www.dge.mec.pt/data/dgidec/noticias/Metas/Programa_Matematica_Basico.pdf.
- National Curriculum Board. (2008). *National Mathematics Curriculum: Initial advice*. Obtido em 23 de outubro de 2011, de http://www.ncb.org.au/verve/_resources/Mathematics_Initial_Advice_Paper.pdf
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989/1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional. (Documento original em Inglês, publicado em 1989).
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991/1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional. (Documento original em Inglês, publicado em 1991).
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000/2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática. (Documento original em Inglês, publicado em 2000).
- Nickerson, S. D., & Whitacre, I. (2010). A local instruction theory for the development of number sense. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(3), 227-252.
- Olson, J. C. (2005). o Teachers Change their Practices while Participating in a Lesson Study? In P. Clarkson, A. Downton, D.Gronn, M. Horne, A. McDonough, R.

- Pierce, et al. (Edits.), *Building Connections: Theory, research, and practice* (pp. 593-600). Sydney, Australia: MERGA Inc.
- Pacheco, J. A. (2001). *Currículo: Teoria e prática*. Porto: Porto Editora.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods*. California: Sage Publications, Lda.
- Pehkonen, E. (1987). Introduction to the concept “open-ended problems”. In E. Pehkonen (Ed.), *Use of open-ended problems in mathematics classroom* (pp. 7-11). Helsinki: Department of Teacher Education, University of Helsinki.
- Ponte, J. P. (2003). Investigar, ensinar e aprender. In *Actas do ProfMat 2003 (CD-ROM)* (pp. 25-39). Lisboa: Associação de professores de Matemática.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão Curricular em matemática. In GTI (Ed), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, 105-132.
- Ponte, J. P. (2008a). A investigação em educação matemática em Portugal: Realizações e perspectivas. In R. Luengo-González, B. Gómez-Alfonso, M. Camacho-Machín, & L. B. Nieto, *Investigación en educación matemática XII* (pp. 55-78.). Badajoz: SEIEM.
- Ponte, J. P. (2008b). Aprender Matemática. In A. P. Canavarro (Ed.), *20 Anos de temas na EeM* (pp. 2-13). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Ponte, J. P. (2012). Estudando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In N. Planas (Ed.), *Educación matemática: Teoría, crítica y práctica* (pp. 83-98) Barcelona: Graó.
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutiérrez, & P. Boeno (Edits.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present, and future* (pp. 461-494). Rotterdam: Sense.
- Ponte, J. P., & Serrazina, M. L. (2000). *Didáctica da Matemática no 1º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P., Boavida, A., Graça, M., & Abrantes, P. (1997). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Secundário.
- Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.

- Ponte, J. P., Ferreira, C., Varandas, J. M., Brunheira, L., & Oliveira, H. (1999). *A relação professor-aluno na realização de investigações matemáticas*. Lisboa: Projecto Matemática para todos e Associação de Professores de Matemática
- Putman, S. M., Smith, L. L., & Cassady, J. C. (2009). Promoting change through professional development: the place of teacher intentionality in reading instruction. *Literacy Research and Instruction*, 207-220.
- Remillard, J. T. (1999). Curriculum materials in mathematics education reform: A framework for examining teachers' curriculum development. *Curriculum Inquiry*, 100(4), 315-341.
- Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211-246.
- Resnick, L. (1989). Defining, assessing and teaching number sense. In J. Sowder, & B. Schappelle (Edits.), *Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference* (pp. 35-39). San Diego: San Diego State University, Center for Research in Mathematics and Science Education.
- Reys, B. (1989). Conference on Number sense: Reflections. In J. Sowder, & B. Schappelle (Edits.), *Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference* (pp. 70-39). San Diego: San Diego State University, Center for Research in Mathematics and Science Education.
- Reys, B. (1994). Promoting number sense in the middle grades. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 1(2), 114-120.
- Reys, R., & Yang, D. C. (1998). Relationship between computational performance and number sense among sixth and eighth grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29 (2), 225-237.
- Roldão, M. C. (2009). *Estratégias de ensino: O saber e o agir do professor*. Vila Nova de Gaia: Fundação Manuel Leão.
- Saraiva, M., & Ponte, J. P. (2003). O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Quadrante*, 12(2), 25-52.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan.
- Schoenfeld, A. H. (1998). Toward a theory of teaching-in-context. *Issues in Education*, 4(1), 1-94.

- Schön, D. (1992). Formar professores como profissionais reflexivos. In A. Nóvoa (Ed.), *Os professores e a sua formação* (pp. 79-91). Lisboa: D. Quixote.
- Schön, D. A. (1983). *The reflective practitioner: How professional think in action*. Aldershop Hants: Averbury.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1999). knowledge and Teaching: Foudations of the New Reform. In J. Leage, & B. Moon (Edits.), *Learners & Pedagogy* (pp. 61-77). London: Paul Chapman publishing Ltd.
- Silver, E. A. (1989). On making sense of number sense. In J. Sowder, & B. Schappelle (Edits.), *Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference* (pp. 92-96). San Diego: San Diego State University, Center for Research in Mathematics and Science Education.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education* , 26, 114-145.
- Simon, M. A. (2007). Constraints on what teachers can learn from their practice: teachers' assimilatory schemes. In J.H. Woo et al. (Org.), *Proceedings of the 31th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol 1, pp. 137-141). Seoul, Korea: PME.
- Simon, M., & Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: an elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 91-104.
- Smith, M. S. & Stein, M. K., (1998). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3 (5), 344-350.
- Smith, M. S., Hughes, E. K., Engle, R. A., & Stein, M. K. (2009). Orchestrating discussions. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14(9), 549-556.
- Sood, S & Jitendra, A.K. (2007). A comparative analysis of number sense instruction in reform-based and traditional mathematics textbooks. *The Journal of Special Education*, 41(3), 145-157.
- Sowder, J. T. (2007). The mathematical education and development of teachers. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (Vol. I, pp. 157-223). Charlotte: Information Age Publishing.

- Sowder, J., & Schappelle, B. P. (Edits.). (1989). Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference. *Establishing foundations for research on number sense and related topics*. San Diego: San Diego State University, Center for Research in Mathematics and Science Education.
- Sowder, J., (1989). Introduction. In J. Sowder, & B. Schappelle (Edits.), *Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference* (pp. 1-33). San Diego: San Diego State University, Center for Research in Mathematics Education.
- Stake, R. E. (2007). *A arte da investigação com estudos de caso*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268-275.
- Stein, M. K., Baxter, J. & Leinhardt, G. (1990). Subject matter knowledge and elementary instruction: A case from functions and graphing. *American Educational Research Journal*, 27, 639-663.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, 313-340.
- Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (Vol. II, pp. 319-369). Charlotte: Information Age Publishing.
- Stein, M. K., Silver, E. A., & Smith, M. S. (1998). Mathematics Reform and Teacher Development: A community of practice perspective. In J. G. Greeno, & S. V. Goldman (Edits.), *Thinking practices in mathematics and science learning* (pp. 17-52). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Stein, M. k., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2009). *Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development*. New York: Teachers College.
- Stylianides, A. J., & Stylianides, G. J. (2008). Studying the classroom implementation of tasks: High-level mathematical tasks embedded in "real-life" contexts. *Teaching and Teacher Education*, 24, 859-875.
- Sullivan, P., & Mousley, J. (2001). Thinking teaching: Seeing mathematics teachers as active decision makers. In F. L. Lin, & T. J. Cooney (Edits.), *Making sense of*

- mathematics teacher education* (pp. 147-163). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Trafton, P., R. (1989). Reflections on the number sense conference. In J. Sowder, & B. Schappelle (Edits.), *Establishing foundations for research on number sense and related topics: Report of a conference* (pp. 74-77). San Diego: San Diego State University, Center for Research in Mathematics Education.
- Tsao, Y. L., & Lin, Y. C. (2011). The study of number sense and teaching practice. *Journal of Case Studies in Education*, 2, 1-14. Obtido em 14 de Maio de 2012, de <http://www.aabri.com/manuscripts/11750.pdf>.
- Walls, F. (2005). Challenging task-driven pedagogies of mathematics. In P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce & A. Roche (Edits.), *Proceedings of the 28th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 751-758). Melbourne, Sydney: Merga.
- Whitacre, I., & Nickerson, S. (2006). Pedagogy that makes (number) sense: A classroom teaching experiment around mental math. In S. Alatorre, J. Cortina, M. Sáiz, & A. Méndez (Edits.), *Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 736-743). Mérida, México: Universidade Pedagógica Nacional.
- Wood, T. (2005). Understanding mathematics teaching: where we began and where we are going. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8, 193-195.
- Wood, T., Williams, G., & McNeal, B. (2006). Children's mathematical thinking in different classroom cultures. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(3), 222-255.
- Yackel, E. (2002). What we can learn from analyzing the teacher's role in collective argumentation. *Journal of Mathematical Behavior*, 21, 423-440.
- Yackel, E. Underwood, D., & Elias, N. (2007). Mathematical tasks designed to foster a reconceptualized view of early arithmetic. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 351-367.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.
- Yang, D. C., & Reys, R. E. (2002). Fractional Number Sense Strategies Possessed by Sixth Grade Students in Taiwan. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, 10 (December), 53-70.

- Yang, D. C. (2003a). Teaching and learning number sense - an intervention study of fifth grade students in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education, 1*, 115-134.
- Yang, D. C. (2003b). Developing number sense through realistic settings. *APMC, 8*(3), 12-17.
- Yang, D. C. (2005). Number sense strategies used by 6th-grade students in Taiwan. *Educational Studies, 31*(3), 317-333.
- Yang, D. C. & Hsu, C. J. (2009). Teaching number sense for 6th graders in taiwan. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 4*(2), 92-109. http://letus.org/PDF/teaching_as_design.pdf.
- Yang, D. C., Hsu, C. J., & Huang, M. C. (2004). A study of teaching and learning number sense for sixth grade students in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education, 2*(3), 407-430.
- Yang, D. C., Li, M. F., & Li, W. (2008a). Development of a computerized number sense scale for 3rd graders: Reability and validity analysis. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 3*(2), 110-124.
- Yang, D. C., Reys, R. E., & Reys, B. J. (2008b). Number sense strategies used by pre-service teachers in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education, 7*(2), 383-403.
- Yin, R. K. (2010). *Estudo de caso: Planejamento e métodos*. Porto Alegre: Bookman.
- Yin, R. K. (1989). *Case study research: Design and methods*. London: Sage.
- Zangali, N. A. A., & Ghazali, M. (1999). Assessment of school childrens' number sense. *Proceeding of the International Conference on Mathematics Education into the 21stcentury: Societal challenges* (pp 30-38). Cairo, Egypt.
- Zech, L. K., Gause-Vega, C. L., Bray, M. H., Secules, T., & Goldman, S. R. (2000). Content-based collaborative inquiry: a professional development model for sustaining educational reform. *Educational Psychologist, 35* (3), 207-217.
- Zilliox, J., & Fernandez, M. (2004). Lesson study in preservice education. *Proceeding of the 26 conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1237-1243). Ontário, Institute for Studies in Education: University Toronto.

Anexos

Anexo 1

Guião da primeira entrevista

I - Percurso profissional

Escolha da profissão

- Onde realizou a sua formação profissional? Quando terminou?
- Quais as razões que o(a) levaram a ser professor(a)?

Experiência profissional

- Há quantos anos é professor(a)? Há quanto tempo está nesta escola?
- Ao longo da sua experiência profissional, que momentos considerou mais significativos? Porquê?

Relação com a profissão e com a Matemática

- O que o(a) satisfaz mais nesta profissão? E menos?
- Na sua opinião, o que é ser um ‘bom’ professor? E um ‘bom’ professor na área da Matemática? E o que é para si ser um ‘bom’ aluno a Matemática?
- Como caracteriza a sua relação com a Matemática (como área de conhecimento)? Essa relação foi mudando ao longo do seu percurso profissional? Se sim, em que medida e o que contribuiu para essa mudança?

II - O currículo e o desenvolvimento curricular

Preparação de aulas

- Qual a importância que atribui à actividade de planificação de aulas? Que tempo lhe dedica habitualmente?
- Como prepara as aulas? Que aspectos orientam este trabalho?
 - Qual o papel que os documentos curriculares têm na sua planificação?
 - Que tipo de planificação faz habitualmente?
- Costuma preparar as aulas sozinho(a) ou em conjunto? Com professores da escola/do agrupamento...? Porquê?
- O que é para si uma ‘boa’ tarefa para propor aos alunos?
- Qual é a origem das tarefas que propõe aos seus alunos (constrói tarefas, adapta e/ou selecciona tarefas do manual do aluno, de outros manuais, de materiais diversos ... Quais?). Quando faz este trabalho, que tipo(s) de tarefa(s) privilegia? Porquê?

Preparação de aulas em que, intencionalmente, pretende trabalhar tópicos do tema Números e operações

- Qual o contributo das reuniões de ano na preparação das aulas dos diferentes tópicos, em particular neste tema? Que margem de liberdade tem?
- Quando planifica este tema tem algumas preocupações especiais? Quais?
- Como organiza habitualmente este tema no 3º ano?

- Pode dar-me um exemplo de uma tarefa que costuma usar na sala de aula e que considere uma tarefa ‘bem sucedida’? Para trabalhar aspectos relacionados com os Números e operações? Porque considera ser uma tarefa ‘bem sucedida’

Aulas em que trabalha o tema Números e operações

- Na sala de aula, quando está a trabalhar aspectos relacionados com os números e as operações, quais são as suas principais preocupações? Como organiza o trabalho na sala de aula? Como perspectiva/organiza os diferentes tipos de intervenção dos alunos? E a sua intervenção? Há diferenças para outros temas?
- Que dificuldade sente na sala de aula quando trabalha este tema? E o que mais o(a) entusiasma?
- O que o(a) leva a considerar que uma aula ‘correu’ bem? Pode dar-me um exemplo?
- O que o(a) leva a considerar que os alunos compreenderam/aprenderam o que foi trabalhado?

Perspectivas sobre o novo PMEB

- Houve algum ou alguns aspectos que o(a) tivesse(m) surpreendido neste novo programa? Qual ou quais? Porquê?
- Que diferenças encontra no novo PMEB relativamente ao anterior? E no caso específico do tema Números e operações? Qual a sua opinião sobre essas mudanças?
- Que desafios considera que o novo PMEB pode trazer aos professores?
- Indique um aspecto que lhe agrada/desagrada particularmente no novo PMEB.
- Considera que o novo programa implicará mudanças no modo como prepara as aulas e trabalha com os seus alunos na sala de aula o tema Números e operações? Em que medida?

III – O ensino e a aprendizagem do tema Números e operações

- Que dificuldades identifica nos seus alunos quando trabalham aspectos relacionados com os números e as operações? O que tenta fazer para que eles as ultrapassem?
- Como se caracteriza para si um aluno com um bom sentido de número?
- Na sua perspectiva, o que pode facilitar o desenvolvimento do sentido de número nos alunos?

IV – A participação no projeto

- O que o(a) levou a aceitar participar neste projecto? Que expectativas tem?
- Que expectativas tem relativamente ao trabalho que iremos desenvolver no projecto?

Guião da segunda entrevista

I - O currículo e o desenvolvimento curricular

Preparação de aulas

- Qual a importância que atribui à atividade de planificação de aulas?
- Este projeto teve uma dinâmica própria no que respeita ao modo como se preparam as tarefas para a sala de aula. Quais os aspetos que identifica como sendo diferentes da sua prática habitual de preparação das tarefas antes de ter participado no projeto? Que importância atribui a esses aspetos? Porquê?
- O que é para si uma ‘boa tarefa’ para propor aos alunos?

Preparação de aulas em que, intencionalmente, trabalhou tópicos do tema Números e operações

- De todas as sequências de tarefas que foram construídas no âmbito deste projeto, qual foi na sua opinião a que resultou melhor? Porquê?
- Ao planificar este tema que preocupações especiais considera que o professor deve ter?
- Imagine que iria iniciar este tema no 3.º ano. Como organizaria?
- De todas as tarefas que foram selecionadas/construídas no âmbito deste projeto escolha uma que considera ser uma ‘boa tarefa’. Porquê?

Aulas em que trabalha o tema Números e operações

- De todas as aulas em que os alunos exploraram tarefas relacionadas com o tema Números e operações, qual ou quais selecionaria para descrever como uma aula que ‘correu bem’? Porquê?
- Nas aulas em que trabalha aspetos relacionados com os números e as operações, quais são as suas principais preocupações? Há diferenças para outros temas?
- Durante o projeto, a condução de uma grande parte das tarefas na sala de aula foi marcada por três momentos: a apresentação da tarefa, a exploração pelos alunos e a discussão. Para cada um destes momentos saliente os aspetos que, na sua opinião, um professor deve dar particular atenção. Pensando na sua prática quais foram as principais desafios e preocupações com que se deparou em cada um destes momentos?

- O que (o)a leva a considerar que os alunos compreenderam/aprenderam o que foi trabalhado?

Perspetivas sobre o novo PMEB

- Houve algum ou alguns aspetos que o(a) tivesse(m) surpreendido neste novo programa? Qual ou quais? Porquê?
- Que diferenças encontra no novo PMEB relativamente ao anterior? E no caso específico do tema Números e operações? Qual a sua opinião sobre essas mudanças?
- Quais foram os desafios que sentiu ao trabalhar com o novo programa?
- Indique um aspeto que lhe agrada/desagrada particularmente no novo PMEB.
- Considera que o novo programa implicará mudanças no modo como prepara as aulas e trabalha com os seus alunos na sala de aula o tema Números e operações? Em que medida?

II – O ensino e a aprendizagem do tema Números e Operações

- Que dificuldades identifica nos seus alunos quando trabalham aspetos relacionados com os números e as operações? O que tenta fazer para que eles as ultrapassem?
- Como se caracteriza para si um aluno com um bom sentido de número?
- Na sua perspetiva, o que pode facilitar o desenvolvimento do sentido de número nos alunos?

III – Perspetivas sobre o desenvolvimento do projeto

- O desenvolvimento deste projeto foi ao encontro das suas expectativas? Em que medida?
- Quais os aspetos que destaca como mais positivos? E menos?
- Depois do desenvolvimento do projeto sugeriria algumas alterações em termos da sua dinâmica de trabalho?
- Considera que a participação neste projeto introduziu mudanças no modo de estar na profissão? Se sim, em que medida?
- Que experiências/situações relacionadas com o desenvolvimento do projeto destacaria? Porquê?

Autorização

Ex. Sr.^a Directora do Agrupamento de [REDACTED]

Eu, Catarina Raquel Santana Coutinho Alves Delgado, professora do Departamento de Matemática da Escola Superior de Educação de Setúbal, venho por este meio solicitar autorização para desenvolver, na Escola [REDACTED], um estudo de investigação intitulado “O desenvolvimento do sentido de número e as práticas do professor: um estudo no 1.º ciclo”, que se integra no meu trabalho de Doutoramento em Educação, na área de especialização em Didática da Matemática, do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Este estudo tem como objetivo descrever e analisar as práticas de dois professores na seleção/construção e condução de tarefas centradas no desenvolvimento do sentido de número dos alunos do 1.º ciclo e compreender o papel da reflexão sobre a prática neste contexto, recorrendo para o efeito a uma metodologia qualitativa e interpretativa, do tipo estudo de caso.

Assim, contactei, de modo informal, a professora Maria José Alvarenga e o professor Manuel Francisco Pereira, da escola [REDACTED] que se disponibilizaram a trabalhar colaborativamente comigo nas seguintes condições:

- Selecionar/construir e discutir, em conjunto comigo, tarefas sobre o tema Números e Operações tendo em conta o Programa de Matemática para o Ensino Básico;
- Propor e explorar as tarefas elaboradas nas suas turmas de 3.º Ano;
- Discutir e refletir sobre essas aulas, em conjunto comigo, no sentido da planificação das mesmas ir sendo adaptada à realidade das turmas.

Neste sentido, venho por este meio solicitar a V.^a Ex.^a autorização para que eu possa estar presente, durante os 1.º e 2.º períodos do próximo ano letivo, em algumas das aulas dos referidos professores, para proceder aos registos áudio e vídeo das mesmas, com vista a recolher dados que sejam objeto de análise no âmbito da investigação que me proponho realizar. Mais declaro que as imagens daí resultantes não serão divulgadas nem serão utilizadas para quaisquer outros fins e que serão salvaguardados os direitos de privacidade e anonimato que assistem aos participantes e à própria escola, enquanto instituição. Também e após a vossa resposta, solicitarei autorização para efetuar os registos áudio e vídeo das aulas referidas ao Ministério da Educação e aos Encarregados de Educação das duas turmas.

Com os melhores cumprimentos,

[REDACTED], 18 de Maio de 2010

Pede deferimento

Catarina Delgado

Professora do Departamento de Matemática da Escola Superior de Educação de Setúbal

Pedido de Autorização*

Exmo.(a) Encarregado(a) de Educação

Eu, Catarina Raquel Santana Coutinho Alves Delgado, professora do Departamento de Matemática da Escola Superior de Educação de Setúbal, no âmbito do trabalho desenvolvido nas aulas na área da Matemática, proponho-me realizar, nesta turma, a recolha de dados para a minha tese de doutoramento. O estudo que pretendo efetuar está associado à realização de um projeto colaborativo com o professor Manuel Pereira e inclui a construção de tarefas para a sala de aula centradas no desenvolvimento do sentido de número dos alunos, que constitui um dos aspetos fundamentais do novo Programa de Matemática do Ensino Básico. Assim, solicito a V. Ex.^a autorização para recolher dados, recorrendo a meios áudio e vídeo, sobre a forma como os alunos resolvem um conjunto de tarefas que pretendem contribuir para o seu desenvolvimento do sentido de número, construídas em conjunto com o professor Manuel Pereira. Declaro que as imagens ou som daí resultantes não serão divulgadas nem serão utilizadas para quaisquer outros fins, sendo sempre preservado o anonimato dos alunos.

Colocando-me ao dispor para quaisquer esclarecimentos, com os meus melhores cumprimentos.

[REDACTED], ____ de ____ de 2010.

(Catarina Delgado)

Professora do Departamento de Matemática da Escola Superior de Educação de Setúbal

.....
Declaro que autorizo o meu _____
_____ a participar na investigação desenvolvida pela professora Catarina Delgado no âmbito da sua tese de doutoramento.

_____/09/2010

O(A) Encarregado(a) de Educação

Este pedido de autorização foi também entregue aos Encarregados de Educação dos alunos da turma da professora Maria José Alvarenga

Anexo 4

Projeto de Trabalho Colaborativo

Este projeto colaborativo surge no âmbito do desenvolvimento de um estudo de investigação intitulado “O desenvolvimento do sentido de número e as práticas do professor: Um estudo no 1.º ciclo”, que se integra num trabalho de Doutoramento em Educação, na área de especialização em Didática da Matemática, do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. Este estudo tem como objetivo descrever e analisar as práticas de dois professores na seleção/construção e condução de tarefas centradas no desenvolvimento do sentido de número dos alunos do 1.º ciclo e compreender o papel da reflexão sobre a prática neste contexto.

Descrição do projeto

1. Objetivos

A equipa de trabalho colaborativo, constituída por dois professores do 1.º ciclo, que lecionam o 3.º ano de escolaridade, e pela investigadora, tem como objetivos:

- Aprofundar modos de promover o desenvolvimento de sentido de número nos alunos, através da:
 - i. seleção e/ou construção de tarefas que visam esse desenvolvimento;
 - ii. discussão e reflexão sobre a exploração das tarefas na sala de aula.
- Conceber materiais de divulgação relacionados com o desenvolvimento do sentido de número dos alunos, nomeadamente:
 - sequências de tarefas com indicações para o professor;
 - episódios de sala de aula;
 - materiais construídos no âmbito da preparação de uma sessão de formação para os colegas da escola e/ou agrupamento dos professores que participam neste estudo.

2. Modo de funcionamento e duração do projeto

A realização do projeto incluirá a realização de sessões de trabalho conjunto (com uma duração de cerca de 2,5 horas cada) e a observação de aulas pela investigadora. As aulas a observar, a menos decisão em contrário da equipa, corresponderão apenas àquelas em que os professores proponham tarefas selecionadas/construídas no âmbito do projeto. O projeto desenvolve-se desde maio de 2010 a abril de 2011, em duas fases.

1.ª fase: de maio de 2010 a setembro de 2010

- Realização de uma entrevista a cada um dos professores;
- Realização de 5/6 sessões de trabalho conjunto.

2.ª fase: de outubro de 2010 a abril de 2011

- Realização de sessões de trabalho conjunto semanalmente (com início na 1.ª semana de setembro de 2010 até abril de 2011);

- Observação de aulas por parte da investigadora a cada um dos professores, quinzenalmente (com início no mês de outubro e até abril de 2011)
- Realização de uma entrevista a cada um dos professores em abril de 2011.

Nota: Prevê-se que, nesta fase, o número de sessões de trabalho conjunto seja sensivelmente o dobro do número de aulas observadas a cada um dos professores (cerca de 20 e de 10, respetivamente).

Cronograma

(A elaborar na 1.ª sessão de trabalho conjunto em setembro)

3. As sessões de trabalho conjunto

O trabalho a efetuar nas sessões de trabalho conjunto está intimamente ligado com as práticas de sala de aula de cada um dos professores, mais concretamente com práticas de condução de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número nos alunos. O trabalho a realizar nas sessões de trabalho inclui a:

- discussão de textos de orientação curricular e de Didática da Matemática, propostos pelos professores ou pela investigadora, considerados pertinentes para o trabalho a desenvolver pela equipa;
- discussão dos objetivos de aprendizagem para o tema Números e Operações
- análise e discussão de tarefas sobre o tema Números e Operações;
- seleção/construção de tarefas, de modo sequencial, tendo em conta os objetivos de aprendizagem do Programa de Matemática do Ensino Básico;
- antecipação sobre o modo como os alunos irão resolver essas tarefas;
- construção de indicações para a exploração das tarefas na sala de aula;
- análise de episódios de sala de aula selecionados pelos professores ou pela investigadora, tendo em vista a reflexão sobre o modo como foram conduzidas as tarefas;
- análise das produções dos alunos;
- reformulação das tarefas propostas e das indicações para a condução das mesmas, tendo como base a análise dos episódios de sala de aula e das produções dos alunos;

4. Protocolos

- As sessões de trabalho conjunto serão Audi gravadas;
- As aulas em que os professores propõem as tarefas selecionadas/construídas serão observadas e vide gravadas pelo investigador;
- O investigador compromete-se a garantir o anonimato dos professores que participam neste projeto

Tabela que resume o conteúdo e os materiais de apoio de todas as sessões

Sessão	Data	Sumário da Sessão	Materiais de apoio
1. ^a	25/05/2010	<ul style="list-style-type: none"> - Negociação do trabalho a desenvolver ao longo do projeto - Identificação dos aspetos a atribuir maior destaque no trabalho com os números e as operações 	<ul style="list-style-type: none"> - Proposta de trabalho colaborativo - PMEB
2. ^a	06/07/2010	<ul style="list-style-type: none"> - Análise e discussão de tarefas potenciadoras do desenvolvimento do cálculo mental 	<ul style="list-style-type: none"> - Tarefas selecionadas por cada um dos elementos da equipa com o intuito de desenvolver o cálculo mental - PMEB
3. ^a	15/07/2010	<ul style="list-style-type: none"> - Análise e discussão de cadeias numéricas pensadas por Manuel e Maria José - Discussão de aspetos a ter em conta na exploração de cadeias numéricas 	<ul style="list-style-type: none"> - Cadeias numéricas construídas por Manuel e Maria José - PMEB - Brochura A
4. ^a	19/07/2010	<ul style="list-style-type: none"> - Análise e discussão das propostas de organização das fichas com indicações para o professor, a adotar pela equipa - Análise e discussão dos sentidos das operações a partir de exemplos 	<ul style="list-style-type: none"> - PMEB - Duas propostas de organização das indicações para o professor levadas por mim - Problemas envolvendo as várias operações, levados por Manuel e Maria José - Documento sobre os sentidos das operações, levado por mim
5. ^a	24/09/2010	<ul style="list-style-type: none"> - Análise e discussão das indicações para o professor sobre as cadeias numéricas a serem exploradas na sala de aula (Anexo 7). - Discussão sobre o modo como o PMEB perspetiva o ensino e a aprendizagem das tabuadas - Início da construção da sequência 1 	<ul style="list-style-type: none"> - Ficha de indicações para o professor sobre as cadeias numéricas a serem exploradas na sala de aula, elaboradas por Manuel e Maria José. - PMEB - Brochuras A, B e C
6. ^a	01/10/2010	<ul style="list-style-type: none"> - Conceção da sequência 1 - Reflexão e discussão sobre a ordenação das tarefas da sequência 1 	<ul style="list-style-type: none"> - PMEB - Brochura A, B e C - Vários manuais escolares do 3.º ano (incluindo o manual adotado)
7. ^a	12/10/2010	<ul style="list-style-type: none"> - Construção da tarefa 1.4 – Quantos ovos? 	<ul style="list-style-type: none"> - PMEB - Brochura A, B e C - Vários manuais escolares do 3.º ano (incluindo o manual adotado)
8. ^a	15/10/2010	<ul style="list-style-type: none"> - Continuação da conceção da sequência 1 - Construção da tarefa 1.4 – Quantos ovos? 	<ul style="list-style-type: none"> - PMEB - Brochura A
9. ^a	27/10/2010	<ul style="list-style-type: none"> - Reflexão sobre a exploração de cadeias numéricas (tarefa 0) - Preparação da exploração da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I 	<ul style="list-style-type: none"> - Notas de campo das aulas de Manuel e de Maria José relativas à exploração da tarefa 0 – AOM1 e AOJ1 - Registos efetuados pelos professores relativos à exploração de cadeias numéricas - PMEB - Brochura A
10. ^a	03/11/2010	<ul style="list-style-type: none"> - Reflexão sobre a exploração da tarefa 1.1 – Vamos colocar azulejos I - Preparação da exploração da tarefa 1.2 – Vamos construir a tabuada do 6 	<ul style="list-style-type: none"> - Episódios vídeo gravados, selecionados por mim, das aulas de Manuel e de Maria José relativos à exploração da tarefa 1.1; Notas de campo – AOM2 e

Tabela que resume o conteúdo e os materiais de apoio de todas as sessões

Sessão	Data	Sumário da Sessão	Materiais de apoio
		- Reorganização da sequência 1. Inclusão da tarefa 1.3 – Tarefa da página 52 do manual adotado	AOMJ2, respetivamente - Produções dos alunos
11. ^a	17/11/2010	- Reflexão sobre a tarefa 1.2 – Vamos construir a tabuada do 6 - Escolha das cadeias numéricas para explorarem na sala de aula (preparação da tarefa 1.5 – Cadeias numéricas I) - Preparação da tarefa 1.4 – Quantos ovos? - Início da construção da sequência 2	- Episódios vídeo gravados, selecionados por mim, das aulas de Manuel e de Maria José relativos à exploração da tarefa 1.2; Notas de campo – AOM3 e AOMJ3, respetivamente - Produções dos alunos - PMEB; Brochura A, B e C; Vários manuais escolares do 3.º ano (incluindo o manual adotado)
12. ^a	26/11/2010	- Reflexão sobre a tarefa 1.4 – Quantos ovos? - Reflexão sobre a exploração tarefa 1.5 – Cadeias numéricas I - Construção e preparação da tarefa 2.1 – Quantas bolas de natal? - Análise e discussão de diferentes estratégias de resolução de um problema de divisão	- Episódios vídeo gravados, selecionados por todos os elementos da equipa, das aulas de Manuel e de Maria José relativos à exploração da tarefa 1.4; Notas de campo – AOM4 e AOMJ4, respetivamente - Notas de campo – AOM5 e AOMJ5 - Produções dos alunos - PMEB; Brochura A; Manual adotado - Documento com várias estratégias de resolução de um problema de divisão (Anexo 8), levado por mim
13. ^a	03/12/2010	- Reflexão sobre a tarefa 2.1 – Quantas bolas de natal? - Preparação da exploração da tarefa 2.2 – Vamos construir a tabuada do 7 e da tarefa 2.4 – Cadeias numéricas II - Construção da tarefa 2.3 – Quantos mini donuts?	- Episódios vídeo gravados, selecionados por mim, da aula de Maria José relativos à exploração da tarefa 2.1; Notas de campo – AOMJ6 - Produções dos alunos - Brochura A; Manual adotado
14. ^a	10/12/2010	- Reflexão sobre a tarefa 2.2 – Vamos construir a tabuada do 7 - Balanço do trabalho realizado até este momento - Preparação da exploração da tarefa 2.3 – Quantos mini donuts?	- Episódios vídeo gravados, selecionados por mim, da aula de Manuel relativos à exploração da tarefa 2.2; Notas de campo – AOM6 - Produções dos alunos - Manual adotado
15. ^a	14/01/2011	- Reflexão sobre a tarefa 2.3 – Quantos mini donuts? - Reflexão sobre a sequência 2 - Preparação da tarefa 2.5 – Relacionar para calcular I - Início da conceção da sequência 3.	- Episódios vídeo gravados, selecionados por mim, das aulas de Manuel e de Maria José relativos à exploração da tarefa 2.3; Notas de campo – AOM7 e AOMJ7, respetivamente - Produções dos alunos - Brochura A, B e C - Vários manuais escolares do 3.º ano (incluindo o manual adotado)
16. ^a	19/01/2011	- Continuação da conceção da sequência 3 - Início da conceção da sequência 4 (seleção/construção de tarefas para trabalhar os números racionais na sua representação de frações)	- PMEB - Brochura A, B e C - Propostas de trabalho incluídas no site do PFCM da equipa de Setúbal - Vários manuais escolares do 3.º ano (incluindo o manual adotado)

Tabela que resume o conteúdo e os materiais de apoio de todas as sessões

Sessão	Data	Sumário da Sessão	Materiais de apoio
17. ^a	26/01/2011	<ul style="list-style-type: none"> - Reflexão sobre a tarefa 2.5 – Relacionar para calcular I - Reflexão sobre a tarefa 3.1 – Vamos construir a tabuada do 8 - Preparação das tarefas 5.1 – Organizar menus e 3.2 – Vamos colocar azulejos II 	<ul style="list-style-type: none"> - Episódios vídeo gravados, selecionados por mim, da aula de Manuel relativos à exploração da tarefa 2.5; Notas de campo – AOM8 - Episódios vídeo gravados, selecionados por mim, da aula de Maria José relativos à exploração da tarefa 3.1; Notas de campo – AOMJ8 - Produções dos alunos - PMEB - Brochura A
18. ^a	02/02/2011	<ul style="list-style-type: none"> - Reflexão sobre a tarefa 3.2 – Vamos colocar azulejos II - Continuação da conceção da sequência 4 (seleção/construção de tarefas para trabalhar os números racionais na sua representação de fração) - Preparação da exploração da tarefa 3.3 – Embalagens de garrafas de água 	<ul style="list-style-type: none"> - Episódios vídeo gravados, selecionados por mim, da aula de Maria José relativos à exploração da tarefa 3.2; Notas de campo – AOMJ9 - Produções dos alunos - Propostas de trabalho incluídas no site do PFCM da equipa de Setúbal - Vários manuais escolares do 3.º ano (incluindo o manual adotado) - Brochuras A, B e C
19. ^a	09/02/2011	<ul style="list-style-type: none"> - Reflexão sobre a tarefa 3.3 – Embalagens de garrafas de água - Reflexão da tarefa 3.4 – Relacionar para calcular II - Preparação de tarefas para trabalhar os números racionais na sua representação de fração - Organização do trabalho a realizar nas próximas sessões. Início da conceção da sequência 5 	<ul style="list-style-type: none"> - Notas de campo da aula de Manuel relativa à exploração da tarefa 3.3 – AOM9 - Episódios vídeo gravados, selecionados por mim, da aula de Maria José relativos à exploração da tarefa 3.4; Notas de campo – AOMJ10 - Produções dos alunos - Propostas de trabalho incluídas no site do PFCM da equipa de Setúbal - Brochuras A, B e C
20. ^a	16/02/2011	<ul style="list-style-type: none"> - Continuação da conceção da sequência 4 (seleção/construção de tarefas para trabalhar os números racionais na sua representação de fração) - Início da construção da sequência 6 - Preparação da tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos 	<ul style="list-style-type: none"> - Propostas de trabalho incluídas no site do PFCM da equipa de Setúbal - Brochura A, B e C
21. ^a	23/02/2011	<ul style="list-style-type: none"> - Reflexão sobre a tarefa 5.1 – Organizar menus - Reflexão sobre a tarefa 5.2 – Vamos construir a tabuada do 9 - Discussão sobre a necessidade de se avançar para o ensino do algoritmo da divisão e do trabalho com números decimais - Preparação da tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos 	<ul style="list-style-type: none"> - Episódios vídeo gravados, selecionados por mim, da aula de Manuel relativos à exploração da tarefa 5.1; Notas de campo – AOM10 - Produções dos alunos
22. ^a	25/02/2011	<ul style="list-style-type: none"> - Reflexão sobre a tarefa 6.1 – Vamos colecionar cromos - Preparação das tarefas: 6.2 – Tarefa adaptada da página 115 do manual adotado, 6.3 – Tarefa adaptada da página 144 do manual e 6.4 – Máquina de bebidas e 6.5 – Tarefa cadeias numéricas III - Discussão sobre a modalidade de trabalho a adotar nas tarefas - Discussão sobre a distinção entre exercício e problema 	<ul style="list-style-type: none"> - Episódios vídeo gravados, selecionados por mim, da aula de Maria José relativos à exploração da tarefa 6.1; Notas de campo – AOMJ11 - Produções dos alunos - Propostas de trabalho incluídas no site do PFCM da equipa de Setúbal - Brochuras A, B e C - Vários manuais escolares do 3.º ano (incluindo o manual adotado)

Tabela que resume o conteúdo e os materiais de apoio de todas as sessões

Sessão	Data	Sumário da Sessão	Materiais de apoio
		- Início da conceção da sequência 7 – Breve discussão sobre o modo como iremos trabalhar os números racionais na sua representação decimal.	
23. ^a	02/03/2011	- Reflexão sobre tarefa 6.2 – Situações problemáticas da página 115 do manual adotado e sobre a tarefa 6.3 – Situações problemáticas da página 144 do manual adotado - Preparação da exploração da tarefa 7.1 – O homem mais alto do mundo	- Produções dos alunos - Propostas de trabalho incluídas no site do PFCM da equipa de Setúbal - Brochuras A, B e D - Manual adotado
24. ^a	16/03/2011	- Reflexão sobre a tarefa 6.4 – Máquinas de bebidas - Reflexão sobre a tarefa 7.1 – O homem mais alto do mundo - Discussão e reflexão sobre a cadeia dos números racionais na sua representação decimal - Preparação da exploração da tarefa 7.2 – Posso comprar a salamandra?	- Episódios vídeo gravados, selecionados por mim, da aula de Manuel relativos à exploração da tarefa 7.1; Notas de campo – AOM11 - Produções dos alunos - Propostas de trabalho incluídas no site do PFCM da equipa de Setúbal
25. ^a	23/03/2011	- Reflexão sobre a tarefa 7.2 – Posso comprar a salamandra? - Preparação da tarefa 7.3 – Uma pilha de garrafas e da tarefa 7.4 – Gasolina	- Episódios vídeo gravados, selecionados por mim, da aula de Maria José relativos à exploração da tarefa 7.2; Notas de campo – AOMJ12 - Produções dos alunos
26. ^a	30/03/2011	- Reflexão sobre a tarefa 7.3 – Uma pilha de Garrafas - Reflexão sobre a tarefa 7.4 – Gasolina	- Episódios vídeo gravados, selecionados por mim, da aula de Manuel relativos à exploração da tarefa 7.3; Notas de campo – AOM12 - Episódios vídeo gravados, selecionados por mim, da aula de Maria José relativos à exploração da tarefa 7.4; Notas de campo – AOMJ13 - Produções dos alunos
27. ^a	10/05/2011	- Preparação da sessão para os Encarregados de Educação - Discussão sobre o método de ensino do algoritmo da divisão que Manuel e Maria José optaram por seguir	- Episódios vídeo gravados das aulas de Maria José e de Manuel - Produções dos alunos - PMEB
28. ^a	25/05/2011	- Reflexão sobre a tarefa 7.5 – Quadrado da centésima - Balanço da sequência de tarefas sobre os números racionais na sua representação decimal	- Episódios vídeo gravados, selecionados por mim, da aula de Manuel relativos à exploração da tarefa 7.5; Notas de campo – AOM13 - Produções dos alunos
29. ^a	06/07/2011	- Preparação da comunicação a apresentar num simpósio realizado no âmbito do ProfMat2011	- Slides de apoio à apresentação realizada para os Encarregados de Educação - Produções dos alunos
30. ^a	02/09/2011	- Conclusão da preparação da comunicação a apresentar num simpósio realizado no âmbito do ProfMat2011	- Slides de apoio à apresentação da comunicação a apresentar num simpósio realizado no âmbito do ProfMat2011

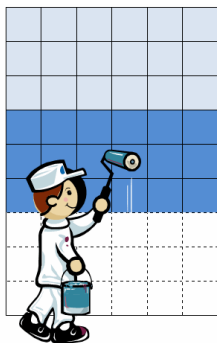
Anexo 6

Sequências de tarefas

SEQUÊNCIA 1

Vamos colocar azulejos

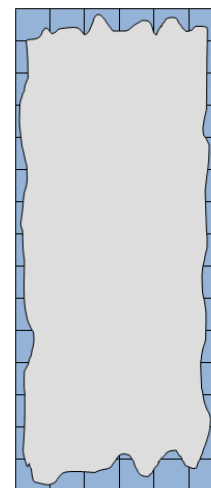
1. Na escola do André, o Sr. João está a colocar azulejos, com dois tons de azul, numa parede do complexo desportivo, tal como mostra a figura.



- 1.1 Quantos azulejos já colocou o Sr. João? Explica como pensaste.
 - 1.2 Quantos azulejos faltam colocar na parede? Explica como pensaste.
 - 1.3 Quando terminar, quantos azulejos terá colocado o Sr. João? Explica como pensaste.

1.1 Vamos colocar azulejos I*

2. Uma outra parede com azulejos foi danificada pela humidade e alguns azulejos caíram. Quantos azulejos precisam de ser novamente colocados? Explica como pensaste.



*Adaptado de Mendes, Brocardo, Delgado e Gonçalves (2009)

SEQUÊNCIA 1

1.2 Vamos construir a tabuada do 6*

Vamos construir a tabuada do 6

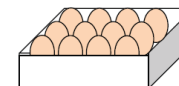
1	X	6	=	6	Porque é o mesmo que 6×1
2	X	6	=	12	Porque é igual a $6+6$ ou 6×2 ou é o dobro de 2×3
3	X	6	=	18	Porque é igual a 6×3 ou $3 \times 6 = 2 \times 6 + 1 \times 6$ ou $3 \times 6 = 3 \times 3 \times 2$ ou 3×6 é o dobro de 3×3
4	X	6	=	24	Porque $4 \times 6 = 6 \times 4$ ou é igual a $2 \times 2 \times 6$ ou $2 \times 6 + 2 \times 6$ ou é o dobro de 4×3
5	X	6	=		
6	X	6	=		
7	X	6	=		
8	X	6	=		
9	X	6	=		
10	X	6	=		
11	X	6	=		
12	X	6	=		
13	X	6	=		
14	X	6	=		
15	X	6	=		
16	X	6	=		
17	X	6	=		
18	X	6	=		
19	X	6	=		
20	X	6	=		
21	x	6	=		

*Retirado de Mendes, Brocardo, Delgado e Gonçalves (2009)

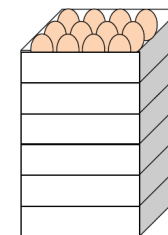
1.4 Quantos ovos?

Quantos ovos?

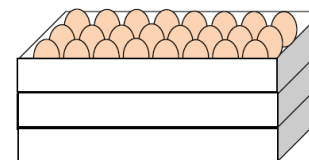
O restaurante “Come tudo” costuma comprar caixas de ovos como esta.



1. Por semana, este restaurante encomenda as caixas de ovos representadas na figura ao lado. Quantos ovos são comprados? Explica como pensaste.



3. Na semana passada este tipo de caixas esgotou-se. Foram entregues no restaurante as seguintes caixas.



Quantos ovos foram entregues? Como pensaste?

SEQUÊNCIA 1

1.5 Cadeias numéricas I*

Cadeias numéricas I

$2 \times 6 =$	$12 \times 6 =$
$10 \times 6 =$	$6 \times 12 =$
$12 \times 6 =$	$3 \times 24 =$
$6 \times 6 =$	$16 \times 6 =$
$10 \times 6 =$	$8 \times 12 =$
$16 \times 6 =$	$4 \times 24 =$

*Adaptado de Mendes, Brocardo, Delgado e Gonçalves (2009)

SEQUÊNCIA 2

Quantas bolas de Natal?

O supermercado “Comprar Barato” colocou em promoção caixas de bolas de Natal como esta. Cada caixa tem 7 bolas.



1. A Joana comprou as seguintes caixas de bolas para enfeitar a sua árvore de Natal.



Quantas bolas de Natal foram compradas pela Joana? Explica como pensaste.

2. Os vizinhos do Rui compraram as seguintes caixas de bolas para enfeitarem a sua rua.
Quantas bolas de Natal foram compradas?



Explica como pensaste.

2.1 *Quantas bolas de Natal?*

SEQUÊNCIA 2

2.2 Vamos construir a tabuada do 7*

Vamos construir a tabuada do 7

1	X	7	=	7	Porque, $1 \times 7 = 7 \times 1 = 7$
2	X	7	=	14	Porque, $7 + 7 = 14$ ou $2 \times 7 = 7 \times 2 = 14$
3	X	7	=	21	Porque, $3 \times 7 = 7 \times 3 = 21$ ou $2 \times 7 + 1 \times 7 = 21$ $14 + 7$ 21
4	X	7	=	28	Porque, $4 \times 7 = 7 \times 4 = 28$ ou $3 \times 7 + 1 \times 7 = 28$ ou $2 \times 2 \times 7 = 28$ ou é o dobro de 2×7 $21 + 7$ 2×14 28 28
5	X	7	=		
6	X	7	=		
7	X	7	=		
8	X	7	=		
9	X	7	=		
10	X	7	=		
11	X	7	=		
12	X	7	=		

*Adaptado Mendes, Brocardo, Delgado e Gonçalves (2009)

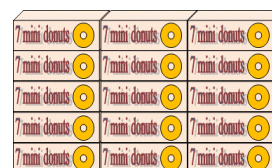
2.3 Quantos mini donuts?

Quantos mini donuts?

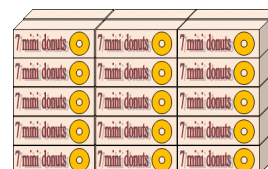
Os *mini donuts* são vendidos em caixas como esta



1. Quantos *mini donuts* existem nas seguintes caixas? Explica como pensaste.



2. E nas seguintes caixas, quantos *mini donuts* existem? Explica como pensaste.



SEQUÊNCIA 2

Cadeias numéricas II

$2 \times 7 =$

$10 \times 7 =$

$12 \times 7 =$

$7 \times 7 =$

$10 \times 7 =$

$17 \times 7 =$

$9 \times 7 =$

$3 \times 21 =$

$1 \times 63 =$

$12 \times 7 =$

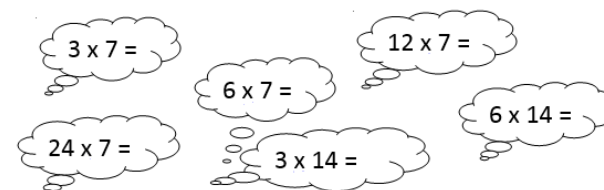
$4 \times 21 =$

2.4 Cadeias numéricas II*

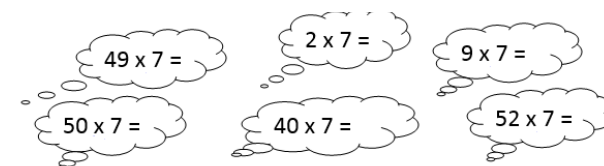
2.5 Relacionar para calcular I*

Relacionar para calcular

Observa as expressões seguintes. Começa por escolher uma delas que te pareça fácil de calcular. Continua a calcular os restantes produtos relacionando-os com os anteriores. Vai registando cada um dos produtos e justifica o modo como os efetuaste.



	porque



	porque

*Adaptado de Mendes, Brocardo, Delgado e Gonçalves (2009)

SEQUÊNCIA 3

3.1 Vamos construir a tabuada do 8*

Vamos construir a tabuada do 8

1	X	8	=		
2	X	8	=		
3	X	8	=		
4	X	8	=		
5	X	8	=		
6	X	8	=		
7	X	8	=		
8	X	8	=		
9	X	8	=		
10	X	8	=		
11	X	8	=		
12	X	8	=		

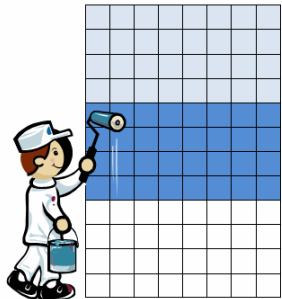
*Adaptado de Mendes, Brocardo, Delgado e Gonçalves (2009)

SEQUÊNCIA 3

3.2 Vamos colocar azulejos II*

Vamos colocar azulejos II

1. Na escola do André, o Sr. João está a colocar azulejos, com dois tons de cinzento, numa parede do complexo desportivo, tal como mostra a figura.



1.1 – Quantos azulejos já colocou o Sr. João? Explica como pensaste.

1.2 – Quantos azulejos faltam colocar na parede? Explica como pensaste.

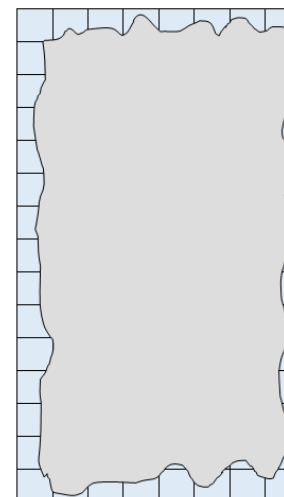
1.3 – Quando terminar, quantos azulejos terá colocado o Sr. João? Explica como pensaste.

*Adaptado de Mendes, Brocardo, Delgado e Gonçalves (2009)

3.2 Vamos colocar azulejos II

Vamos colocar azulejos II

2. Uma outra parede com azulejos foi danificada pela humidade e alguns azulejos caíram. Quantos azulejos precisam de ser novamente colocados? Explica como pensaste.

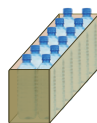


SEQUÊNCIA 3

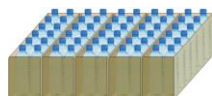
3.3 Embalagens de garrafas de água*

Embalagens de garrafas de água

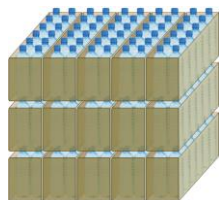
Na semana desportiva da cidade Almada foram realizados jogos de diferentes modalidades. A organização dos jogos disponibilizou aos atletas embalagens com doze garrafas de água cada, como a da figura.



1. Aos jogadores de futebol foram oferecidas as embalagens representadas na figura ao lado. Quantas garrafas de água foram oferecidas? Explica como pensaste.



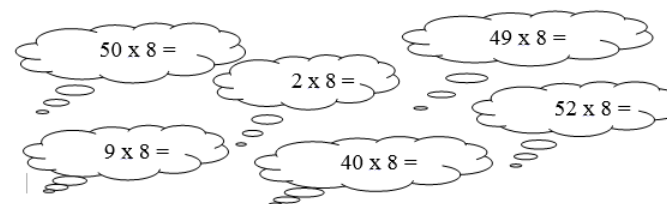
2. Aos jogadores de Basquetebol foram oferecidas as embalagens de garrafas de água representadas na figura seguinte. Quantas garrafas de água foram oferecidas? Explica como pensaste.



3.4 Relacionar para calcular II*

Relacionar para calcular

Observa as expressões seguintes. Começa por escolher uma delas que te pareça fácil de calcular. Continua a calcular os restantes produtos relacionando-os com os anteriores. Vai registando cada um dos produtos e justifica o modo como os efetuaste.



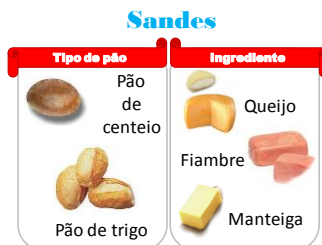
	porque

*Adaptado de Mendes, Brocardo, Delgado e Gonçalves (2009)

SEQUÊNCIA 5

Organizar menus

Quantos tipos de sandes?



Quantos menus?

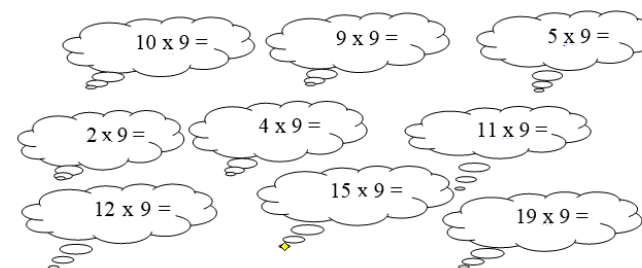


5.1 Organizar menus*

5.2 Vamos construir a tabuada do 9*

Vamos construir a tabuada do 9

Observa as expressões seguintes e completa a tabela:



*Adaptado de Mendes, Brocardo, Delgado e Gonçalves (2009)

SEQUÊNCIA 6

6.1 Vamos coleccionar cromos*

Vamos coleccionar cromos ...

1. A Rita está a fazer a coleção dos cromos das WITCH e já tem 54 repetidos! Então pensou levá-los para a escola e partilhá-los com as 9 amigas do 3.º B que também coleccionam cromos das WITCH.

Quantos cromos a Rita vai dar a cada uma?



2. A coleção de cromos do Bruno é da FIFA. Ele também tem cromos repetidos, mas são 99 e está a pensar arrumá-los em carteirinhas de 9 cromos para vender na Venda de Carnaval da Escola.

Quantas carteirinhas o Bruno vai poder fazer?



6.4 Máquinas de bebidas*

Máquina de bebidas

1. A Francisca viu uma senhora a encher a máquina de Coca-Cola do Bar e resolveu conversar com ela. Ficou a saber que a máquina leva 156 latas de Coca-Cola.

A Francisca sabe que no supermercado as embalagens trazem 6 latas. Então, ela interrogou-se sobre quantas embalagens precisaria para encher a máquina. Ajuda-a a resolver este problema



2. A Francisca descobriu, também, que na sala de professores há outra máquina que leva 156 latas, mas tem 6 sabores diferentes.

Quantas latas, de cada sabor, leva a máquina?



* Adaptado das propostas de trabalho seleccionadas/elaboradas pela equipa do PFCM da Escola Superior de Educação de Setúbal (retirado do *site*: http://projectos.es.e.ips.pt/pfcm/?page_id=17)

SEQUÊNCIA 6

Cadeias numéricas III

$20 \times 5 =$	$40 : 2 =$	$24 : 4 =$	$64 : 4 =$
$100 : 5 =$	$80 : 4 =$	$48 : 4 =$	$64 : 8 =$
$100 : 20 =$	$80 : 2 =$	$48 : 8 =$	$32 : 8 =$
$25 \times 10 =$	$160 : 2 =$	$96 : 16 =$	$32 \times 4 =$
$250 : 10 =$	$160 : 4 =$	$96 : 8 =$	
$250 + 25 =$			
$100 : 10 =$	$64 : 8 =$	$140 : 14 =$	
$100 : 20 =$	$64 : 4 =$	$28 : 14 =$	
$200 : 20 =$	$64 : 16 =$	$168 : 14 =$	
$200 : 40 =$	$128 : 16 =$	$154 : 14 =$	
$400 : 20 =$	$128 : 8 =$		

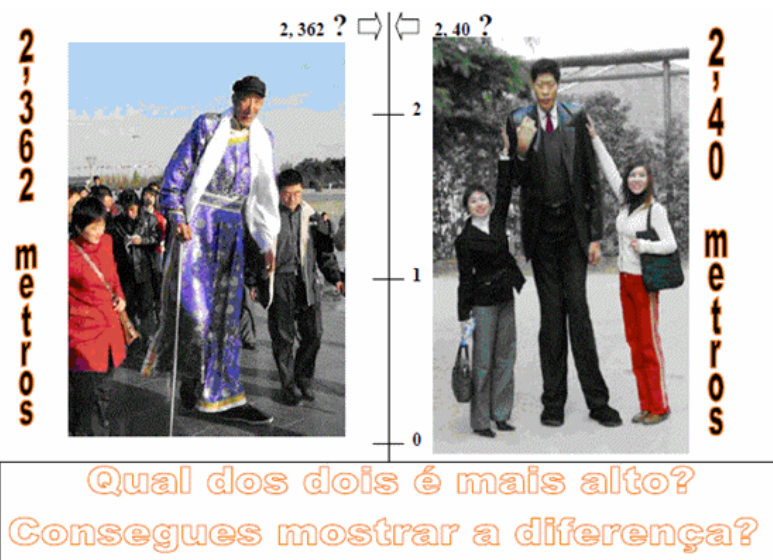
6.5 Cadeias numéricas III*

* Adaptado de Mendes, Brocardo, Delgado e Gonçalves (2009)

SEQUÊNCIA 7

7.1 *O homem mais alto do mundo**

O Homem mais alto do mundo



* Retirado das propostas de trabalho seleccionadas/elaboradas pela equipa do PFCM da Escola Superior de Educação de Setúbal (retirado do *site*: http://projectos.es.e.ips.pt/pfcm/?page_id=17)

SEQUÊNCIA 7

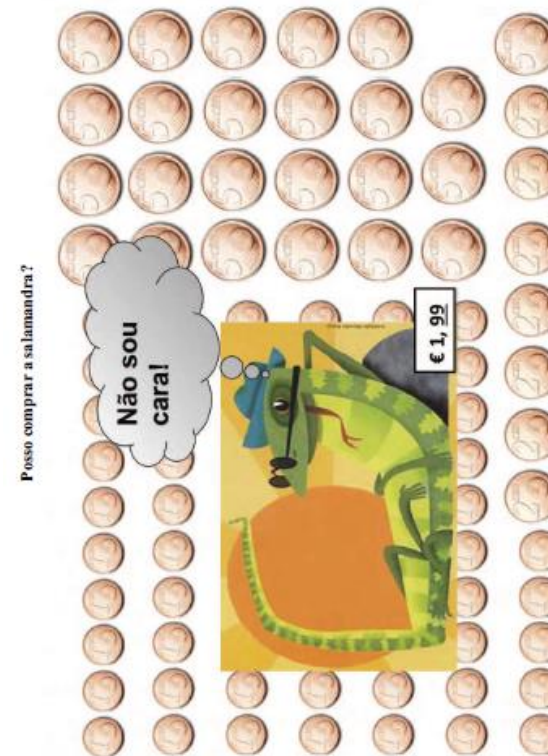
Posso comprar a salamandra?

A mãe da Vera tem por hábito retirar as moedas pequenas do seu porta-moedas e coloca-las numa caixa. Ao fim de duas ou três semanas costuma pedir à filha para contar o dinheiro. A Vera tira as moedas e organiza-as em cima da mesa, da maneira que se vê na imagem (folha A4). Ela pode ficar com esse dinheiro para comprar alguma coisa de que goste. Um dia viu uma salamandra que achou engraçada e que gostaria de comprar.



- Será que a Vera consegue comprá-la com o dinheiro que tem?

7.2 Posso comprar a salamandra?*

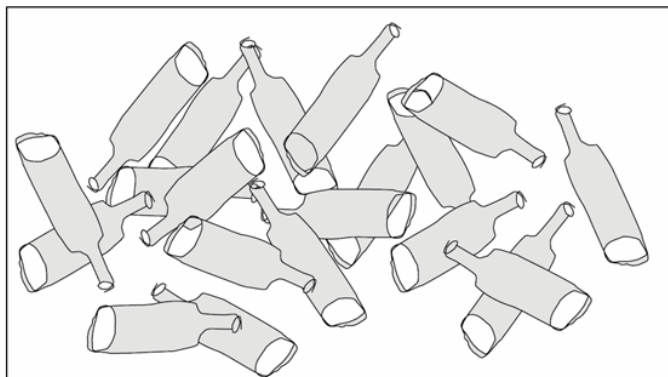


* Adaptado das propostas de trabalho seleccionadas/elaboradas pela equipa do PFCM da Escola Superior de Educação de Setúbal (retirado do site: http://projectos.esse.ips.pt/pfcm/?page_id=17)

SEQUÊNCIA 7

7.3 Uma pilha de garrafas*

Uma pilha de garrafas...(Proposta de Maria José)

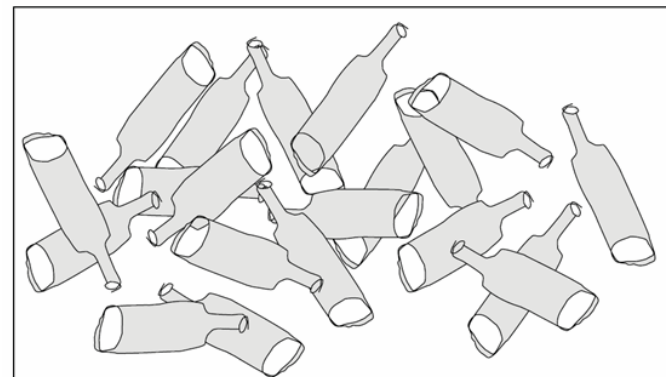


- Se cada garrafa leva 1 litro, ao todo quantos litros de sumo houve na festa?
- Imagina que queres comprar a mesma quantidade de sumo em garrafas de 2 litros. Mostra como consegues saber quantas garrafas tens de comprar.
- Na loja só há garrafas de 0,5 litros. Mostra como consegues saber quantas garrafas tens de comprar.

*Adaptado de Equipa do projeto DSN (2006)

7.3 Uma pilha de garrafas

Uma pilha de garrafas... (Proposta de Manuel)



- Ao todo quantos litros de sumo há?
 - se as garrafas tiverem a capacidade de 1 litro?
 - se as garrafas tiverem a capacidade de 2 litros?
 - se as garrafas tiverem a capacidade de 0,5 litros?
- Imagina que queres comprar a mesma quantidade de sumo em garrafas de 2 litros. Mostra como consegues saber quantas garrafas tens de comprar.
- Na loja só há garrafas de 0,5 litros. Mostra como consegues saber quantas garrafas tens de comprar.

SEQUÊNCIA 7

7.4 Gasolina*

Gasolina (Proposta de Maria José)



O João e a Rita cochicham sem parar. A certa altura a professora pergunta-lhes:

- Não querem contar à turma o que aconteceu? Se calhar até é importante!

Um pouco atrapalhados, os miúdos acabam por dizer qual o motivo de tanta conversa. A professora vai ao computador, faz uma pesquisa na Internet, e regista no quadro a tabela seguinte:

Gasóleo	1,	0	6	8
Gasolina 95	1,	3	3	3
Gasolina 98	1,	4	6	8
Diesel plus	1,	1	3	8

*Adaptado de Equipa do projeto DSN (2007)

7.4 Gasolina

Gasolina (Proposta de Manuel)



O João e a Rita cochicham sem parar. A certa altura a professora pergunta-lhes:

- Não querem contar à turma o que aconteceu? Se calhar até é importante!

Um pouco atrapalhados, os miúdos acabam por dizer qual o motivo de tanta conversa. A professora vai ao computador, faz uma pesquisa na Internet, e regista no quadro a tabela seguinte:

Gasóleo	1,	0	6
Gasolina 95	1,	3	3
Gasolina 98	1,	4	6
Diesel plus	1,	1	3

SEQUÊNCIA 7

“Quadrado” da centésima

1. Observa com muita atenção o “quadrado” da Centésima e ajuda a Inês e a Joana a resolver as questões:

0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19	0,2
0,21	0,22	0,23	0,24	0,25	0,26	0,27	0,28	0,29	0,3
0,31	0,32	0,33	0,34	0,35	0,36	0,37	0,38	0,39	0,4
0,41	0,42	0,43	0,44	0,45	0,46	0,47	0,48	0,49	0,5
0,51	0,52	0,53	0,54	0,55	0,56	0,57	0,58	0,59	0,6
0,61	0,62	0,63	0,64	0,65	0,66	0,67	0,68	0,69	0,7
0,71	0,72	0,73	0,74	0,75	0,76	0,77	0,78	0,79	0,8
0,81	0,82	0,83	0,84	0,85	0,86	0,87	0,88	0,89	0,9
0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1

- 1.1 Ajuda a Inês a indicar dois números do quadro cuja soma seja superior a 0,15 mas inferior a 0,19. Explica a tua descoberta.
- 1.2 Ajuda agora a indicar dois números do quadro cuja diferença seja maior que 0,02 mas menor que 0,04. Explica a tua descoberta.
- 1.3 Qual é o maior número que consegues obter quando somas dois números do quadro? Explica a tua descoberta.

7.5 Quadrado da centésima*

- 1.4 Ajuda agora a descobrir qual é o menor número que consegues obter quando somas dois números do quadro. Explica a tua descoberta.

2. A Joana decidiu calcular mentalmente a soma da primeira linha do quadro e registou o resultado que obteve. De seguida fez o mesmo para a segunda. Perante o resultado que obteve disse para a Inês:

“Deste modo podemos saber todas as somas!”

És capaz de explicar a estratégia usada pela Joana?

3. Cada vez mais curiosa, a Joana dirige-se à Inês em tom de desafio:

“Acho que já sei escrever números ainda mais pequenos.”

E começou ...

0,01	0,011	0,012	0,013	0,014					0,02
------	-------	-------	-------	-------	--	--	--	--	------

A Inês percebeu logo. E tu, já percebeste? Ajuda a Inês completando a sequência com os números que faltam.

*Retirado de Equipa do projeto DSN (2007)

Cadeias Numéricas

Atividade: Cadeias numéricas

Ano de Escolaridade: 3º Ano

Materiais: Quadro, giz e apagador

Tópicos	Objetivos específicos
- Relações numéricas (1º e 2º Ano) - Operações com números naturais (3º e 4º Ano)	- <i>Compor e decompor números.</i> - <i>Utilizar estratégias de cálculo mental para as quatro operações, usando as suas propriedades.</i>

Sugestões para exploração com os alunos:

- As cadeias numéricas são trabalhadas na sala de aula, em grande grupo, por um período de 10 a 15 minutos, diários.
- O professor inicia a actividade começando por escrever no quadro a primeira tarefa da cadeia e dando algum tempo aos alunos para a resolverem mentalmente. Quase em simultâneo, pede-se para explicarem as estratégias utilizadas no seu cálculo, que vão sendo registadas no quadro.
- Em seguida, apresenta-se a segunda tarefa da cadeia e procede-se da mesma forma até serem apresentadas e analisadas todas as tarefas da cadeia.
- Se o professor considerar adequado pode, no final, continuar o trabalho com uma nova cadeia.
- Durante a resolução da cadeia numérica, cada aluno terá liberdade para construir, mentalmente, e explicitar as suas próprias estratégias de cálculo, devendo ser registadas no quadro as diferentes estratégias que surjam.
- Ao longo da resolução das várias tarefas da cadeia numérica, é importante ir analisando com os alunos qual é a estratégia mais “eficaz” para o seu cálculo.

⇒ Cadeias numéricas que envolvam a adição:

25 + 25 = 50	porque, 25 + 25 = 50 ou 20 + 20 + 5 + 5 = 40 + 10 = 50
25 + 24 = 49	porque, 25 + 25 - 1 = 50 - 1 = 49
26 + 25 = 51	porque, 25 + 25 + 1 = 50 + 1 = 51
30 + 30 = 60	porque, 25 + 25 + 5 + 5 = 50 + 10 = 60
30 + 31 = 61	porque, 30 + 30 + 1 = 60 + 1 = 61
29 + 30 = 59	porque, 30 + 30 - 1 = 60 - 1 = 59
250 + 250 = 500	porque, 250 + 250 = 500 ou 200 + 200 + 50 + 50 = 400 + 100 = 500
250 + 251 = 501	porque, 250 + 250 + 1 = 500 + 1 = 501
250 + 249 = 499	porque, 250 + 250 - 1 = 500 - 1 = 499
249 + 249 = 498	porque, 250 + 250 - (1 + 1) = 500 - 2 = 498
251 + 249 = 500	porque, 250 + 250 + (1 - 1) = 500 + 0 = 500 ou se adicionarmos 1 numa parcela e subtrairmos 1 na outra, a soma não se altera, isto é, é igual a 500.
300 + 300 = 600	porque, 300 + 300 = 600 ou 3 + 3 = 6 e acrescentamos dois zeros (600)
Possíveis caminhos a seguir pelos alunos:	
300 + 310 = 610	porque, 300 + 300 + 10 = 600 + 10 = 610
290 + 290 = 580	porque, 300 + 300 - (10 + 10) = 600 - 20 = 580
310 + 290 = 600	porque, 300 + 300 + (10 - 10) = 600 + 0 = 600 ou se adicionarmos 10 numa parcela e subtrairmos 10 na outra, a soma não se altera, isto é, é igual a 600.

Cadeias Numéricas

⇒ Cadeias numéricas que envolvam a subtração:

50 - 25 = 25	porque, $50 - 25 = 25$ ou $(50 - 20) - 5 = 30 - 5 = 25$
50 - 24 = 26	porque, $(50 - 25) + 1 = 25 + 1 = 26$
51 - 25 = 26	porque, $(50 - 25) + 1 = 25 + 1 = 26$
50 - 26 = 24	porque, $(50 - 25) - 1 = 25 - 1 = 24$
52 - 25 = 27	porque, $(50 - 25) + 2 = 25 + 2 = 27$ ou $(51 - 25) + 1 = 26 + 1 = 27$
500 - 250 = 250	porque, $500 - 250 = 250$ ou $(500 - 200) - 50 = 300 - 50 = 250$
500 - 251 = 249	porque, $(500 - 250) - 1 = 250 - 1 = 249$
500 - 252 = 248	porque, $(500 - 250) - 2 = 250 - 2 = 248$ ou $(500 - 251) - 1 = 249 - 1 = 248$
500 - 249 = 251	porque, $(500 - 250) + 1 = 250 + 1 = 251$
500 - 248 = 252	porque, $(500 - 250) + 2 = 250 + 2 = 252$ ou $(500 - 249) + 1 = 251 + 1 = 252$

⇒ Cadeias numéricas que envolvam a multiplicação:

6 x 4 = 24	porque, $6 \times 4 = 24$ (Sabe a tabuada)
20 x 4 = 80	porque, $2 \times 4 = 8$ e acrescenta-se um zero (80) ou $4 \times (10 + 10) = (4 \times 10) + (4 \times 10) = 40 + 40 = 80$
26 x 4 = 104	porque, $(20 + 6) \times 4 = (20 \times 4) + (6 \times 4) = 80 + 24 = 104$
3 x 6 = 18	porque, $3 \times 6 = 18$ (Sabe a tabuada)
30 x 6 = 180	porque, $3 \times 6 = 18$ e acrescenta-se um zero (180) ou $6 \times (10 + 10 + 10) = (6 \times 10) + (6 \times 10) + (6 \times 10) = 60 + 60 + 60 = 180$
33 x 6 = 198	porque, $(30 + 3) \times 6 = (30 \times 6) + (3 \times 6) = 180 + 18 = 198$

⇒ Cadeias numéricas que envolvam a divisão:

4 : 2 = 2	porque, $2 \times 2 = 4$ (Sabe a tabuada) ou 2 é metade de 4
8 : 4 = 2	porque, $4 \times 2 = 8$ (Sabe a tabuada) ou 2 é a quarta parte de 8
8 : 2 = 4	porque, $2 \times 4 = 8$ (Sabe a tabuada) ou 4 é metade de 8 ou em relação à anterior ($8 : 4 = 2$), se o dividendo se mantém e o divisor é metade, o quociente é o dobro ou em relação à primeira ($4 : 2 = 2$), se o dividendo é o dobro e o divisor se mantém, o quociente, também, é o dobro.
16 : 2 = 8	porque, $2 \times 8 = 16$ (Sabe a tabuada) ou 8 é metade de 16 ou em relação à anterior ($8 : 2 = 4$), se o dividendo é o dobro e o divisor se mantém, o quociente é o dobro.
16 : 4 = 4	porque, $4 \times 4 = 16$ (Sabe a tabuada) ou 4 é quarta parte de 16 ou em relação à anterior ($16 : 2 = 8$), se o dividendo se mantém e o divisor é o dobro, o quociente é metade.

Cadeias Numéricas

8 : 4 = 2	porque, 2 x 4 = 8 (Sabe a tabuada) ou 2 a quarta parte de 8
8 : 2 = 4	porque, 4 x 2 = 8 (Sabe a tabuada) ou 4 é metade de 8 ou em relação à anterior (8 : 4 = 2), se o dividendo se mantém e o divisor é metade, o quociente é o dobro.
8 : 1 = 8	porque, 8 x 1 = 8 (Sabe a tabuada) ou em relação à anterior (8 : 2 = 4), se o dividendo se mantém e o divisor é metade, o quociente é o dobro ou em relação à primeira (8 : 4 = 2), se o dividendo se mantém e o divisor é a quarta parte, o quociente é o quádruplo.
12 : 4 = 3	porque, 3 x 4 = 12 (Sabe a tabuada) ou 3 é a quarta parte de 12
12 : 2 = 6	porque, 6 x 2 = 12 (Sabe a tabuada) ou 6 é metade de 12 ou em relação à anterior (12 : 4 = 3), se o dividendo se mantém e o divisor é metade, o quociente é o dobro.
12 : 1 = 12	porque, 12 x 1 = 12 (Sabe a tabuada) ou em relação à anterior (12 : 2 = 6), se o dividendo se mantém e o divisor é metade, o quociente é o dobro ou em relação à primeira (12 : 4 = 3), se o dividendo se mantém e o divisor é a quarta parte, o quociente é o quádruplo.